

2. test z FKP IT, ZS 2019/20

Skupina α

Pro cvičení: Pondělí 10:45

max. 10+1b

1. Necht' $M = \{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re} z > 0\}$, $f(z) = \frac{z+3}{z}$. Znázorněte a zapište $f(M)$. (2b)

2. Necht' $\gamma(t) = i + \frac{1}{2}e^{it}$, $t \in \langle 0, 2\pi \rangle$. Spočítejte integrál (3b)

$$\int_{\gamma} \frac{e^{\pi z}}{(z^2 - iz)^2} dz.$$

3. Necht'

$$\gamma(t) = \begin{cases} \frac{\pi}{2} - \pi i + t(1 - i), & t \in \langle -\pi, -\frac{\pi}{2} \rangle \\ \frac{\pi}{2} e^{it}, & t \in \langle -\frac{\pi}{2}, 0 \rangle. \end{cases}$$

a) Zakreslete obraz křivky γ . (1b)

b) Spočítejte integrál (2b)

$$\int_{\gamma} e^{iz} dz.$$

4. Mějme mocninnou řadu $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n^2 2^n} (z - 2)^n$. Určete její obor konvergence. (2b)

BONUS: Mějme částečný Fourierův rozvoj (1b)

$$1 + \cos(2\pi t) + \cos(4\pi t) - \sqrt{3} \sin(4\pi t) + 2 \sin(6\pi t) \pm \dots$$

Určete ω , T , první 4 členy amplitudového a první 3 členy fázového spektra.

2. test z FKP IT, ZS 2019/20

Skupina δ

Pro cvičení: Úterý 17:45

max. 10+1b

1. Necht' $M = \mathcal{U}(0, 2)$, $f(z) = \frac{2z}{z-4}$. Znázorněte a zapište $f(M)$. (2b)

2. Necht' $\gamma(t) = 2e^{it}$, $t \in \langle 0, 2\pi \rangle$. Spočítejte integrál (3b)

$$\int_{\gamma} \frac{z^4 + z^3 + 42}{(z-1)^3} dz.$$

3. Necht'

$$\gamma(t) = \begin{cases} t+1, & t \in \langle -1, 0 \rangle \\ 1+it, & t \in \langle 0, \pi \rangle \\ 1+i\pi+\pi-t, & t \in \langle \pi, \pi+1 \rangle. \end{cases}$$

a) Zakreslete obraz křivky γ . (1b)

b) Spočítejte integrál (2b)

$$\int_{\gamma} ze^z dz.$$

4. Určete obor konvergence mocninné řady $\sum_{n=1}^{\infty} (n^3+1)(z-1+i)^n$. (2b)

BONUS: Mějme částečný Fourierův rozvoj (1b)

$$-2 - \cos(4t) + \sin(4t) + \sin(8t) + \frac{\sqrt{2}}{2} \cos(12t) - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin(12t) + \dots$$

Určete ω , T , první 4 členy amplitudového a první 3 členy fázového spektra.

2. test z FKP IT, ZS 2018/19

Skupina β

Pro cvičení: Středa 14:15

max. 10+1b

1. Necht' $M = \mathcal{U}(0, 1)$, $f(z) = \frac{iz+1}{z+i}$. Znázorněte a zapište $f(M)$. (2b)

2. Necht' $\gamma(t) = 2e^{it}$, $t \in \langle 0, 2\pi \rangle$. Spočítejte integrál (3b)

$$\int_{\gamma} \frac{z^5 + 1}{z^3 - 2z^2 + z} dz.$$

3. Necht'

$$\gamma(t) = \begin{cases} \frac{\pi}{2}e^{it}, & t \in \langle 0, \frac{\pi}{2} \rangle \\ i(\pi - t), & t \in \langle \frac{\pi}{2}, \pi \rangle. \end{cases}$$

a) Zakreslete křivku γ . (1b)

b) Spočítejte integrál (2b)

$$\int_{\gamma} -\cos z dz.$$

4. Mějme mocninnou řadu $\sum_{n=0}^{\infty} (n^3 + n)(z - i)^n$. Určete její obor konvergence. (2b)

BONUS: Mějme funkci $f(t) = t^2$ a její Fourierovu řadu na intervalu $t \in \langle -2, 2 \rangle$. Co a proč lze říct o koeficientech b_k ? Jaké budou funkční hodnoty součtu FŘ na okrajích periody? (1b)