

1. test z FKP IT, ZS 2019/20

Skupina β

Pro cvičení: Pondělí 10:45

max. 10+1b

1. Spočítejte (2b)

$$\sqrt[4]{-4}.$$

2. Spočítejte (2b)

$$\cosh(i\pi).$$

3. Mějme funkci $f(z) = \overline{z^2 - 2z}$.

(a) Určete reálnou a imaginární část funkce f . (1b)

(b) Určete, ve kterých bodech má funkce f derivaci, a kde je holomorfní. (2b)

4. Necht' $u(x, y) = e^y \cos x$.

(a) Ověřte, že funkce u je harmonická. (1b)

(b) Najděte funkci $v(x, y)$ tak, aby byla funkce $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ holomorfní, a navíc platilo $f(\pi) = -1$. (2b)

BONUS: Zakreslete v \mathbb{C} množinu (1b)

$$M = \{z \in \mathbb{C} : |z| \leq 1 \wedge \operatorname{Re} z \geq \operatorname{Im} z\}.$$

1. test z FKP IT, ZS 2019/20

Skupina γ

Pro cvičení: Úterý 17:45

max. 10+1b

1. Určete $\operatorname{Re} z^6$ a $\operatorname{Im} z^6$, je-li (2b)

$$z = \frac{4}{1 - i\sqrt{3}}.$$

2. Spočítejte (2b)

$$\operatorname{Ln}(-e^3).$$

3. Mějme funkci $f(z) = |z|^2 + i \cdot \operatorname{Im}(z^2)$.

(a) Určete reálnou a imaginární část funkce f . (1b)

(b) Určete, ve kterých bodech má funkce f derivaci, a kde je holomorfní. (2b)

4. Nechť $u(x, y) = 3x^2y - y^3 + 2x^2 - 2y^2$.

(a) Ověřte, že funkce u je harmonická. (1b)

(b) Najděte funkci $v(x, y)$ tak, aby byla funkce $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ holomorfní, a navíc platilo $f(2) = 4 - 8i$. (2b)

BONUS: Zakreslete v \mathbb{C} množinu (1b)

$$M = \left\{ z \in \mathbb{C} : \frac{|z - 2|}{|z - 4|} = 1 \right\}.$$

1. test z FKP IT, ZS 2018/19

Skupina β

Pro cvičení: Středa 14:15

max. 10+1b

1. Určete $\operatorname{Re} z^4$ a $\operatorname{Im} z^4$, je-li (2b)

$$z = \frac{2 + 4i}{3 + i}.$$

2. Určete všechna z , pro která platí $z^3 = i$. (2b)

3. Mějme funkci $f(z) = 3z^2 - 4$.

- a) Určete reálnou a imaginární část funkce f . (1b)

- b) Určete, ve kterých bodech má funkce f derivaci, (2b)
a kde je holomorfní.

4. Necht' $u(x, y) = x^5 - 10x^3y^2 + 5xy^4 + 1$.

- a) Ověřte, že funkce u je harmonická. (1b)

- b) Najděte funkci $v(x, y)$ tak, aby byla funkce (2b)

$f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ holomorfní, a navíc platilo

$$f(i) = 1 + i.$$

BONUS: Zakreslete v \mathbb{C} množinu (1b)

$$M = \left\{ z \in \mathbb{C} : |z - i| \leq 1 \wedge \arg z \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle \right\}.$$