

## Obsah

1	Úvod.....	1
2	Modelování elektrických obvodů .....	2
2.1	Základní veličiny .....	2
2.1.1	Elektrické napětí.....	2
2.1.2	Elektrický proud .....	2
2.1.3	Elektrický odpor .....	3
2.1.4	Kapacita.....	3
2.2	Ohmův zákon, Kirchhoffovy zákony .....	3
2.2.1	Ohmův zákon .....	3
2.2.2	Kirchhoffovy zákony.....	4
2.3	Prvky elektrických obvodů.....	5
2.3.1	Rezistor.....	5
2.3.2	Kondenzátor .....	7
2.3.3	Přechod PN.....	8
2.3.4	Dioda .....	9
2.3.5	Tranzistor .....	11
2.3.6	Klopné obvody .....	14
3	Metody řešení.....	16
3.1	Metoda smyčkových proudů .....	16
3.2	Eulerova metoda pro časově závislé proměnné.....	17
3.3	Gaussova eliminační metoda .....	18
3.4	Bisekce.....	19
3.5	Newtonova metoda .....	20
4	Numerické výsledky .....	21
4.1	Lineární obvod.....	21
4.2	Vybíjení a nabíjení kondenzátor.....	23
4.3	Obvod rezistor-dioda .....	24
4.4	Klopný obvod .....	25
5	Závěr .....	31

# 1 Úvod

V stejnosměrných elektrických obvodech se používají lineární a nelineární prvky. Mezi lineární se řadí rezistor a občas také kondenzátor. A mezi nelineární třeba dioda, tranzistor a další. Rezistor se hlavně vyznačuje svým odporem, a nejčastěji se používá jako dělič napětí nebo proudu. U kondenzátoru je hlavní to, že shromažďuje elektrickou energii. U nelineárních součástí je tomu úplně jinak, například dioda má tzv. přechodový odpor, takže vede až od určitého napětí a také se používá jako usměrňovač, protože vede jen jedním směrem. Tranzistor má dvě hlavní funkce v elektrickém obvodu. Buď funguje jako spínač, nebo jako zesilovač napětí nebo proudu.

Chceme-li obvod spočítat, musíme použít nějaké vhodné metody na řešení. Metody musíme vybírat tak, aby splňovaly určité podmínky k urychlení práce a správnosti výpočtu. Zatímco lineární obvody vedou na soustavu lineárních rovnic, které se dají počítat pomocí Gaussovi eliminační metody. Tak u nelineárních obvodů máme sice soustavu, ale ta je nelineární a proto je nejlepší ji řešit Newtonovou metodou. U Gaussovi eliminační metody je hlavní odečítat od sebe řádky tak, aby vznikla nejméně horní trojúhelníková matice. A u Newtonovi metody, která je spíše geometrická, se snažíme vytvářet tečny v bodech a tím se přibližovat k výsledku.

Svou bakalářskou práci jsem rozdělil na tři části. První část se zabývá veličinami a prvky v obvodu stejnosměrného napětí a také tím jaké zákony platí pro napětí a proudy v těchto obvodech. Druhá část se zabývá metodami řešení těchto obvodů a to jak lineárníma tak i nelineárníma. A třetí část jsou numerické výsledky, ke kterým jsem se dopracoval pomocí použitých metod.

## 2 Modelování elektrických obvodů

### 2.1 Základní veličiny

#### 2.1.1 Elektrické napětí

Elektrické napětí - určeno jako práce vykonaná elektrickými silami při přemístění kladného elektrického náboje mezi dvěma body prostoru.

- lze také vyjádřit jako rozdíl elektrických potenciálů v obou bodech prostoru.

Symbol napětí:  $U$

Jednotka a značka napětí v SI: Volt [V]

Napětí  $1\text{ V}$  je takové napětí, které je mezi konci vodiče, do kterého konstantní proud  $1\text{ A}$  dodává výkon  $1\text{ W}$ .

#### Rozdělení napětí podle změn velikosti

- Stejnoseměrné napětí: takové napětí, které nemění v čase svojí polaritu, velikost měnit může.
- Střídavé napětí: takové napětí, které se v čase mění s určitou periodou, přičemž jeho střední hodnota nemusí být nulová. Časový průběh (tvar) napětí může být libovolný (sinusové, pilovité, obdélníkové nebo libovolné jiné).

#### 2.1.2 Elektrický proud

**Elektrický proud** je uspořádaný pohyb nositelů elektrického náboje. Stejnomená fyzikální veličina, vyjadřuje množství náboje prošlého vodičem za jednotku času.

Symbol proudu:  $I$

Jednotka a značka proudu v SI: Ampér [A]

Jeden ampér je stálý elektrický proud, který při průchodu dvěma přímými rovnoběžnými nekonečně dlouhými vodiči zanedbatelného kruhového průřezu umístěnými ve vakuu ve vzájemné vzdálenosti  $1\text{ metr}$  vyvolá mezi nimi stálou sílu o velikosti  $2 \times 10^{-7}$  newtonu na  $1\text{ metr}$  délky vodiče.

Proud v běžných elektrických rozvodech může být stejnosměrný a střídavý. Dohodnutý směr toku stejnosměrného proudu je od kladného pólu zdroje přes spotřebič k zápornému pólu zdroje. Tento dohodnutý směr je opačný ke skutečnému směru toku elektronů v pevných vodičích. Směr toku střídavého proudu se v čase cyklicky mění. V běžných elektrických rozvodech má proud harmonický průběh.

### 2.1.3 Elektrický odpor

**Elektrický odpor** je fyzikální veličina charakterizující schopnost elektrických vodičů vést elektrický proud.

Hodnota elektrického odporu je dána materiálem, tvarem i teplotou vodiče. *Velikost* odporu závisí na délce vodiče (přímo úměrně), na obsahu průřezu vodiče (nepřímo úměrně), na látce vodiče (měrný elektrický odpor) a na teplotě.

Symbol odporu:  $R$

Jednotka a značka odporu v SI: Ohm [ $\Omega$ ]

### 2.1.4 Kapacita

Kapacita  $C$  kondenzátoru závisí na ploše  $S$  jeho desek, vzájemné vzdálenosti  $d$  desek mezi sebou a permitivitě  $\varepsilon$  dielektrika mezi deskami:

$$C = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{S}{d}$$

Symbol kapacity:  $C$

Jednotka a značka kapacity v SI: Farad [ $F$ ]

## 2.2 Ohmův zákon, Kirchhoffovy zákony

### 2.2.1 Ohmův zákon

Ohmův zákon vyjadřuje vztah mezi elektrickým odporem, napětím a proudem. Je pojmenován podle svého objevitele Georga Ohma. Zákon říká, že napětí na prvku je přímo úměrné procházejícímu proudu:

$$I = \frac{U}{R}, \text{ resp. } U = I \cdot R$$

kde  $I$  je elektrický proud,  $U$  je elektrické napětí a  $R$  je elektrický odpor.

Zákon dokonale platí pouze za ideálních podmínek pro ideální (konstantní) odpor. V reálném světě nejsou tyto podmínky nikdy splněny, lze se jim pouze do jisté míry přiblížit. Vztah lze bez větší chyby aplikovat na obvody stejnosměrného napětí/proudu bez nelineárních prvků.

## 2.2.2 Kirchhoffovy zákony

Jsou dvě pravidla formulující principy zachování náboje a energie v elektrických obvodech. Jsou jedním ze základních nástrojů při teoretické analýze obvodů. Zákony byly pojmenovány podle jejich objevitele Gustava Roberta Kirchhoffa, který je poprvé popsal roku 1845.

