# Vzorové zadání 1. testu z FKPIT

AR: 2022/23 **max. 7+1b**

1. Určete Re $z^{11}$ a Im $z^{11}$, je-li $z = \sqrt{3} + i$. (1,5b)

$\left[\mathrm{Re}\ z^{11} = 1024\sqrt{3},\ \mathrm{Im}\ z^{11} = -1024\right]$

2. Zakreslete v $\mathbb{C}$ obraz křivky (1b)

$$\gamma(t) = 1 + i + e^{2it}, \quad t \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle.$$

[horní polovina kružnice s poloměrem 1 a středem v bodě $1 + i$]

3. Mějme funkci $f(z) = z^2 + 2z - 1$. Určete, ve kterých bodech má funkce $f$ derivaci, a kde je holomorfní. (1,5b)

$[u(x,y) = x^2 - y^2 + 2x - 1,\ v(x,y) = 2xy + 2y,$ derivaci má a holomorfní je na celém $\mathbb{C}]$

4. Nechť $u(x,y) = x^3 + 6x^2y - 3xy^2 - 2y^3$. Najděte funkci $v(x,y)$ tak, aby platilo, že $f = u + iv$ je holomorfní, a navíc $f(0) = 0$. (1,5b)

$[v(x,y) = 3x^2y + 6xy^2 - y^3 - 2x^3]$

5. Nechť $M = \mathcal{U}(1,2),\ f(z) = \frac{z-1}{2z-6}$. Znázorněte a zapište $f(M)$. (1,5b)

$\left[f(M) = \left\{z \in \mathbb{C} :\ \mathrm{Re}\ z < \frac{1}{4}\right\}\right]$

**BONUS:** Spočtěte $\frac{\cos i}{\cosh 1}$. (1b)

$\left[\frac{\cos i}{\cosh 1} = 1\right]$