

Příklady k procvičení XII.

Najděte maximální řešení daných diferenciálních rovnic metodou separace proměnných

1. $y' = \frac{y}{x}$,

2. $\frac{y'}{x} = 2y - 3xy$,

3. $xy' = (1 + y^2) \operatorname{arctg} y$,

4. $y' = \frac{1-2x}{y^2}$,

5. $xy' = -\sqrt{1-y^2} \arccos y$,

6. $y' = x^2y$.

Najděte maximální řešení Cauchyových úloh

7.
$$\begin{cases} (x+1)y' + xy = 0, \\ y(0) = 1, \end{cases}$$

8.
$$\begin{cases} y' = y \cos x, \\ y(\pi) = 1, \end{cases}$$

9.
$$\begin{cases} y' \sqrt{1-x^2} = xy, \\ y(0) = e^{-1}, \end{cases}$$

10.
$$\begin{cases} y' = 2y, \\ y(1) = 0. \end{cases}$$

Výsledky:

1. $y(x) = Cx$, $C \in \mathbb{R}$, $x \in \mathbb{R}^+$,

2. $y(x) = Ce^{x^2-x^3}$, $C \in \mathbb{R}$, $x \in \mathbb{R}^+$,

3. $y(x) = \operatorname{tg}(Cx)$, $C \in \mathbb{R}$, $Cx \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$,

4. $y(x) = \sqrt[3]{3x - 3x^2 + C}$, $C \in \mathbb{R}$, $3x - 3x^2 + C > 0$,

5. $y(x) = \cos(Cx)$, $C \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$, $Cx \in (0, \pi)$, $y(x) = -1$, $x \in \mathbb{R}$, $y(x) = 1$, $x \in \mathbb{R}$ nebo "slepení" těchto tří řešení,

6. $y(x) = Ce^{x^3/3}$, $C \in \mathbb{R}$, $x \in \mathbb{R}$,

7. $y(x) = (x+1)e^{-x}$, $x \in \mathbb{R}$,

8. $y(x) = e^{\sin x}$, $x \in \mathbb{R}$,

9. $y(x) = e^{-\sqrt{1-x^2}}$, $x \in (-1, 1)$,

10. $y(x) = 0$, $x \in \mathbb{R}$.