Oba zákony lze přímo odvodit z Maxwellových rovnic, které ovšem byly formulovány až v roce 1864; Kirchhoffovy zákony vytvořil jako zobecnění výsledků Georga Ohma.

### První Kirchhoffův zákon (o proudech, o uzlech)

První Kirchhoffův zákon popisuje zákon zachování elektrického náboje; říká, že v každém bodě (uzlu) elektrického obvodu platí, že:

Součet proudů vstupujících do uzlu se rovná součtu proudů z tohoto uzlu vystupujících.

### Druhý Kirchhoffův zákon (o napětích, o smyčkách)

Druhý Kirchhoffův zákon formuluje pro elektrické obvody zákon o zachování energie; říká, že:

Součet úbytků napětí na spotřebičích se v uzavřené části obvodu (smyčce) rovná součtu napětí zdrojů této části obvodu.

### Použití Kirchhoffových zákonů

Kirchhoffovy zákony se používají zvláště pro rozvětvené elektrické obvody, protože spolu s Ohmovým zákonem umožňují určit velikost a směr elektrického proudu v jednotlivých větvích a velikost elektrického napětí na svorkách jednotlivých prvků.

Při analýze obvodu pomocí Kirchhoffových zákonů je možné použít jednu ze dvou metod: metodu uzlových napětí (založenou na použití 1. Kirchhoffova zákona) nebo metodu smyčkových proudů (založenou na použití 2. Kirchhoffova zákona).

## 2.3 Prvky elektrických obvodů

### 2.3.1 Rezistor

**Rezistor** je pasivní elektrotechnická součástka projevující se v elektrickém obvodu v ideálním případě jedinou vlastností – elektrickým odporem. Důvodem pro zařazení rezistoru do obvodu je obvykle snížení velikosti elektrického proudu nebo získání určitého úbytku napětí.

**Elektrotechnická značka**

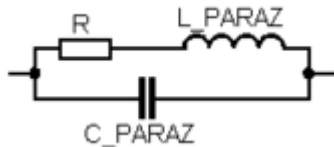


**Ideální a reálný rezistor**

**Ideální rezistor** by měl mít jediný parametr, tedy svůj odpor, a tento parametr by neměl být závislý na jakýchkoliv vnějších vlivech. Podle Ohmova zákona by se tedy proud protékající rezistorem s odporem  $R$  a přiloženým napětím  $U$  měl rovnat:

$$I = \frac{U}{R}$$

rezistor promění v teplo, to znamená, že se procházejícím proudem ohřívá.



**Reálný rezistor** je ovšem vyroben z reálného materiálu vykazujícího elektrický odpor a má určitou geometrii. Z toho vyplývá:

1. Hodnota jeho odporu je závislá na teplotě.
2. Dokáže v teplo proměnit jen určitý výkon, při větším zatížení, než na které je určen, se zničí přehřátím.
3. Mimo reálný odpor vykazuje také sériovou indukčnost a paralelní kapacitu (viz náhradní schéma). Tyto parazitní veličiny se zdatelně projevují až při vyšších frekvencích procházejícího proudu.
4. Při velmi vysokých frekvencích na něm navíc dochází k tzv. skin efekt.
5. Rezistor vykazuje elektrický šum.
6. Podle materiálu použitého k výrobě je hodnota odporu závislá i na přiloženém napětí.

**Hodnoty odporu**

Rezistory se vyrábějí v řadách E12 má tyto hodnoty:

1,0; 1,2; 1,5; 1,8; 2,2; 2,7; 3,3; 3,9; 4,7; 5,6; 6,8; 8,2

## Konstrukce rezistoru

Základem rezistoru je vodič s požadovanou hodnotou odporu, které lze dosáhnout použitím látky s určitou rezistivitou, určitou délkou a obsahem průřezu vodiče. Vodič se používá buďto ve formě drátu nebo ve formě tenké vrstvy.

Kvůli úspoře místa se dlouhý drát obvykle navíjí kolem izolačního tělíska, tento druh rezistoru se nazývá **drátový rezistor**.

Častějším způsobem výroby je ovšem nanesení elektricky vodivé vrstvy (například grafitu) na izolační tělíska a vyfrézování drážky, tento druh se nazývá **uhlíkový rezistor**.

Dalším způsobem vytvoření tenké vrstvy je vakuové napaření kovu na keramické tělíska. Tyto rezistory se nazývají metalické.

Každá z konstrukcí rezistoru má své výhody a nevýhody. Například drátový rezistor je vhodnější pro vyšší výkony, ale má vysokou sériovou indukčnost, která vadí ve vysokofrekvenční technice.

Pro velké výkony existují speciální typy rezistorů, které mají často velké a účinné chladiče, aby dokázaly velký tepelný výkon odvést do okolního prostředí. Takové rezistory se používají například u elektrických lokomotiv při brzdění vlaku. Jeho kinetická energie se tak promění v teplo.

Jiným příkladem jsou tzv. vodní odpory, které jsou k vidění například u kolotočů, kterým zajišťují plynulý rozjezd. U těchto rezistorů proud prochází vodou s přídavkem malého množství kyseliny nebo soli. Hodnota odporu se mění velikostí zasunutí kovových desek do lázně.

Průřez vodiče je závislý na předpokládaném zatížení, aby teplo vznikající v rezistoru průchodem elektrického proudu nezpůsobilo roztavení vodiče. Za materiál rezistoru je vhodné vzít látku s nízkým teplotním součinitelem odporu, aby odpor rezistoru nezáležel příliš na teplotě (manganin, konstantan). U některých typů odporů se ale naopak jejich teplotní závislosti využívá (tzv. termistory).

Rezistory se rozlišují podle konstrukce, podle velikosti odporu a dovoleného zatížení. Rezistory, jejichž odpor lze měnit, se nazývají reostaty, potenciometry nebo trimry.

Pro povrchovou montáž se vyrábí rezistory v miniaturním provedení ve tvaru hranolku bez vývodů označované jako SMD.

### 2.3.2 Kondenzátor

**Kondenzátor** je elektrotechnická součástka používaná v elektrických obvodech k dočasnému uchování elektrického náboje, a tím i k uchování potenciální elektrické energie.

Základní vlastností pro hodnocení kondenzátoru je jeho elektrická kapacita, technicky je kondenzátor určen maximálním povoleným napětím, druhem dielektrika a provedením vývodů (axiální, radiální, bezvývodový).

#### Princip kondenzátoru

Kondenzátor se skládá ze dvou vodivých desek (*elektrod*) oddělených dielektrikem. Na každou z desek se přivádí elektrické náboje opačné polarity, které se vzájemně přitahují elektrickou silou. Dielektrikum mezi deskami nedovolí, aby se částice s nábojem dostaly do kontaktu, a tím došlo k *neutralizaci*, jinak *vybití* elektrických nábojů. Přitom dielektrikum svou polarizací zmenšuje sílu elektrického pole nábojů na deskách a umožňuje tak umístění většího množství náboje.

#### Druhy kondenzátoru

- otočný vzduchový
- papírový (často papír napuštěný voskem) (svitkové)
- elektrolytický (dielektrikem je tenká oxidační vrstva na jedné z elektrod, druhou elektrodu tvoří samotný elektrolyt)
- keramický
- kapacitní dioda - varikap
- slídivý
- plastový

#### Nabíjení kondenzátoru

Při zapojení kondenzátoru do obvodu se zdrojem stejnosměrného napětí se na deskách kondenzátoru začne hromadit elektrický náboj - kondenzátor se *nabíjí*. Nabíjení probíhá, dokud se nevyrovná elektrický potenciál na každé z desek s potenciálem příslušného pólu zdroje. Po nabití je mezi deskami kondenzátoru stejné elektrické napětí jako mezi svorkami zdroje a obvodem neprochází elektrický proud.

