

9. cvičení

1) Vypočtete:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{\sin 2x}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x^3}$

c) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cos(\pi x) + 1}{(x - 1)^2}$

d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{x^3}$

e) $\lim_{x \rightarrow \infty} x e^{-x}$

f) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{e^x - 1} \right)$

g) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \ln x \ln(1 - x)$

h) $\lim_{x \rightarrow -\infty} x(e^{\frac{1}{x}} - 1)$

i) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{x} \right)^{\operatorname{tg} x}$

j) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\cos x \ln(\sin x) \cdot (x^3 + 1)}{\ln x \cdot \ln(x^2 + e)}$

k) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x - 17 \sin 6x}{-19x}$

l) $\lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin x)^{\operatorname{tg} x}$

m) $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^n \ln x, n \in \mathbb{R}^+$

n) $\lim_{x \rightarrow \infty} \ln(x(\pi - 2 \operatorname{arctg} x))$

o) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{(1+x) \ln(1+x)}{x^2} - \frac{1}{x} \right)$

p) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{ax} - e^{bx}}{\sin ax - \sin bx}, a, b \in \mathbb{R}, a \neq b$

q) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(x^2 - x + 1)}{\ln(x^{10} + x - 5)}$

r) $\lim_{x \rightarrow 1} (1-x) \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{2} x \right)$

s) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1+x}{1-x} \right)^{\frac{1}{x}}$

t) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sin \frac{1}{x} + \cos \frac{1}{x} \right)^x$

u) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sin \frac{1}{x} + \cos \frac{1}{x} \right)^{x^2}$

v) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\cos(ax))}{\ln(\cos(bx))}, a, b \in \mathbb{R}, b \neq 0$

w) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{\sin x}}{x^3}$

2) Nalezněte rovnici tečny ke grafu funkce $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$ v dotykovém bodě $(x_0, f(x_0)) = (\sqrt{2}, ?)$.

3) Nalezněte rovnici tečny ke grafu funkce $f(x) = e^{x-1}$ rovnoběžnou s přímkou $y = x + 1$.

4) Nalezněte rovnici tečny ke grafu funkce $f(x) = \ln x$, která je kolmá k přímce $y = -3x + 7$.