

Příklady k procvičení XIII.

Najděte obecné řešení daných diferenciálních rovnic

1. $y' = 2xy - 3x^2y,$

2. $y' = 3x^2y,$

3. $y' = xy - x^3,$

4. $y' + y = \cos x,$

5. $y' - \frac{2y}{x \ln x} = \frac{1}{x},$

6. $(1 + x^2)y' - 2xy = (1 + x^2)^2.$

Najděte maximální řešení Cauchyových úloh

7.
$$\begin{cases} y' = xy, \\ y(0) = 1, \end{cases}$$

8.
$$\begin{cases} y' = y \sin x, \\ y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1, \end{cases}$$

9.
$$\begin{cases} y' + y = x, \\ y(0) = 0, \end{cases}$$

10.
$$\begin{cases} y' + y \cotg x = \sin x, \\ y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1. \end{cases}$$

Výsledky:

1. $y(x) = Ce^{x^2-x^3}, C \in \mathbb{R}, x \in \mathbb{R},$

2. $y(x) = Ce^{x^3}, C \in \mathbb{R}, x \in \mathbb{R},$

3. $y(x) = Ce^{x^2/2} + x^2 + 2, C \in \mathbb{R}, x \in \mathbb{R},$

4. $y(x) = Ce^{-x} + \frac{1}{2}(\sin x + \cos x), C \in \mathbb{R}, x \in \mathbb{R},$

5. $y(x) = C \ln^2 x - \ln x, C \in \mathbb{R}, x \in (1, +\infty),$

6. $y(x) = (C + x)(1 + x^2), C \in \mathbb{R}, x \in \mathbb{R},$

7. $y(x) = e^{x^2/2}, x \in \mathbb{R},$

8. $y(x) = e^{-\cos x}, x \in \mathbb{R},$

9. $y(x) = e^{-x} + x - 1, x \in \mathbb{R},$

10. $y(x) = \frac{2x - \sin(2x) - \pi + 4}{4 \sin x}, x \in (0, \pi).$