#### Vybíjení kondenzátoru

Jestliže se desky kondenzátoru vodivě propojí, elektrický náboj z desek se odvede, kondenzátor se vybijí. Tento přesun elektrického náboje způsobí v obvodu elektrický proud.



## Matematický model kondenzátoru

Tento model nám ukazuje vztah mezi napětím a proudem na kondenzátoru.

$$u(t) = \frac{1}{C} \int_0^t i(\tau) \cdot d\tau$$

## Kondenzátor v obvodu střídavého proudu

V obvodu střídavého proudu se kondenzátor opakovaně nabíjí a vybíjí, což má za následek předbíhání elektrického proudu před napětím (*fázový posun*) a vznik kapacity, tj. zdánlivého odporu proti průchodu střídavého proudu

### 2.3.3 Přechod PN

Spojí-li se polovodiče typu P a N, vytvoří se na jejich rozhraní PN přechod. V místě spojení obou polovodičů dojde k difúzi děr z polovodiče typu P do N a elektronů z polovodiče typu N do P a následně k rekombinaci. Vytvoří se dynamická rovnováha a na rozhraní obou polovodičů vznikne vnitřní el. pole. V oblasti přechodu nejsou vlivem rekombinace žádné volné elektricky nabitě částice.

Pokud připojíme polovodič typu P ke kladnému pólu zdroje a polovodič typu N k zápornému, dochází v polovodiči typu P k tvorbě děr a do polovodiče typu N jsou dodávány elektrony. Vnější pole (vytvořeno zdrojem) jsou díry z oblasti P a elektrony z oblasti N uvedeny do pohybu směrem k přechodu, což umožňuje pokračování rekombinace a tím průchod proudu. Díry mohou jít k N a elektrony k P. V tomto případě je PN přechod zapojen v tak zvaném **propustném směru**.

Pokud zapojíme PN přechod obráceně, k vytváření děr, dodávání elektronů a rekombinaci na PN přechodu nedochází, to znamená, že proud neprochází. Díry jdou k -, proto zůstávají v P, a také elektrony jdou k +, a proto zůstávají v N. Říkáme, že PN přechod je zapojen v tak zvaném **závěrném směru**.

PN přechod má tedy vlastnost propouštět proud pouze jedním směrem (**diodový jev**).

### 2.3.4 Dioda

**Dioda** je elektronická součástka se dvěma elektrodami. Termín dioda původně znamenal elektronku s dvěma pracovními vývody. Každá dioda má dva pracovní vývody, které se nazývají **katoda** a **anoda**. Základní funkcí diody je, že dovoluje tok proudu směrem od anody ke katodě od velmi nízkého napětí, např. Schottkyho dioda 0,3V, křemíková dioda 0,7V. A ve směru opačném, tedy od katody k anodě, proud teče od vyššího napětí, Schottkyho dioda 70V.

#### Pracovní stavy diody

Pokud je na katodě kladné napětí a na anodě záporné napětí je dioda **zavřena**, to znamená, že téměř neteče proud. V tomto stavu se dioda chová podobně jako rozepnutý spínač. Pokud *závěrné napětí* překročí konstrukční mez, může dojít k *průrazu* (což většinou znamená zničení diody).

Pokud je na katodě záporné napětí a na anodě kladné napětí, je dioda **otevřena** a proud může protékat téměř bez omezení. V tomto stavu je odpor nebo úbytek napětí na diodě malý. V tomto stavu se dioda chová podobně jako sepnutý spínač. Polovodičovou diodou začíná téct proud teprve po překonání tzv. bariérového napětí P-N přechodu. Pokud propustný proud překročí konstrukční mez, může dojít ke spálení diody.

#### Důležité parametry diod

**Prahové napětí**, což je napětí, které je třeba přiložit na diodu, aby došlo k jejímu otevření tj., aby jí mohl protékat proud. Toto napětí závisí na materiálu, např. u křemíku je 0,51 V, germania 0,28 V, u LED může dosahovat i 3 V.

**Maximální proud v propustném směru** je maximální proud, který může diodou procházet bez jejího zničení v důsledku přehřátí. U běžných malých diod je to obvykle 0,5 A, snadno se ale seženou diody na desítky A. Někdy se místo maximálního proudu používá **výkonová ztráta**.

**Dynamický odpor** je velikost odporu otevřené diody pro malý střídavý proud. Je dán sklonem charakteristiky v propustném směru. Bývá malý.

Prahové napětí a malý dynamický odpor v propustném směru způsobují, že na otevřené diodě je v propustném směru **stálý úbytek napětí** o hodnotě asi 0,7 V.

**Maximální závěrné napětí** je maximální napětí, které dioda v opačném směru udrží, aniž by se prorazila. U běžných, křemíkových diod se pohybuje od 50 V do 1500 V. Speciální typy diod (stabilizační diody) se naopak provozují v oblasti průrazu.

**Zbytkový proud** je proud, který prochází diodou v závěrném směru. Bývá velmi malý.

Ideální dioda by měla tyto parametry: nulové prahové napětí, nekonečný maximální proud v propustném směru, nulový dynamický odpor, nekonečné maximální závěrné napětí, nulový zbytkový proud.

## Matematický model diody(Shockleyova rovnice)

$$I = I_0 \left( e^{\frac{eU_D}{nkT}} - 1 \right)$$

kde

$I$  je elektrický proud [A],  
 $I_0$  je saturační (nasycený) proud [A],  
 $U_D$  je difúzní napětí [V],  
 $n$  je emisní koeficient,  
 $e$  je elementární náboj elektronu,  
 $k$  je Boltzmannova konstanta,  
 $T$  je teplota přechodu [K].

## Dělení diod

Podle konstrukčního principu a účelu to může dioda být:

- Polovodičová dioda – je založena na P-N přechodu, který dovoluje tok proudu pouze jedním směrem.
  - Hrotová dioda – historicky nejstarší typ polovodičových diod, Základ krystalky
  - Plošná dioda
  - Schottkyho dioda – Nevyužívá P-N přechodu, ale přechodu kov-polovodič
- elektronka – opět se začaly vyrábět. Používají se např. v audio technice pro dosažení charakteristického "elektronkového" zvuku
  - dvojítá dioda – elektronka pro dvoucestné usměrnění
- Fotodioda – dopadající světelné nebo jiné záření způsobí v oblasti přechodu P-N vytvoření dvojice elektron – kladná díra, a tím podle způsobu zapojení dojde ke zvýšení vodivosti nebo ke zvýšení napětí na přechodu P-N
- LED – svítivá dioda. Rekombinace v oblasti přechodu P-N při průchodu proudu v propustném směru způsobují vydávání světelného záření
- Zenerova dioda – bývá konstruována tak, že v závěrném směru dochází při napětí několika voltů k nedestruktivnímu zenerovu průrazu. Díky tomu může fungovat jako stabilizátor napětí
- Tunelová dioda
- Kapacitní dioda (varikap, varaktor) je speciální dioda konstruovaná tak, aby měla větší kapacitu. S velikostí napětí na diodě se mírně mění její kapacita. Tohoto jevu se používá pro vytvoření řízené kapacity, např. v ladících obvodech rádiových přijímačů.

### 2.3.5 Tranzistor

**Tranzistor** je polovodičová součástka, kterou tvoří dvojice přechodů PN. Je základem všech dnešních integrovaných obvodů, jako např. procesorů, pamětí atd.

