

## Cvičení 4

1. Příklad: Určete diferenciál funkce  $f$  v bodě  $c$ , je-li:

(a) ([Cha-PMII] 9.8):

$$f(x, y) = \frac{xy^2}{y^2 - x}, \quad c = (2, -1);$$

(b) ([Bou-SPMA2] 12.a):

$$f(x, y) = \sqrt{2x^2 - y^2}, \quad c = (3, -\sqrt{2}).$$

2. Příklad ([Cha-PMII] 9.11): Necht'  $f(x, y) = xy^3 - 2x^2$  a  $c = (1, 2)$ . Vypočítejte hodnotu  $f(c+h) - f(c)$  přírůstku funkce  $f$  a hodnotu diferenciálu  $df_c(h)$ , chybu  $\omega(h) = [f(c+h) - f(c)] - df_c(h)$ , jíž se dopustíme, když přírůstek funkce  $f$  nahradíme diferenciálem, a poměr  $\omega(h)/h$ , jestliže

(a)  $h = (2, 1)$

(b)  $h = (0.2, 0.1)$

(c)  $h = (0.02, 0.01)$

3. Příklad ([Cha-PMII] 9.16): Byly změřeny délky  $a_0, b_0$  dvou stran trojúhelníka a velikost  $\gamma_0$  úhlu jimi sevřeného. Absolutní chyby měření byly  $\Delta a, \Delta b, \Delta \gamma$ . Pomocí diferenciálu přibližně určíme absolutní i relativní chybu, které se dopustíme, jestliže z takto nepřesně změřených hodnot vypočítáme délku třetí strany trojúhelníka. Provedme výpočty pro  $(a_0, b_0, \gamma_0) = (200m, 300m, 60^\circ)$  a  $(\Delta a, \Delta b, \Delta \gamma) = (0.2m, 0.5m, 0.1^\circ)$ .

4. Příklad ([Bou-SPMA2] 14.b): Najděte rovnice všech tečných rovin plochy

$$\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid z = 2x^2 - y^2\},$$

které jsou rovnoběžné s rovinou

$$\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 8x - 6y - z - 15 = 0\}.$$

5. Příklad ([Cha-PMII] 9.18): Najděme rovnici tečné roviny  $\tau$  a normály  $n$  sestrojených v bodě  $t = (3, -2, f(3, -2))$  k funkci

$$f(x, y) = \sqrt{x^2 + 4y^2} - 2xy.$$

6. Příklad: Vypočtete  $\frac{df}{du}(c)$ , je-li

(a) ([Bou-SPMA2] 18.a)  $f(x, y, z) = xyz$ ,  $c = 5, 1, 2$ ,  $u = \frac{1}{\|(4, 0, -3)\|}(4, 0, -3)$ ;

(b) ([Bou-SPMA2] 18.c)  $f(x, y) = \ln(x^2 + y^2)$ ,  $c = (c_1, c_2) \neq (0, 0)$ ,  $u = (u_1, u_2)$  je jednotkový směrový vektor tečny sestrojené k vrstevnici  $v_f(f(c))$ .

## Reference

[Cha-PMII] J. Charvát, M. Hála, V. Kelar, Z. Šibrava: *Příklady k matematice II*, skriptum ČVUT 1999

[Bou-SPMA2] J. Bouchala: *Sbírka příkladů z matematické analýzy 2*, elektronické skriptum VŠB 2000