

MA2, cvičení 11

1) Pomocí substituce do válcových, sférických nebo posunutých sférických souřadnic vypočtěte

a) $\iiint_{\Omega} dx dy dz, \Omega = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 2z, z^2 \geq x^2 + y^2\},$

b) $\iiint_{\Omega} y dx dy dz, \Omega = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0, z \leq 4 - x^2 - y^2\},$

c) $\iiint_{\Omega} (x^2 + y^2) dx dy dz, \Omega = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 2z, z \leq 2\},$

d) $\iiint_{\Omega} dx dy dz, \Omega = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x + y + z \leq 1, x^2 + y^2 \leq \frac{1}{4}, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0\},$

e) $\iiint_{\Omega} dx dy dz, \Omega = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z \leq 2y, z \geq x^2 + y^2\},$

f) $\iiint_{\Omega} \sqrt{x^2 + y^2} dx dy dz, \Omega = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 2az\}, a \in \mathbb{R}^+.$

2) Vypočtěte objem tělesa Ω , je-li

$$\Omega = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 9, 0 \leq z \leq y\}.$$