

### 3. cvičení

1) Určete definiční obor funkce  $f$ , je-li

a)  $f(x) = \frac{2}{\sqrt{x^2-4}}$ ,

b)  $f(x) = \ln(e^x - e^{-x})$ ,

c)  $f(x) = \sqrt[3]{\ln|\sqrt{1-|x|}|}$ ,

d)  $f(x) = \frac{1}{1-\sqrt{1+2x}}$ ,

e)  $f(x) = \ln \operatorname{tg} \frac{x}{2}$ ,

f)  $f(x) = \ln(2 - |2x^2 + 10x + 12|)$ .

2) Zakreslete grafy funkcí proměnné  $x$  daných předpisů

a)  $x^4$ ,  $(x-2)^4$ ,  $\frac{1}{2}x^4$ ,

b)  $-|x|$ ,  $-|x+3|$ ,  $2|x|$ ,

c)  $2^{-x}$ ,  $2^{|x|}$ ,  $1+2^x$ ,  $-2^x$ ,  $|2^x-1|$ ,

d)  $f(x+2)$ ,  $f(2x)$ ,  $2f(x)$ ,  $f(x)+2$ ,  $f(\frac{x}{2})$ ,  $-f(x)$ ,  $f(-x)$ , kde  
 $f(x) = \sin x$  a  $Df = \langle 0, 2\pi \rangle$ ,

e)  $\ln(-x)$ ,  $-\ln x$ ,  $\ln|x|$ ,  $\ln x^2$ ,  $|\ln|x||$ ,

f)  $\sqrt{x}$ ,  $\sqrt{-x}$ ,  $\sqrt{|x|}$ ,  $\sqrt{x^2}$ ,

g)  $\sqrt[3]{x}$ ,  $\sqrt[3]{-x}$ ,  $-\sqrt[3]{x}$ ,

h)  $f(x) = |-3x| - 4|x-1| - 2x$ ,

i)  $f(x) = 2|x^2+x-2|$ ,

j)  $f(x) = \frac{1}{x^2-2x}$ ,

k)  $f(x) = \frac{1}{\sin x}$ .

3) Zjistěte, zda je funkce  $f$  sudá či lichá, je-li

a)  $f(x) = x^2 \operatorname{sgn} x + \frac{\sin x}{1+\cos^2 x}$ ,

b)  $f(x) = \frac{a^x+1}{a^x-1}$ ,  $a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$ ,

c)  $f(x) = 3x - |x|$ .

4) Najděte funkci  $f^{-1}$  (pokud existuje), je-li

a)  $f(x) = 5x + 2$ ,

b)  $f(x) = 2 + \ln(2x - 1)$ ,

c)  $f(x) = -\sqrt{9 - x^2}$ ,  $Df = \langle 0, 3 \rangle$ ,

d)  $f(x) = 1 + \frac{1}{x}$ ,

e)  $f(x) = \frac{-x-7}{x+5}$ .

5) Určete monotonii funkcí daných předpisů

a)  $\operatorname{sgn} x$ ,  $\operatorname{sgn} |x|$ ,  $-\operatorname{sgn} x$ ,

b)  $f(x) = x - |x|$ ,

c)  $f(x) = (2 + x)(3 - x)$ .