Tranzistorový efekt byl objeven a tranzistor vynalezen 16. prosince 1947 v Bellových laboratořích týmem ve složení William Shockley, John Bardeen a Walter Brattain. Za tento objev jim byla roku 1956 udělena Nobelova cena za fyziku, jednalo se o velmi významný objev, který vedl k faktickému vědeckotechnickému převratu v oblasti aplikované elektrotechniky, v praxi se to projevuje zejména obrovskou mírou miniaturizace jednotlivých součástek a tím i neustálým zvyšováním koncentrace polovodičových součástek vztaženou na jednotku plochy.

Každý tranzistor má (nejméně) tři elektrody, které se u bipolárních tranzistorů označují jako **kolektor**, **báze** a **emitor**, u unipolárních jako **drain**, **gate** a **source**. Podle uspořádání použitých polovodičů typu *P* nebo *N* se rozlišují dva typy bipolárních tranzistorů, NPN a PNP (prostřední písmeno odpovídá *bázi*). Unipolární tranzistory jsou označovány jako N-FET nebo P-FET. Polovodičové přechody tranzistoru vytvářejí strukturu odpovídající spojení dvou polovodičových diod v jedné součástce, většinu vlastností tranzistoru však dvojicí diod nahradit nelze.

#### Základní typy tranzistorů

**Bipolární** - (BJT - Bipolar Junction Transistor) je ovládán připojením elektrického proudu na bázi. Velikostí tohoto proudu se ovládá proud v obvodu procházejícího mezi emitorem a kolektorem.

**Unipolární** (FET)- využívají k řízení proudu mezi D a S (drain, source) elektrostatického pole, vytvořeného v obvodu řídicí elektrody G (gate).

**JFET** - (Junction Field-Effect Transistor) Tranzistor s přechodovým hradlem.

**MESFET** - (Metal Semiconductor FET) FET ve spojení se Schottkyho diodou (přechod kov-polovodič). Tento tranzistor má lepší dynamické vlastnosti.

**MOSFET** - (Metal Oxide Semiconductor FET) je polem řízený tranzistor, kde je vodivost kanálů mezi elektrodami Source a Drain ovládána elektrickým polem ve struktuře kov-oxid-polovodič. Tento tranzistor má možnost větší hustoty integrace (integrované obvody).

**MISFET** - (Metal Insulation Semiconductor FET)

#### Princip činnosti bipolárního tranzistoru

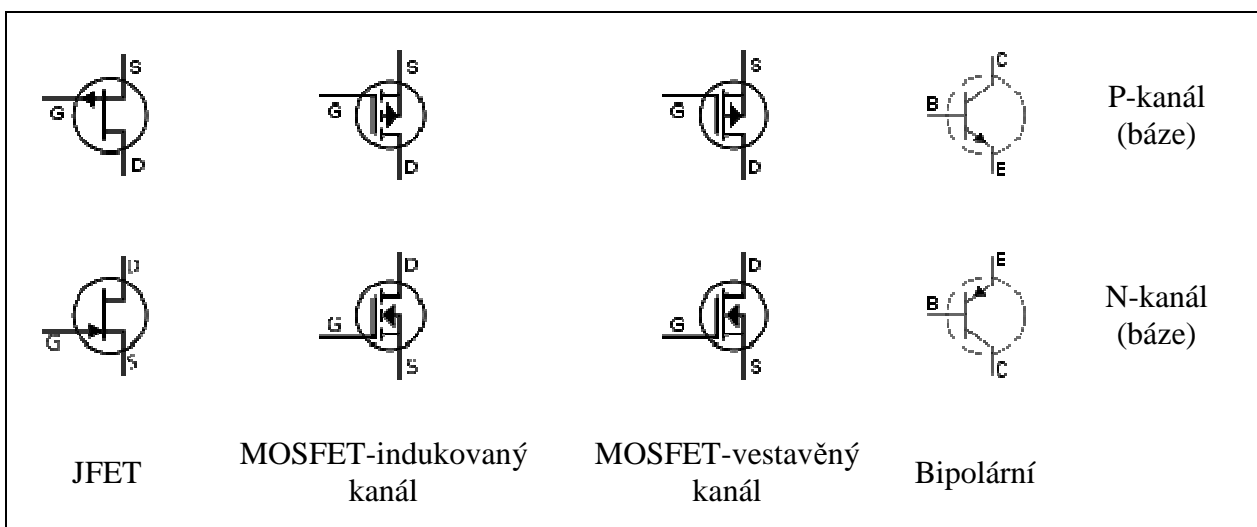
Popis funkce bipolárního tranzistoru: uvažujme jednoduché zapojení tranzistoru NPN jako zesilovače: Přivedeme-li napětí na bázi tranzistoru, dojde k vyzdvižení elektronů polovodiče do vodivostního pásu, a tím se přechod NPN stane vodivý. Proud prochází z kolektoru do emitoru a jeho charakteristika je až na velikost stejná jako v bázi. Poměr  $I_{(ke)}/I_{(b)}$  se označuje jako *zesilovací činitel* nebo *zesílení tranzistoru*.

## Základní zapojení

V elektronických obvodech může být tranzistor zapojen třemi základními způsoby. Podle elektrody, která je společná pro vstupní i výstupní signál se rozlišuje zapojení se **společným emitorem (SE)**, **společnou bází (SB)** a **společným kolektorem (SC)**. Nejčastěji se však používá zapojení se společným emitorem (SE), viz obrázek. Důležitou informací o vlastnostech tranzistoru podávají jeho výstupní charakteristiky. Celková charakteristika se zakresluje do kartézského souřadnicového systému.

## Schematické značení tranzistorů

Pro označování tranzistorů v elektrotechnických schématech se používá jednoduchých grafických symbolů:



Obr. 1 Schematické značení tranzistoru

## Rozdělení tranzistorů podle výkonu

slaboproudé tranzistory (ať už jako jednotlivé součástky, obvykle tzv. výkonové tranzistory, či součástky integrované v čípech a mikročipech kupř. v mikroprocesorech), nejčastěji používané i velice běžné ve všech moderních elektronických systémech z oblasti výpočetní techniky, telekomunikační techniky, spotřební elektroniky apod.

silnoproudé tranzistory, používané málo a to výhradně v oblasti silnoproudé elektroniky pouze pro velmi specializované technické aplikace (spolu se silnoproudými diodami a tyristory).

## Model tranzistoru

U modelu tranzistoru jsem se nechal inspirovat z knihy Circuit, Device and Process Simulation, kde jsem našel nějakou část matematického modelu tranzistoru a z té jsem vycházel v obecné podobě:

$$I_c = \sqrt{A \cdot U_{ce} - B \cdot I_b} + C \cdot I_b$$

Pro tento vzorec jsem si poté musel dopočítat konstanty A, B a C podle výsledků měření V-A charakteristiky tranzistoru a vyšly tyto hodnoty:

$$A = 0,1, B = 790, C = 4495$$

Tento model byl, ale hodně nepřesný a vycházely v něm nediferencovatelné místa na křivce. Tak jsme poté musel vzorec upravit na tvar:

$$I_c = \sqrt{A \cdot (U_{ce} - d) - B \cdot I_b} + C \cdot I_b$$

A vypočítat konstantu d tak, aby všechny křivky měly společnou tečnu.

