

MARS - 1. část projektu

1. [10 bodů] Řešte Cauchyovu úlohu:

$$\begin{cases} y'(t) = 2x - 1 + 2xy(t) - y(t) \\ y(0) = 2. \end{cases}$$

2. [10 bodů] Řešte diferenciální rovnici:

$$y'(t) = \frac{2t}{1+t^2}y(t) + \frac{2}{1+t^2}.$$

Při řešení by se Vám mohlo hodit, že

$$\begin{aligned} \int \frac{2}{(1+t^2)^2} dt &= 2 \int \frac{1+t^2-t^2}{(1+t^2)^2} dt = 2 \int \left(\frac{1}{1+t^2} - \frac{t^2}{(1+t^2)^2} \right) dt = \\ &\text{per-partes} \left\| \begin{array}{l} u(t) = t \quad v'(t) = \frac{-2t}{(1+t^2)^2} \\ u'(t) = 1 \quad v(t) = \frac{1}{1+t^2} \end{array} \right\| \\ &= 2 \int \frac{1}{1+t^2} dt + \frac{t}{1+t^2} - \int \frac{1}{1+t^2} dt = \\ &= \arctan(t) + \frac{t}{1+t^2} \end{aligned}$$