

Příklady k procvičení VI.

Vypočtěte obsah rovinných obrazců ohraničených křivkami

1. $y = \arcsin x$, $x = 1$, $y = 0$,

2. $xy = 1$, $x = 1$, $x = 3$, $y = 0$.

Vypočtěte délku křivky

3. $\left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : y = \sqrt{x^3} \wedge x \in \left\langle 0, \frac{4}{3} \right\rangle \right\}$,

4. $\left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : y = \ln \cos x \wedge x \in \left\langle 0, \frac{\pi}{6} \right\rangle \right\}$.

5. Vypočtěte objem tělesa, které vznikne rotací omezené množiny $M \subset \mathbb{R}^2$ ohraničené křivkami $y = 2x - x^2$ a $y = 0$ okolo x -ové osy.

6. Určete integrál, kterým vypočteme objem rotačního tělesa, které vznikne rotací rovinného obrazce daného nerovnostmi $0 \leq x \leq \cos y$, $0 \leq y \leq \frac{\pi}{2}$, okolo x -ové osy.

7. Určete integrál, kterým vypočteme objem rotačního tělesa, které vznikne rotací rovinného obrazce ohraničeného křivkami $x = 4 - y^2$, $x = 8 - 2y^2$, okolo y -ové osy.

8. Určete kladné reálné číslo a , pro které se obsah rovinného obrazce ohraničeného křivkami $y = ax^3$ a $y = 2x^2$ rovná $\frac{1}{6}$.

Výsledky:

1. $\frac{\pi}{2} - 1$, 2. $\ln 3$, 3. $\frac{56}{27}$, 4. $\frac{1}{2} \ln 3$, 5. $\frac{16}{15}\pi$, 6. $\pi \int_0^1 \arccos^2 x dx$, 7. $6\pi \int_0^2 (4 - y^2)^2 dy$, 8. 2,