$$1. \quad t(U_{ce}) = i(U_{ce_0}) + i'(U_{ce_0}) \cdot (U_{ce} - U_{ce_0}) = U_{ce} \cdot \frac{A \cdot C}{B}$$

$$\sqrt{A \cdot (U_{ce_0} - d) - B \cdot I_b} + C \cdot I_b + \frac{A}{2 \cdot \sqrt{A \cdot (U_{ce_0} - d) - B \cdot I_b}} \cdot (U_{ce} - U_{ce_0}) = U_{ce} \cdot \frac{A \cdot C}{B}$$

$$2. \quad \frac{A}{2 \cdot \sqrt{A \cdot (U_{ce_0} - d) - B \cdot I_b}} = \frac{A \cdot C}{B}$$

$$B = 2 \cdot C \cdot \sqrt{A \cdot (U_{ce_0} - d) - B \cdot I_b}$$

$$A \cdot (U_{ce_0} - d) - B \cdot I_b = \left(\frac{B}{2 \cdot C}\right)^2$$

Dosazením výsledku z rovnice 2. do rovnice 1. získáme:

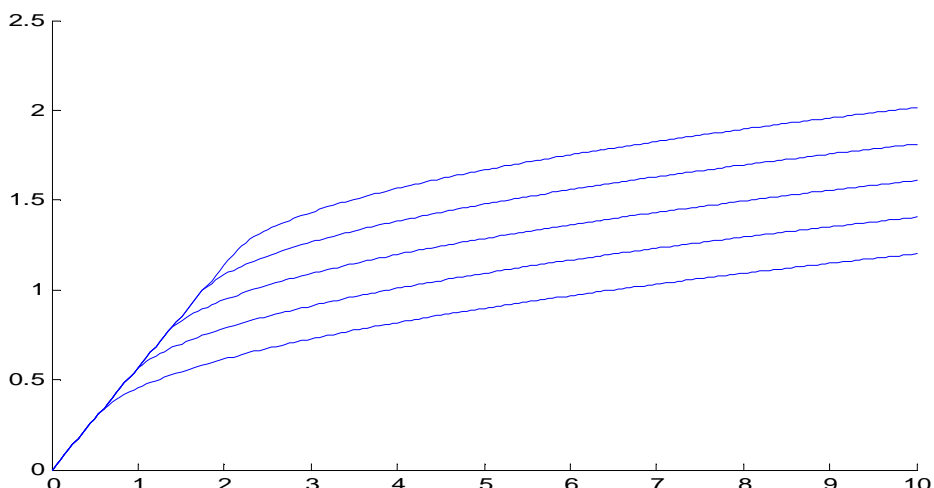
$$\frac{B}{2 \cdot C} + C \cdot I_b - \frac{A}{2 \cdot \frac{B}{2 \cdot C}} \cdot U_{ce_0} = 0$$

$$\frac{B}{2 \cdot C} + C \cdot I_b = \frac{A \cdot C}{B} \cdot U_{ce_0} \Rightarrow U_{ce_0} = \frac{\frac{B}{2 \cdot C} + C \cdot I_b}{\frac{A \cdot C}{B}}$$

Teď si z rovnice 2. vyjádříme d:

$$A \cdot d = A \cdot U_{ce_0} - B \cdot I_b - \left(\frac{B}{2 \cdot C}\right)^2$$

$$d = U_{ce_0} - \frac{B \cdot I_b}{A} - \frac{1}{A} \cdot \left(\frac{B}{2 \cdot C}\right)^2$$



Obr. 2 Graf modelu tranzistoru

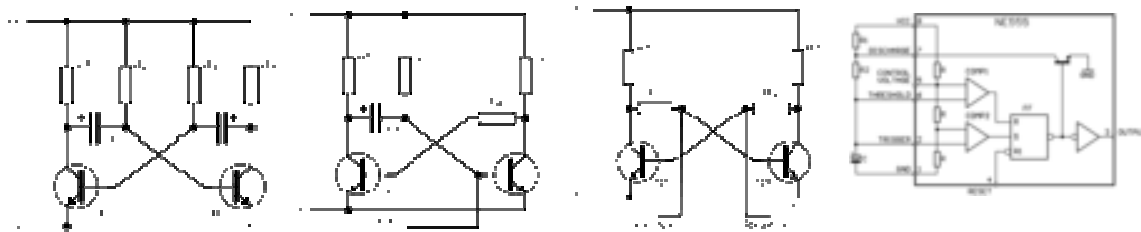
### 2.3.6 Klopné obvody

**Klopný obvod** je elektronické zařízení s několika stabilními nebo nestabilními stavy, složené z několika hradel nebo jiných aktivních prvků a lze je použít např. jako paměťový prvek nebo časovač. Pro některé klopné obvody se používá také označení **multivibrátor**.

#### Dělení klopných obvodů

Klopné obvody se mohou nacházet v několika stavech, ze kterých mohou být vstupem přepnuty do stavu jiného. Podle počtu stavů a způsobu přepínání se dělí na následující druhy:

- **Astabilní klopný obvod (AKO)** - nemá žádný stabilní stav a neustále se přepíná mezi dvěma nestabilními stavy. Tento typ obvodu lze použít například jako generátor impulsů.
- **Monostabilní klopný obvod (MKO)** - má jeden stabilní stav, ze kterého je možné jej přepnout do stavu nestabilního. Obvod se sám po určité době přepne zpět do stabilního stavu. Tento typ obvodu je možné použít například jako zpožďovací prvek.
- **Bistabilní klopný obvod (BKO)** - se může nacházet v dvou stabilních stavech, přičemž je možné jej mezi těmito stavy libovolně přepínat. Tento typ obvodu lze použít například jako paměť, neboť až do přepnutí zůstává v předchozím stabilním stavu.



Astabilní klopný obvod.

Monostabilní klopný obvod.

Bistabilní klopný obvod Set-Reset.

Vnitřní schéma a zapojení integrovaného obvodu 555 jako AKO.

Obr. 3 Zapojení základních druhů klopných obvodů

### Druhy klopných obvodů

Klopné obvody mohou mít několik vstupů, název těchto vstupů obvykle odpovídá funkci daného klopného obvodu.

**RS** je jedním z nejjednodušších klopných obvodů. Obvykle se zapojuje ze dvou dvouvstupých hradel NAND. Výstup prvního NANDu vede do jednoho ze vstupů druhého NANDu, výstupu druhého NANDu vede do jednoho ze vstupů prvního NANDu.

**D** realizuje jednobitovou paměť. Každý hodinový pulz způsobí zapamatování hodnoty vstupu. Vyrábí se pouze jako synchronní obvod. Proto je jeho český název *zdrž*, anglicky *delay*, neboť si podrží tu hodnotu vstupu, která byla platná v době hodinového pulzu.

**JK** má vstupy funkčně shodné s obvodem RS: J nastavuje hodnotu logická 1, K nastavuje hodnotu logická 0.

**T** je přepínač paměti. V synchronní variantě zůstává hodnota nezměněna, pokud na vstupu byla logická 0, změní se při logické 1.



