

Test 2, RMF 2013, kombinované studium

Nápověda pro příklad 1:

$$\begin{aligned}\cos(\alpha) \sin(\beta) &= \frac{1}{2} (\sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta)) \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos(\alpha) \cos(\beta) - \sin(\alpha) \sin(\beta)\end{aligned}$$

1. (6b) Řešte Fourierovou metodou

$$\begin{aligned}u_{tt} &= u_{xx} & x \in (0, 3), t \in \mathbb{R}^+ \\ u(0, t) &= u(1, t) = 0 & t \in \mathbb{R}^+ \\ u(x, 0) &= 1 - \cos\left(\frac{\pi x}{3}\right), u_t(x, 0) = 0 & x \in (0, 3)\end{aligned}$$

2. (5b) Nalezněte řešení počáteční úlohy na polopřímce

$$\begin{aligned}u_{tt} &= u_{xx} & x \in \mathbb{R}^+, t \in \mathbb{R}^+ \\ u(0, t) &= 0 & t \in \mathbb{R}^+ \\ u(x, 0) &= \begin{cases} \sin(x) & x \in (\frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}) \\ 0 & x \in \mathbb{R} \setminus (\frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}) \end{cases} & x \in \mathbb{R}^+ \\ u_t(x, 0) &= \begin{cases} \cos^2(x) & x \in (\frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}) \\ 0 & x \in \mathbb{R} \setminus (\frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}) \end{cases} & x \in \mathbb{R}^+\end{aligned}$$

3. (4b) Separujte následující PDR na dvě ODR:

$$u_{tt} = (k(x)u_x)_x - mu_x + u$$