Vzorové zadání 2. testu z FKPIT

AR: 2022/23 **max. 7+1b**

1. Nechť $\gamma(t) = 1 + e^{it},\ t \in \langle 0, 2\pi \rangle$. Spočítejte integrál (2b)

$$\int\limits_{\gamma} \left(\frac{2}{z^2 - 1} \right)^3 \mathrm{d}z.$$

[$3\pi i$]

2. Nechť

$$\gamma(t) = \begin{cases} -t - 2 + it + 2i, & t \in \langle -2, -1 \rangle \\ t + i, & t \in \langle -1, 0 \rangle \\ \mathrm{e}^{i\left(\frac{\pi}{2} - t\right)}, & t \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle. \end{cases}$$

   a) Zakreslete křivku γ. (0,5b)

   b) Spočítejte integrál (1,5b)

$$\int\limits_{\gamma} z\mathrm{e}^z \mathrm{d}z.$$

$\left[\text{Poč. bod} = 0,\ \text{konc. bod} = 1, \int_{\gamma} = 1\right]$

3. Mějme mocninnou řadu $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{(z-1)^{n+2}}{3^{n+1}}$. Určete její obor konvergence. (1,5b)

[$\mathcal{U}(1,3)$]

4. Najděte Laurentův rozvoj funkce f na množině M, je-li zadáno (1,5b)

$$f(z) = \frac{2}{z^2 - 1}, \quad M = P(1, 0, 2).$$

$\left[f(z) = \sum\limits_{n=-1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2^{n+1}} (z-1)^n\right]$

BONUS: Nechť $f(t) = \arctan t,\ t \in \langle -1, 1 \rangle$. Co a proč lze říct o koeficientech Fourierovy řady funkce f? Jaké budou hodnoty FŘ na okrajích periody? (1b)

[Zadaná funkce je lichá a proto $a_0 = a_n = 0$ (nebude mít cosinovou složku).
Hodnoty FŘ na okrajích periody budou $\frac{\arctan 1 + \arctan(-1)}{2} = 0$.]