### 3 Metody řešení

#### 3.1 Metoda smyčkových proudů

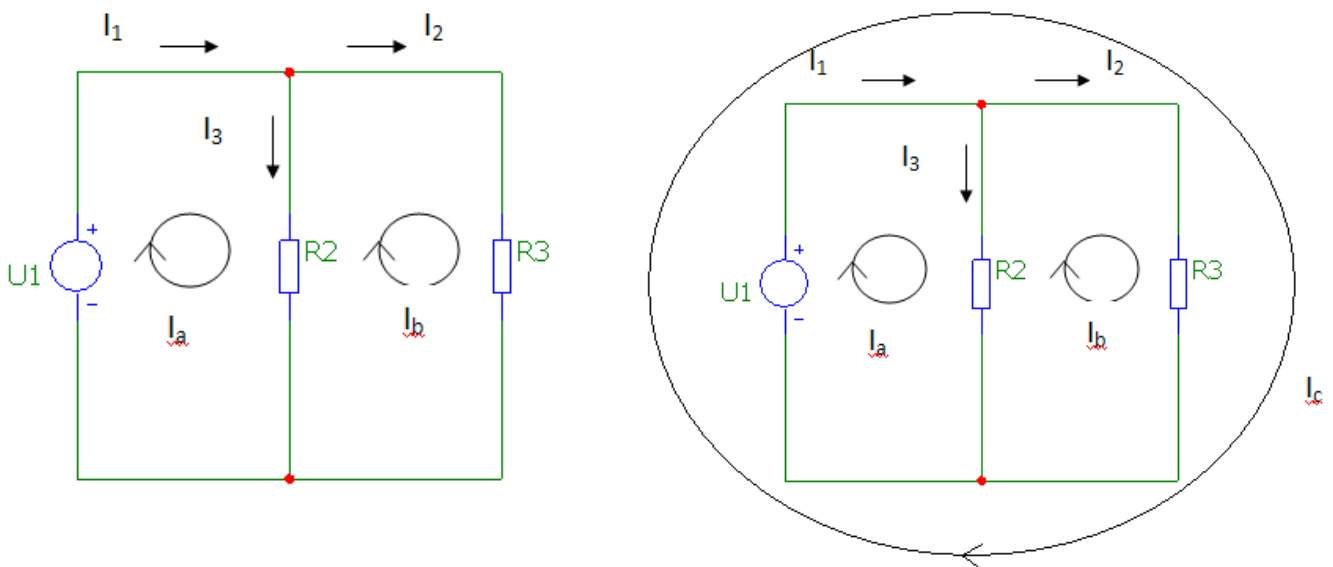
Metoda smyčkových proudů se používá při řešení složitějších obvodů, kde použití I. a II. Kirchoffova zákona vede k sestavení rovnic. Tato metoda je založena jen na použití II. KZ.

Vysvětlivky k nadcházejícímu tvrzení:

Větev je část obvodu mezi dvěma uzly.

Uzavřená smyčka je taková smyčka, při jejímž kreslení se musíme dostat od uzlu k tomu samému uzlu bez toho, abychom nějakou větví prošli dvakrát a taky po uzavření nám nesmí zůstat větev, kterou jsme neprošli uvnitř této smyčky.

V této metodě se používá druhý Kirchoffův zákon (Součet všech úbytků napětí a napětí ve smyčce se rovná 0). V obvodu si zvolíme smyčkové proudy, které určují směr proudu v dané smyčce, a označíme si je. Smyčkové proudy se dají zvolit jen v uzavřené smyčce obvodu. Takže se nám obvod rozdělil na několik částí. A na každé součástce také označíme předpokládaný tok proudu.



Obr. 4 Vlevo správné označení proudů vpravo je  $I_c$  zbytečný a nesplňuje podmínku

Nyní si sestavíme rovnice pro každou smyčku. A to tímto způsobem:

$$R * (I_a - I_b)$$

odpor rezistoru \* (proud ve smyčce, kterou počítáme - proud v sousední smyčce)

a takhle postupujeme dál, zdroj napětí máme zadaný, a podle směrů šipky zdroje většinou od plus k minus, a směru šipky smyčkového proudu. Pokud mají šipky stejný směr, napětí přičítáme a naopak.

Obvod na Obr. 4 je pomocí tohoto postupu přepsán do těchto rovnic:

$$R2 \cdot (Ia - Ib) = U1$$

$$R2 \cdot (Ib - Ia) + R3 \cdot Ib = 0$$

### 3.2 Eulerova metoda pro časově závislé proměnné

V aplikacích často pracujeme s diferencovatelnými funkcemi, které jsou dány pouze hodnotami a nebo body. Pro zjednodušení si můžeme vzít hodnoty funkce  $f$  a ty jsou dány body:

$$a = x_0; x_1; x_2; \dots; x_n = b \in [a; b];$$

kde  $x_k = x_0 + k \cdot h$  a  $h = \frac{b-a}{n}$ , taky víme, že  $f(x_k)$  ( $n \in \mathbb{N}$ ,  $k \in \{1; \dots; n\}$ ).

Občas se také potýkáme s následujícím problémem: Jak aproximovat derivaci funkce  $f$  složenou z bodů  $x_k$  kde  $k \in \{1; \dots; n\}$ , tak aby byla aproximační chyba pro  $h \rightarrow 0$  malá. První myšlenka by mohla být použít definici derivace:

$$f'(x_k) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_k + h) - f(x_k)}{h} \approx \frac{f(x_k + h) - f(x_k)}{h} = \frac{f(x_{k+1}) - f(x_k)}{h}$$

Jestliže uděláme Taylorův rozvoj prvního řádu pro funkci  $f$  a bod  $x_k$ :

$$f(x_k + h) = f(x_k) + f'(x_k) \cdot h + R_2 \cdot (x_k + h)$$

A když z této rovnice vyjádříme  $f'(x_k)$  tak dostáváme stejnou rovnici:

$$f'(x_k) \approx \frac{f(x_k + h) - f(x_k)}{h} = \frac{f(x_{k+1}) - f(x_k)}{h}$$

### 3.3 Gaussova eliminační metoda

Řeším soustavu rovnic  $Ax = b$ , kde  $A$  je čtvercová a regulární matice. V prvním kroku nechť prvek  $a_{11} \neq 0$  (lze vždy dosáhnout přehozením rovnic). Prvek  $a_{11}$ , použitý k úpravě rovnic 2, ..., n nazveme hlavním prvkem (pivot).

Od  $i$ -té rovnice odečteme 1. rovnici násobenou multiplikátorem  $m_1^{(1)} = -a_{i1}/a_{11}$ . Modifikovaná soustava bude mít v 1. sloupci pod diagonálou samé 0. Úprava prováděná současně s pravou stranou odpovídá násobení rovnice maticí

$$D_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -a_{21}/a_{11} & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -a_{n1}/a_{11} & 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix}$$

Rovnice po první úpravě má tvar  $D_1Ax = D_1b$ , označíme  $D_1A \equiv A^{(1)}$  a  $D_1b \equiv b^{(1)}$ .

Po  $k$ -lúpravách má matice  $A^{(k-1)}$  tvar

$$A^{(k-1)} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1,k-1} & a_{1k} & \dots & a_{1n} \\ 0 & a_{22}^{(1)} & \dots & a_{2,k-1}^{(1)} & a_{2k}^{(1)} & \dots & a_{2n}^{(1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & a_{k-1,k-1}^{(k-2)} & a_{k-1,k}^{(k-2)} & \dots & a_{k-1,n}^{(k-2)} \\ 0 & 0 & \dots & 0 & a_{kk}^{(k-1)} & \dots & a_{k,n}^{(k-1)} \\ 0 & 0 & \dots & 0 & a_{k+1,k}^{(k-1)} & \dots & a_{k+1,n}^{(k-1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & a_{nk}^{(k-1)} & \dots & a_{n,n}^{(k-1)} \end{pmatrix}$$

Zde horní index značí počet úprav daného prvku.

Pokud  $a_{kk}^{(k-1)} \neq 0$ , lze ho zvolit za hlavní prvek, spočítat multiplikátory  $m_i^{(k)} = -\frac{a_{ik}^{(k-1)}}{a_{kk}^{(k-1)}}$

pro  $i=k+1, \dots, n$  a upravit příslušné rovnice.

V  $k$ -tém kroku úpravy je používán jako hlavní prvek, který byl několikrát upravený hlavní prvek  $\Rightarrow$  ztráta přesnosti  $\Rightarrow$  výběr hlavního prvku.

