VŠB TECHNICKÁ UNIVERZITA OSTRAVA
FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A INFORMATIKY
KATEDRA APLIKOVANÉ MATEMATIKY

NABÍDKA TÉMAT SOČ PRO STŘEDNÍ ŠKOLY

Úvodní slovo

Studentům středních škol nabízíme témata, kterým se mohou věnovat v rámci středoškolské odborné činnosti. Témata pro studenty připravili členové a doktorandi Katedry aplikované matematiky a tito jsou připraveni zájemce vést po odborné stránce při vypracovávání práce samotné. V nabídce jsou kolegové poněkud nepřesně označováni jako vedoucí SOČ. V případě zájmu o osobní konzultaci rádi uvítáme studenty v prostorách Vysoké školy báňské - Technické univerzity Ostrava. V případě zájmu o další informace, nebo o některé téma, nebo o zprostředkování kontaktu s vedoucím SOČ, se prosím obraťte na:

doc. Mgr. Petr Vodstrčil, Ph.D.
Katedra aplikované matematiky
Fakulta elektrotechniky a informatiky
Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava
Email: `petr.vodstrcil@vsb.cz`
Tel.: 596 996 052

Nabízená témata

Strategie pro kombinatorické hry

Existuje nespočet různých kombinatorických her, mezi nejznámější patří piškvorky a prostorové piškvorky, HEX, jezdec na šachovnici, šprouti, mosty, otrávené koláčky, Dobble a další. Například na grafech existují desítky modifikací hry na četníky a zloděje.

Pro některé z kombinatorických her jsou známy vítězné strategie pro některého z hráčů, pro některé hry je známo, že vítězná strategie existuje, ale není známa. Naopak, pro některé hry je určen vítěz bez ohledu na herní strategii. Pro další hry víme, že hra nikdy nemůže skončit remízou.

Cílem práce bude vybrat jednu nebo několik kombinatorických her, popsat známé vlastnosti této hry a zejména podívat se, jak drobná modifikace pravidel hru změní: jak ovlivní existenci/neexistenci vítězné strategie, zda může nebo nemůže nastat remíza, zda změna pravidel hru „pokazí“ nebo povede k vytvoření nové hry. Budeme hledat takové změny, které přetvoří známou hru v novou výzvu, pokusíme se pro ni zodpovědět otázky o existenci/neexistenci vítězné strategie nebo o garantování výhry.

Vedoucí SOČ: doc. Mgr. Petr Kovář, Ph.D.

Související SŠ učivo: kombinatorika, algoritmy, pravděpodobnost

Obtížnost: střední až těžší (při pečlivém řešení)

Vzájemně jednoznačné přiřazení

Mezi klasická témata středoškolské matematiky patří určit počty všech permutací, variací či kombinací (souhrnně zvaných kombinatorické výběry) nějaké konečné množiny. Jestliže správně rozpoznáme, jaké vlastnosti má náš kombinatorický výběr, nebývá problém určit počet všech takových výběrů.

Zajímavější je však navazující úloha: Víme-li například, že všech tříprvkových kombinací ze sedmi prvků je 35 (pro $k = 3$, $n = 7$ je kombinační číslo „7 nad 3" rovno 35), tak nemusí být triviální všech 35 trojic vypsat, nebo dokonce sestavit efektivní algoritmus, který tyto kombinace vypíše pro obecné hodnoty parametrů k, n. Prvním cílem by bylo pro základní kombinatorické výběry takové algoritmy popsat. V literatuře jich lze najít řadu, je zajímavé porovnat jejich výpočetní složitost.

Hlavním cílem práce by pak bylo nalezení systému, který zvolené kombinatorické výběry jednoznačně seřadí. Například všech 35 výše zmíněných permutací seřadí od první do pětatřicáté tak, že budeme umět vypsat i-tou permutaci, aniž bychom vypisovali či procházeli všechny předchozí permutace. A naopak, pro libovolnou permutaci budeme umět snadno rozhodnout, kolikátá permutace v našem systému to je.

Vedoucí SOČ: doc. Mgr. Petr Kovář, Ph.D.

