

1. Vypočtete určitý integrál

(a)  $\int_{-1}^1 \frac{x}{\sqrt{5-4x}} dx$

<http://www.wolframalpha.com/input/?i=integrate+x%2Fsqr%285-4x%29+from+-1+to+1>

(b)  $\int_1^e \frac{\ln(x)}{x} dx$

<http://www.wolframalpha.com/input/?i=integrate+log%28x%29%2Fx+from+1+to+e>

2. Dokažte, že pro jakoukoli funkci  $f$  integrovatelnou na  $\langle 0, 1 \rangle$  platí

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin(x)) dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\cos(x)) dx$$

3. Vypočti obsah rovinného útvaru omezeného křivkou, která je grafem funkce  $f(x) = x^2 - 6x + 8$ , a tečnami v bodech  $A = [1, f(1)]$  a  $A = [4, f(4)]$ .

4. **[Objem rotačního tělesa]** Vypočtete (dokažte, že platí vám jistě známý vzoreček pro) objem koule o poloměru  $r$ .

5. **[Délka rovinné křivky]** Vypočtete obvod elipsy, která má délky poloos  $a$  a  $b$ .