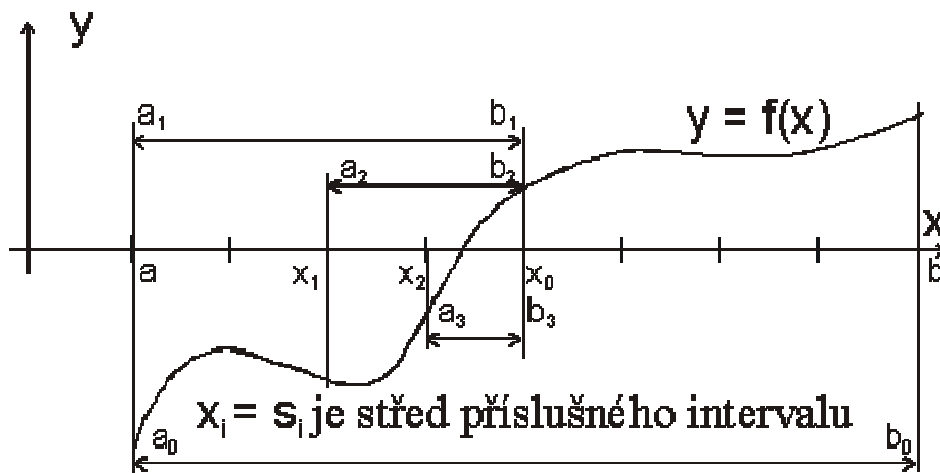
Bez výběru hlavního prvku - přímé metody nepoužitelné pro obecné matice!!

### 3.4 Bisekce

Bisekce je metoda sloužící k hledání kořenu zadané funkce.

Jedná se o vždy konvergentní, nestacionární a dá se říci univerzální metodu, která se dá použít ve většině praktických případů.

Aby bylo možno metodu užít, musí být splněny dvě podmínky. První je požadavek, aby funkce  $f$  byla spojitá pro  $x \in I_0 = \langle a_0, b_0 \rangle$ . Druhou podmínkou je, aby funkční hodnoty v krajních bodech zvoleného intervalu měly opačná znaménka, tj. musí platit  $f(a_0) f(b_0) < 0$ . Pokud jsou obě podmínky splněny, pak tato metoda vždy konverguje. Princip bisekce je znázorněn na následujícím obrázku.



Obr. 5 Princip bisekce

Polohu kořene zjišťujeme rozpůlením intervalu  $\langle a_i, b_i \rangle$  a zjištěním, ve které části kořen leží. Zmenšený interval, v němž leží kořen lze dále rozpůlit a tak zvyšovat přesnost výpočtu. Střed posledního sestrojeného intervalu lze považovat za aproximaci kořene řešené rovnice. Z tohoto postupu je patrné, že čím více kroků provedeme, tím přesnější dostaneme výsledek.

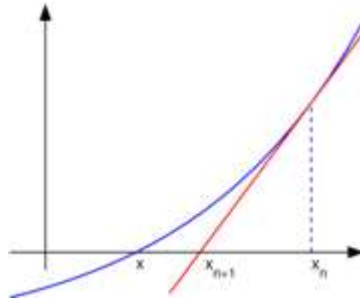
Pokud potřebujeme zjistit odhad pro maximální možnou odchylku kořene u této metody, pak můžeme použít pro odhad chyby následující vzorec:

—  
Kde

kde  $n$  je počet kroků a  $a_0$  dolní mez intervalu a  $b_0$  je horní mez intervalu. Z tohoto vzorce se dá určit z požadovaného počtu platných míst - tedy z požadované přesnosti určení kořene požadovaný počet kroků.

### 3.5 Newtonova metoda

Newtonova metoda je iterační metoda užívaná v numerické matematice k přibližnému řešení soustav nelineárních rovnic. Nazývá se také metoda tečen (nebo Newton-Raphsonova metoda), protože přesnější řešení rovnice  $f(x) = 0$  je hledáno ve směru tečny funkce  $f(x)$ .



Obr. 6 Jeden krok newtonovy metody

Popíšeme si jeden krok newtonovy metody při hledání řešení  $f(x) = 0$  viz. Obr. 6. Bod  $x_n$  představuje původní odhad, v němž je sestrojena tečna ke křivce  $f(x)$ . V místě, kde tečna protíná osu  $x$ , se nachází nový odhad  $x_{n+1}$ .

#### Princip metody

Newtonova metoda tečen slouží k nalezení řešení rovnice  $f(x) = 0$  za předpokladu, že známe derivaci funkce  $f'(x)$ , tedy směrnici tečny. Pro jednoduchost dále předpokládáme, že  $x$  i  $f(x)$  jsou skaláry.

Dalším nezbytným předpokladem je znalost počáteční hodnoty  $x_0$ , v jejíž blízkosti hledáme řešení. Pokud se funkce  $f(x)$  „chová rozumně“ (je spojitá, hladká a monotónní v intervalu, ve kterém hledáme řešení), lze očekávat řešení v místě, kde tečna sestrojena z bodu  $f(x_0)$  protíná osu  $x$ . (Směrnice této tečny je  $f'(x_0)$ .) Tento průsečík označíme  $x_1$  a vypočteme jej podle následujícího vztahu.

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}$$

Za splnění výše uvedených předpokladů by měla hodnota  $f(x_1)$  být blíže nule než původní  $f(x_0)$ . Stejný postup můžeme opakovat a najít tak ještě přesnější hodnotu  $x_k$ .

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)}$$

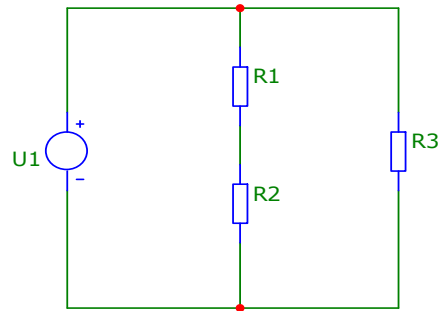
Iteraci provádíme tak dlouho, dokud hodnota  $f(x_k)$  neleží dostatečně blízko nuly.

## 4 Numerické výsledky

V této části vám předvedu numerické výsledky mé práce. Zdrojové kódy psané v Matlabu naleznete na CD, které je přiloženo k této bakalářské práci.

### 4.1 Lineární obvod

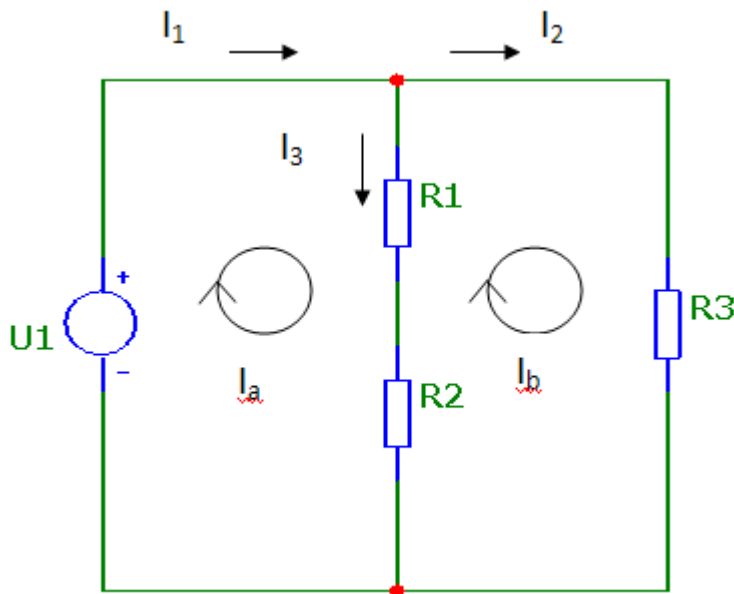
Uvažujme obvod nakreslený níže na Obr. 7