Související SŠ učivo: kombinatorika, funkce

Obtížnost: lehčí až střední (při pečlivém řešení)

Hra Kryptos

Desková hra Kryptos je postavena na analýze herního plánu a skrytých karet ostatních spoluhráčů. Každý se snaží dle herního plánu a rozmístění karet hráčů odvodit, jaké karty má který hráč. Přitom vyvstává celá řada zajímavých otázek: Je v každém kole možno nějakou kartu bezpečně určit? Existují rozmíchání a rozdání karet, která také určení neumožní? Existují rozmíchání a rozdání karet, která činí hru výrazně jednodušší pro některého hráče? Pokud ano, jak pravděpodobná jsou taková rozmíchání? Existuje vítězná strategie pro některého hráče? Jak navrhnout algoritmus, který by bylo možno implementovat jako počítačového hráče? Tyto a celou řadu dalších otázek lze zkoumat z kombinatorického pohledu, z pravděpodobnostního pohledu či sestavit a rozebrat model hry. Student se může věnovat různým částem, zkoušet různé přístupy a jejich výsledky interpretovat či porovnávat.

Vedoucí SOČ: doc. Mgr. Petr Kovář, Ph.D.

Související SŠ učivo: kombinatorika, pravděpodobnost, algoritmy

Obtížnost: střední až těžší (podle zvoleného zaměření a rozsahu)

Hlavolamy a algebra

Většina klasických hlavolamů (Rubikova kostka, čtyřstěn, či dvanáctistěn, ...) vykazuje různé typy „symetrie“. Otáčením stěn nebo posouváním dílků hlavolamu se hlavolam nezmění co do tvaru, ale změní se umístění jednotlivých částí. Takové symetrie umíme popsat pomocí nástrojů diskrétní matematiky (permutací nějaké množiny) nebo pomocí algebry (konečných grup). Zmíněné matematické nástroje umožňují nejen popsat stav a počet různých rozmíchání většiny hlavolamů, ale dávají nám snadno uchopitelná zdůvodnění, proč některá rozmíchání nejsou dosažitelná žádnou posloupností možných tahů hlavolamu. V rámci práce by se student seznámil s některými novými pojmy z oblasti diskrétní matematiky a zejména by se učil pomocí nich popsat tahy různých hlavolamů. Cílem práce by pak byl rozbor vlastností vybraných hlavolamů a porozumění, proč některá rozmíchání nelze dosáhnout, určení celkového počtu možných rozmíchání hlavolamu, nebo pěkná grafická znázornění všech stavů některých menších hlavolamů. Součástí práce může být také popis techniky, jak odvodit vlastní algoritmy pro skládání hlavolamu, které sice nemusí být nejjednodušší a nejrychlejší, ale zato budou relativně snadno získatelné a student bude umět zdůvodnit jejich fungování.

Vedoucí SOČ: doc. Mgr. Petr Kovář, Ph.D.

Související SŠ učivo: kombinatorika, stereometrie

Obtížnost: střední až těžší (při pečlivém řešení)

Úvod do numerických metod

Numerické metody jsou stěžejním kamenem dnešního průmyslu. Ačkoliv nám fyzika poskytuje spousty rovnic popisujících strukturu světa, složitost reálných úloh nám většinou neumožňuje získat výsledek pomocí papíru a tužky. Abychom mohli fyzikální poznatky uplatnit při řešení konkrétních inženýrských problémů, je často zapotřebí asistence výkonného počítače. Počítač je ovšem docela hloupý služebník a vždy splní pouze a přesně to, co mu zadáme. Proto se u nás na katedře zabýváme studiem počítačových programů, které přimějí počítač nalézt hledaný výsledek. Cílem práce je seznámení se základními technikami integrace pohybových rovnic (výpočtem časového vývoje dynamického systému) a úlohou optimálního řízení (určení akčních zásahů, které zajistí přechod systému do požadovaného stavu). Tuto úlohu se pokusíme vyřešit pro problém nastavení počáteční rychlosti a směru rakety, která má doletět z jedné planety na druhou. S počítačem budeme komunikovat pomocí jazyku Python, který obsahuje spoustu užitečných knihoven nápomocných mnoha odvětvím libovolné vědecké činnosti.

Vedoucí SOČ: Ing. Daniel Krpelík

Související SŠ učivo: programování

Obtížnost: střední

Bachmannova axiomatická soustava a modely euklidovských a neeuklidovských geometrií na kvadrikách

Bachmannova axiomatická soustava je alternativou k Hilbertově axiomatické výstavbě geometrie. Body jsou reprezentovány středovými symetriemi a přímky osovými symetriemi. V diplomové práci Pavel Jahoda: Geometrie symetrií byl pomocí tohoto přístupu zkonstruován model euklidovské roviny na rotačním paraboloidu, model hyperbolické roviny na dvojdílném rotačním hyperboloidu a popsána analogická konstrukce, která vede k již známému modelu eliptické roviny na kulové ploše. Cílem SOČ by bylo ověřit, zda je možné analogicky nalézt modely euklidovské, nebo neeuklidovské roviny na nějaké další kvadrice.

