

5. cvičení

- 1) Nechť $a_n = 3 + 2n$ pro každé $n \in \mathbb{N}$. Je posloupnost (a_n) aritmetická?
- 2) Najděte aritmetickou posloupnost (a_n) takovou, že $a_1 + a_6 = 14$ a $a_4 + a_5 = 2$.
- 3) Aritmetická posloupnost je zadána výčtem: $100, 92, 84, 76, \dots$. Najděte první záporný člen této posloupnosti.
- 4) Posloupnost je zadána výčtem: $\log_3 5, \log_3 10, \log_3 20, \dots$. Ověřte, že se jedná o aritmetickou posloupnost, a najděte první člen větší než 100.
- 5) Dokažte, že pro libovolná $a, b \in \mathbb{R}$ jsou čísla $(a - b)^2, a^2 + b^2, (a + b)^2$ tři po sobě jdoucí členy aritmetické posloupnosti.
- 6) Nechť $a_n = \frac{2^{n+1}}{5^{n-3}}$ pro každé $n \in \mathbb{N}$. Vypočtete součet prvních 4 členů této posloupnosti.
- 7) Dokažte, že pro libovolná $a, b \in \mathbb{R}$ splňující $a \pm b \neq 0$ jsou čísla $(a - b)^2, \frac{a-b}{a+b}, \frac{1}{(a+b)^2}$ tři po sobě jdoucí členy geometrické posloupnosti.
- 8) Do čtverce o straně délky 1 je vepsán čtverec, jehož vrcholy jsou středy stran původního čtverce. Do tohoto vepsaného čtverce je opět stejným způsobem vepsán další čtverec, atd. Jaký je obsah 10. čtverce?
- 9) Tričko je vyrobeno z látky o tloušťce 1mm. Po jednom sušení v sušičce se látka ztenčí o 5 procent. K proděravění dojde, má-li látka tloušťku menší než 0,2mm. Tričko sušíme v sušičce 1x týdně. Kolik týdnů nám tričko vydrží bez děr?
- 10) Určete x tak, aby posloupnost $3, x + 4, x + 10, \dots$ byla (i) aritmetická, (ii) geometrická.
- 11) Zjistěte, jaká posloupnost má součet prvních n členů roven n^2 .
- 12) Uvažujme posloupnost

$$\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{2}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{3}{3}, \frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{4}{4}, \dots$$

Vypočtete součet prvních 317 členů.