Cvičení 5

1. Příklad ([Bou-SPMA2] 20.a): Vypočtěte všechny parciální derivace prvního řádu funkce h definované předpisem

$$h(u,v) = f\left(g_1(u,v), g_2(u,v)\right), \qquad f(x,y) = \frac{x^3}{y}, \qquad g_1(u,v) = u-3v, \quad g_2(u,v) = 3u+v.$$

2. Příklad ([Cha-PMII] 9.21,9.22): Funkce h tří proměnných je dána předpisem

$$h(x,y,z) = f\left(x+y^2+z^2, x^3y^2z\right),$$

   kde f je funkce dvou proměnných, která je diferencovatelná na $\mathbb{R}^3$.

   (a) Vyjádřeme diferenciál funkce h (jakožto funci šesti proměnných x, y, z, $\mathrm{d}x$, $\mathrm{d}y$, $\mathrm{d}z$) pomocí funkce f a jejích parciálních derivací.

   (b) Za předpokladu, že $f \in C^2(\mathbb{R}^2, \mathbb{R})$ vyjádřeme parciální derivaci $\frac{\partial^2 h}{\partial x \partial z}$ pomocí funkce f a jejích parciálních derivací prvního a druhého řádu.

3. Příklad ([Bou-SPMA2] 22.b): Určete $\mathrm{d}^k f_c$, je-li

$$f(x,y) = \sin(2x+y), \qquad c = (0,\pi), \qquad k = 3.$$

4. Příklad ([Cha-PMII] 9.27): Najděme diferenciál druhého řádu funkce

$$f(x,y,z) = e^{xy}\cos(z)$$

   v bodě $c = (0,2,0)$

5. Příklad:([Bou-SPMA2] 23.a): Najděte Taylorovu polynomickou funkci m-tého řádu funkce

$$f(x,y) = \ln(1+x)\,\ln(1+y),$$

   kde $c = (0,0),\ m = 2$.

Reference

[Cha-PMII] J. Charvát, M. Hála, V. Kelar, Z. Šibrava: *Příklady k matematice II*, skriptum ČVUT 1999

[Bou-SPMA2] J. Bouchala: *Sbírka příkladů z matematické analýzy 2*, elektronické skriptum VŠB 2000