

MA2, cvičení 4

1) Vypočtěte derivaci funkce f v bodě c ve směru vektoru u , je-li

- a) $f(x, y) = xy^2 + x^2y$, $c = (-1, 2)$, $u = \frac{(3,4)}{\|(3,4)\|}$,
- b) $f(x, y, z) = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$, $c = (2, 6, -3)$, $u = \frac{(1,1,1)}{\|(1,1,1)\|}$,
- c) $f(w, x, y, z) = wx + wy + wz + xy + xz + yz$, $c = (2, 0, -1, -1)$, $u = \frac{(1,-1,1,-1)}{\|(1,-1,1,-1)\|}$.

2) Rozhodněte, ve kterém orientovaném směru má funkce $f(x, y, z) = 3x^2yz^3 - xyz$ v bodě $c = (1, 0, 1)$ maximální derivaci, a určete ji.

3) Rozhodněte, ve kterém orientovaném směru má funkce $f(x, y, z) = xyz$ v bodě $c = (1, -1, 0)$ maximální/minimální/nulovou derivaci, a určete ji.

4) Určete, ve kterých bodech je gradient funkce $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - 2xyz$

- a) kolmý k ose x ,
- b) nulový.

5) Vypočtěte diferenciál funkce f m -tého řádu v bodě c , je-li

- a) $f(x, y) = \frac{x}{y}$, $c = (4, 2)$, $m = 2$
- b) $f(x, y, z) = xy^2z^3$, $c = (1, 0, -1)$, $m = 2$,
- c) $f(x, y) = y \ln x$, $c = (1, 3)$, $m = 3$.

6) Určete Taylorův polynom 2. řádu funkce $f(x, y) = xy^2z^3$ v bodě $c = (1, 0, -1)$.

7) Pomocí Taylorova polynomu 2. řádu určete přibližně hodnotu $\frac{8}{7} \cdot \left(\frac{1}{10}\right)^2 \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^3$.

8) Určete Taylorův polynom 2. řádu funkce $f(x, y) = \frac{x}{y}$ v bodě $c = (4, 2)$.

9) Pomocí Taylorova polynomu 2. řádu určete přibližně hodnotu $\frac{41}{195}$.

10) Určete Taylorův polynom 2. řádu funkce $f(x, y) = \sin(2x - y^2)$ v bodě $c = (\frac{\pi}{2}, 0)$.