REZIDUOVÁ VĚTA

nechť:
- $\Omega \subset \mathbb{C}$ ... jednoduše souvislá oblast
- γ ... jednoduchá uz. po č. hl. $\oplus$ orient. křivka v Ω
- f ... holomorfní v $\Omega \setminus \{z_1, \dots, z_m\}$, kde $\{z_1, \dots, z_m\} \in \operatorname{int} \gamma$ jsou (navzájem různé) ISB f

Pak:
$$\boxed{\int_\gamma f(z)\,dz = 2\pi i \sum_{i=1}^{m} \operatorname{res} f(z_i)}$$

integrál přes danou křivku je přímo úměrný sumě reziduí fce f v ISB, které leží uvnitř γ

Rezidua ne vždy chceme počítat přes LR dané f.
Dle typu ISB můžeme reziduum vypočíst takto:

a) z_0 je KONEČNÁ odstranitelná sing. f $\Rightarrow$ $\boxed{\operatorname{res} f(z_0) = 0}$

b) $z_0 \in \mathbb{C}$ je jednoduchý pól g; f je holomorfní v z_0 $\Rightarrow$ $\boxed{\operatorname*{res}_{z=z_0} (f(z) \cdot g(z)) = f(z_0) \cdot \operatorname{res} g(z_0)}$

$g(z_0) = 0 \neq g'(z_0)$

c) $z_0 \in \mathbb{C}$ je jednonásobným kořenem g; f a g jsou holomorfní v z_0 $\Rightarrow$ $\boxed{\operatorname*{res}_{z=z_0} \frac{f(z)}{g(z)} = \frac{f(z_0)}{g'(z_0)}}$

d) $z_0 \in \mathbb{C}$ je pólem násobnosti k fce f $\Rightarrow$
$$\Rightarrow \boxed{\operatorname{res} f(z_0) = \frac{1}{(k-1)!} \lim_{z \to z_0} \left[f(z)(z-z_0)^k \right]^{(k-1)}}$$

e) $z_0 = \infty$ je pólem násobnosti k fce f $\Rightarrow$
$$\Rightarrow \boxed{\operatorname{res} f(\infty) = \frac{(-1)^k}{(k+1)!} \lim_{z \to \infty} \left[z^{k+2} \cdot f^{(k+1)}(z) \right]}$$

f) f je holomorfní v $\mathbb{C} \setminus \{z_1, \dots, z_m\}$, kde $z_1, \dots, z_m \in \mathbb{C}$ jsou (navz. různé) ISB f $\Rightarrow$
$$\Rightarrow \boxed{\operatorname{res} f(\infty) + \sum_{i=1}^{m} \operatorname{res} f(z_i) = 0}$$