

## Cvičení 8

1. Příklad ([MI21-IPFVP] 1.11.4, [Cha-PMII] 12.3): Vypočítejte

$$(a) \iint_{(0,1) \times (0, \frac{\pi}{2})} xy^2 \sin(x^2 y) \, dx dy .$$
$$\left[ \frac{\pi^2}{16} - \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \right]$$

$$(b) \iint_{(0,1) \times (0,3)} \frac{2y}{(1+x+y^2)^2} \, dx dy .$$
$$\left[ \ln\left(\frac{20}{11}\right) \right]$$

2. Příklad ([Cha-PMII] 12.11): Nechť  $M \subset \mathbb{R}^2$  je uzavřená oblast v poloovině  $x \geq 0$  ohraničená kružnicí  $x^2 + y^2 = 1$  a elipsou  $x^2 + 4y^2 = 4$ . Převedme dvojný integrál funkce  $f$ , která je spojitá na  $M$ , na dvojnásobný integrál (případně jejich součet) a to užitím obou možných pořadí integrace.

$$\int_0^1 \left( \int_{\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-\frac{x^2}{4}}} f(x, y) \, dy \right) dx + \int_0^1 \left( \int_{-\sqrt{1-\frac{x^2}{4}}}^{-\sqrt{1-x^2}} f(x, y) \, dy \right) dx +$$
$$+ \int_1^2 \left( \int_{-\sqrt{1-\frac{x^2}{4}}}^{\sqrt{1-\frac{x^2}{4}}} f(x, y) \, dy \right) dx, \int_{-1}^1 \left( \int_{\sqrt{1-y^2}}^{2\sqrt{1-y^2}} f(x, y) \, dx \right) dy]$$

3. Příklad ([MI21-IPFVP] 1.7.iv): Pomocí Fubiniovy věty vypočítejte integrály

$$(a) \iint_M \frac{x^2}{y^2} \, dx dy, \text{ kde } M = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 2 \wedge y \leq x \wedge 1 \leq xy\} .$$
$$\left[ \frac{9}{4} \right]$$

$$(b) \iint_M xy^2 \, dx dy .$$
$$\left[ \ln\left(\frac{20}{11}\right) \right]$$

## Reference

[MI21-IPFVP] P. Vodstrčil, J. Bouchala: *Integrální počet funkcí více proměnných*, Matematika pro inženýry 21. století, mi21.vsb.cz

[MI21-DPFVP] J. Kuben, Š. Mayerová, P. Račková, P. Šarmanová: *Diferenciální počet funkcí více proměnných*, Matematika pro inženýry 21. století, mi21.vsb.cz

[Cha-PMII] J. Charvát, M. Hála, V. Kellar, Z. Šibrava: *Příklady k matematice II*, skriptum ČVUT 1999

[Bou-SPMA2] J. Bouchala: *Sbírka příkladů z matematické analýzy 2*, elektronické skriptum VŠB 2000