10. cvičení

1) Najděte (maximální) intervaly ryzí monotonie funkce f, je-li:

   a) $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 36x + 2023$,
   b) $f(x) = \mathrm{arctg}x - x$,
   c) $f(x) = x^3 + 12|x|$,
   d) $f(x) = \dfrac{x^3}{\ln x}$,
   e) $f(x) = \sqrt{8x - x^2}$.

2) Najděte všechny ostré lokální extrémy funkce f, je-li:

   a) $f(x) = \mathrm{e}^{x^3-12x}$,
   b) $f(x) = 6x^3 - 3x^2 + 13x + 2023$,
   c) $f(x) = 3|x| + |x-2|$,
   d) $f(x) = x\mathrm{arctg}x$,
   e) $f(x) = \sin x + \cos x$,
   f) $f(x) = \arcsin(\sin x)$,
   g) $f(x) = -\dfrac{2}{4-x^2}$,
   h) $f(x) = x + \sqrt{1-x}$,
   i) $f(x) = 3|x| + |x^2 - 1|$.

3) Najděte globální extrémy funkce $f(x) = x^4 - 8x^2 + 4$ na intervalu $M = \langle 1, 3\rangle$.

4) Mezi všemi obdélníky daného obsahu S vyberte ten, který má nejmenší obvod.

5) Mezi všemi okny daného obvodu a, která mají tvar sjednocení obdélníku a půlkruhu sestrojeného nad jednou jeho stranou, vyberte to, které má největší obsah.

6) Na grafu funkce $f(x) = \sqrt{x+4}$ najděte bod, který je nejblíž počátku.

7) Najděte trojúhelník, který je ohraničený kladnými směry os x a y a přímkou procházející bodem (8,4), takový, aby měl co nejmenší obsah.

8) Uvažujme válec s daným objemem V. Jaký poměr mezi poloměrem podstavy a výškou minimalizuje povrch válce?