

Příklady k procvičení III.

Rozložte dané racionální funkce na parciální zlomky

1. $\frac{3x^2 + x + 2}{x^3 - 1}$,
2. $\frac{3x^3 - 3x^2 + 4x - 2}{x^4 - x^3 + x^2 - x}$,
3. $\frac{5x^3 + 18x^2 + 30x + 23}{x^4 + 4x^3 + 9x^2 + 10x + 4}$,
4. $\frac{x^4 + 1}{x^3 - x^2 + x - 1}$.

Vypočtěte integrály

5. $\int \frac{7}{(2-x)^4} dx$,
6. $\int \frac{1}{x^2 + x + 1} dx$,
7. $\int \frac{x+3}{x^2 + 2x + 5} dx$,
8. $\int \frac{x-1}{x^2 - x - 6} dx$,
9. $\int \frac{x^2 - 1}{x^2 - x - 6} dx$,
10. $\int \frac{x^4 + 1}{x^3 - x^2 + x - 1} dx$.

Výsledky:

1. $\frac{2}{x-1} + \frac{x}{x^2+x+1}$, 2. $\frac{1}{x-1} + \frac{2}{x} - \frac{1}{x^2+1}$, 3. $\frac{3}{x+1} + \frac{2}{(x+1)^2} + \frac{2x+3}{x^2+2x+4}$, 4. $x + 1 + \frac{1}{x-1} - \frac{x+1}{x^2+1}$, 5. $\frac{7}{3(2-x)^3}$,
6. $\frac{2}{\sqrt{3}} \operatorname{arctg} \left(\frac{2x+1}{\sqrt{3}} \right)$, 7. $\frac{1}{2} \ln(x^2 + 2x + 5) + \operatorname{arctg} \left(\frac{x+1}{2} \right)$, 8. $\frac{3}{5} \ln|x+2| + \frac{2}{5} \ln|x-3|$,
9. $x - \frac{3}{5} \ln|x+2| + \frac{8}{5} \ln|x-3|$, 10. $\frac{1}{2}x^2 + x - \frac{1}{2} \ln(1+x^2) - \operatorname{arctg} x + \ln|x-1|$.