

## MA2, cvičení 1

1) Zakreslete v  $\mathbb{R}^2$  následující množiny:

- a)  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \geq x^2 + 1\}$ ,
- b)  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \leq |y - 2|\}$ ,
- c)  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y > \ln |x|\}$ ,
- d)  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 \geq y^2\}$ ,
- e)  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 3x - 4y \geq 0\}$ ,
- f)  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -2 < x - y \leq 2\}$ ,
- g)  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 4 - x^2 \geq 0 \wedge y^2 - 1 > 0\}$ ,
- h)  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \frac{x}{y} \geq 0\}$ ,
- i)  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 < x^2 + y^2 \leq 9\}$ ,
- j)  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 - x > 0\}$ ,
- k)  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \ln x + \ln y \geq 0\}$ ,
- ℓ)  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \ln(y - x) > 0\}$ ,
- m)  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : xy < 0\}$ ,
- n)  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 - 4y^2 - 4 \geq 0\}$ ,
- o)  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 4x^2 + y^2 - 4 \leq 0 \wedge x^2 + y^2 - 4y + 3 \geq 0\}$ .

2) Zakreslete v  $\mathbb{R}^3$  následující množiny:

- a)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 9\}$ ,
- b)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z + y - 1 = 0\}$ ,
- c)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z = 4 - x^2\}$ ,
- d)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 9x^2 + 4y^2 + z^2 = 36\}$ ,
- e)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : yz = 1\}$ ,
- f)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : y^2 - x^2 = 1\}$ ,
- g)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x - y^2 = 1\}$ ,
- h)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : y^2 - x^2 = 0\}$ ,
- i)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 - z^2 = 0\}$ ,
- j)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 - y^2 + z^2 = 1\}$ ,

k)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : -x^2 - y^2 + z^2 = 1\}$ ,

l)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z = x^2 + y^2 - 1\}$ .

3) Určete a znázorněte  $Df$  v  $\mathbb{R}^2$ , je-li

a)  $f(x, y) = \frac{xy}{x-y}$ ,

b)  $f(x, y) = \sqrt{9 - x^2 - y^2} - \frac{1}{\sqrt{x^2 - y^2 - 1}}$ ,

c)  $f(x, y) = \frac{xy}{x^2 - y^2}$ ,

d)  $f(x, y) = \sqrt{(x^2 + \frac{1}{4}(y-2)^2 - 1)(x^2 + y^2 - 6x)}$ ,

e)  $f(x, y) = \arcsin \frac{x-1}{y}$ ,

f)  $f(x, y) = \arcsin \frac{x}{y^2} + \arcsin(1 - y)$ ,

g)  $f(x, y) = \ln(y \ln(x - y))$ ,

h)  $f(x, y) = \sqrt{(1 - x^2)(1 - y^2)}$ ,

i)  $f(x, y) = \ln(1 - |x| - |y|)$ .

4) Určete a znázorněte vrstevnice funkce  $f$  v  $\mathbb{R}^2$ , je-li

a)  $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$ ,

b)  $f(x, y) = x^2 + y^2$ ,

c)  $f(x, y) = \max\{x, y\}$ ,

d)  $f(x, y) = \sin(x - y)$ ,

e)  $f(x, y) = x + y - \sqrt{x^2 + 2xy + y^2}$ ,

f)  $f(x, y) = x + |y|$ ,

g)  $f(x, y) = \sqrt{16 - x^2 - y^2}$ ,

h)  $f(x, y) = \ln(x + y)$ ,

i)  $f(x, y) = \frac{y}{e^x}$ .