Vedoucí SOČ: RNDr. Pavel Jahoda, Ph.D.

Související SŠ učivo: geometrie euklidovské roviny

Obtížnost: střední až těžší (vzhledem k rozsahu znalostí, jež by bylo pravděpodobně nutné dostudovat)

Večírkový problém (téma je aktuálně řešeno)

Na večírku je n, $n \geqq 3$, lidí. Někteří si s některými podali ruce a víme, že:

- Každý podal ruku alespoň jednomu člověku.
- V žádné skupince účastníků večírku nejsou přesně A) dvě resp. B) tři dvojice lidí, kteří si vzájemně podali ruku.

Popište všechny možné situace, které na večírku mohly nastat, a to jak pro případ A), tak pro případ B).

Cíl práce:

Výše uvedený problém je typ úlohy, kde z minima vstupních informací dokážeme vytěžit zcela přesnou představu o reálné situaci. Pro řešení úlohy je vhodné použít strukturu „grafu“. Nejde o graf funkce, ale o graf, jenž je definován v teorii grafů. Teorie grafů je méně známé odvětví matematiky, které zaznamenalo zvláště bouřlivý rozvoj v době nástupu výpočetní techniky, tj. v druhé polovině 20. století.

V této práci by mělo jít především o to, aby si studenti pozvolna zvykali na řešení „málo determinovaných“ problémů, a aby si uvědomovali, že vhodné „aranžmá“ problému je přesně ten bod, který rozhoduje o tom, zda úlohu vyřešíme, či ne. Ke zvládnutí elegantního řešení stačí pár úvodních kapitol základů teorie grafů (tzn. pojmy: graf, podgraf, stupně vrcholů, princip sudosti, vzdálenost vrcholů atd.) Na výše uvedené úloze je překvapivé, že přes velmi podobné znění dostáváme v bodě A) a B) zcela odlišné výsledky.

Vedoucí SOČ: RNDr. Michael Kubesa, Ph.D.

Související SŠ učivo: kombinatorika a základy teorie grafů

Obtížnost: střední (při pečlivém řešení)

Data a tabulky

Údaje získané ze sledovaných dat obvykle zapisujeme do tabulky. Jak má taková tabulka správně vypadat, jak ji sestavit a co se z ní dá vyčíst, se dozvíte, pokud si zvolíte téma SOČ Data a tabulky. Tabulku lze sestavit z dat, která si student předem připraví, respektive z dat, která dostane k práci přidělena. Oblast dat je možné volit s ohledem na koníčky a zájmy studenta. V rámci práce se student seznámí se základními pojmy popisné statistiky a pomocí nich se naučí popsat děje, které zachycují reálná data. Cílem práce by pak byla kompletní popisná statistika těchto dat. Práci je možno realizovat pomocí MS Excel anebo softwaru R, se kterým se student během této SOČ naučí pracovat.

Vedoucí SOČ: Mgr. Lenka Přibylová, Ph.D.

Související SŠ učivo: matematika, výpočetní technika

Obtížnost: střední

Řešení kubických rovnic

Na středních školách se studenti dozví, jak řešit kvadratické rovnice. Jak ale vypadá řešení rovnice o řád vyšší, tedy rovnice třetího řádu? Je možné řešení nalézt také pomocí vzorce? V rámci práce se student seznámí s postupy při řešení rovnic třetího řádu, tedy kubických rovnic. Hlavním cílem práce bude sepsání metodického přehledu kroků při řešení rovnic třetího stupně, které bude zasazeno do kontextu řešení rovnic prvního až čtvrtého stupně, které je možno obsáhnout pomocí vzorců. Postupy řešení budou ilustrovány na konkrétních příkladech řešených nejprve analyticky. Jako součást práce se očekává také algoritmické zpracování řešení rovnic prvního až čtvrtého řádu pro libovolné vstupní koeficienty pomocí vhodného softwaru.

Vedoucí SOČ: Mgr. Lenka Přibylová, Ph.D.

Související SŠ učivo: matematika

Obtížnost: střední