Obr.7 Schéma lineárního obvodu

$R1=5\Omega$ ,  $R2=10\Omega$ ,  $R3=5\Omega$ ,  $U1=10V$

Použijeme metodu smyčkových proudů.



$$\text{Smyčky A: } R1 \cdot (I_a - I_b) + R2 \cdot (I_a - I_b) - U1 = 0$$

$$\text{Smyčky B: } R1 \cdot (I_b - I_a) + R2 \cdot (I_b - I_a) - R3 \cdot I_b = 0$$

$$\text{Matice A: } \begin{pmatrix} R1 + R2 & -R1 - R2 \\ -R1 - R2 & R1 + R2 + R3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_a \\ I_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{Matice A: } \begin{pmatrix} 15 & -15 \\ -15 & 20 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_a \\ I_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Použitím Gaussovy eliminační metody získáme výsledek, který je vypsán z Matlabu:

```

>> A=[15 -15;-15 20]
A =
    15  -15
   -15   20
>> b=[10;0]
b =
    10
     0
>> [L,U]=lu(A)
L =
    1.0000
    0.0000
    0.0000
U =
    1.0000   0.0000
    0.0000   2.0000
>> I = U \ (L \ b)
I =
    2.6667
    2.0000

```

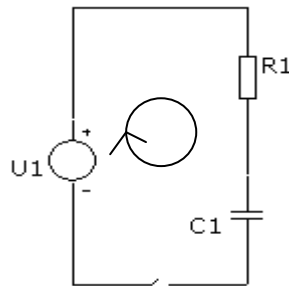
Z těchto výsledků plyne, že  $I_a = 2,6667A$  a  $I_b = 2A$

A jen pro ukázkou napětí na rezistoru R2 se spočte :

$$U_{R2} = R2 \cdot (I_a - I_b) = 10 \cdot 0,6667 = 6,67V$$

## 4.2 Vybíjení a nabíjení kondenzátor

Nejjednodušší obvod s kondenzátorem je sériový obvod rezistor-kondenzátor.



Obr.8 Schéma lineárního obvodu

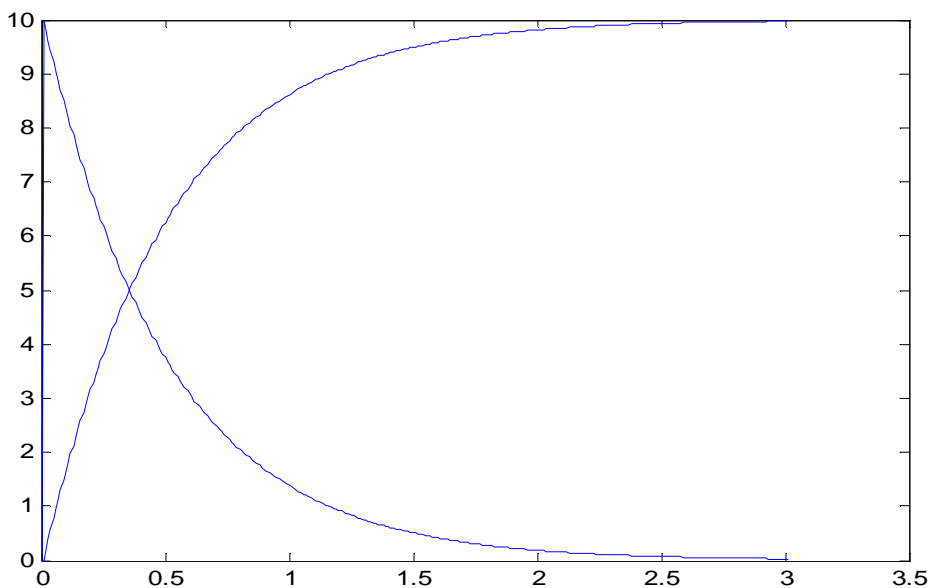
Kondenzátor se v tomto obvodu nabíjí, pokud je tlačítko v rozepnutém stavu. Jakmile se tlačítko sepne, tak se kondenzátor začne vybíjet. To vše se dá popsat jednoduchými rovnicemi.

Nabíjení kondenzátoru:

Vybíjení kondenzátoru se odvozuje podobně akorát výsledek odvození je:

Mějme  $U_{cc}=10V$ ,  $C=10\mu F$ ,  $R=20k\Omega$   $t=0,2s$  pak ..

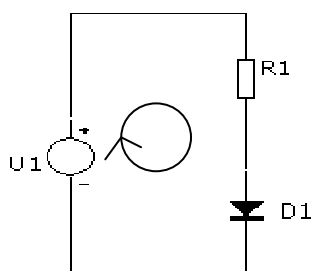




Obr. 9 Nabíjení a vybíjení kondenzátou

### 4.3 Obvod rezistor-dioda

Obvod rezistor-dioda by se dal zařadit mezi nelineární obvody.



Obr.10 Schéma lineárního obvodu

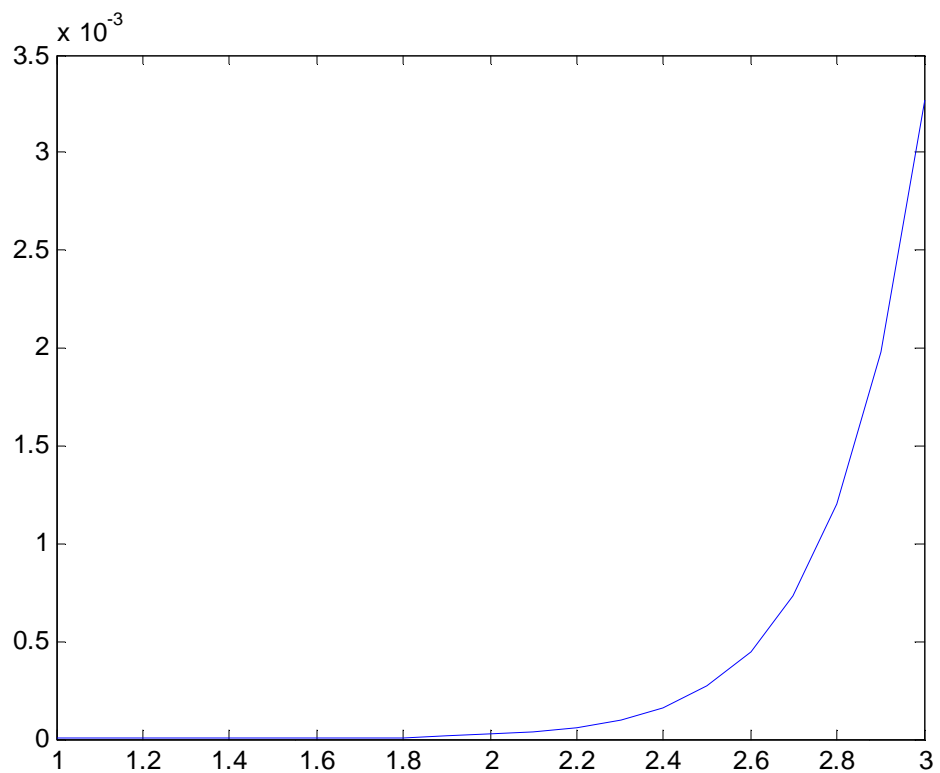
Pro naše účely nám stačí zjednodušený typ této rovnice, kterou jsem si vytvořil pomocí výsledků měření diod a Shockleyovy rovnice.

$$I = I_0 \cdot \left( e^{\frac{U}{U_0}} - 1 \right)$$

$I_0$  a  $U_0$  jsem dosáhl pomocí bisekce a výsledek byl následující:

$$I_0 = 10^{-10} \text{ A}$$

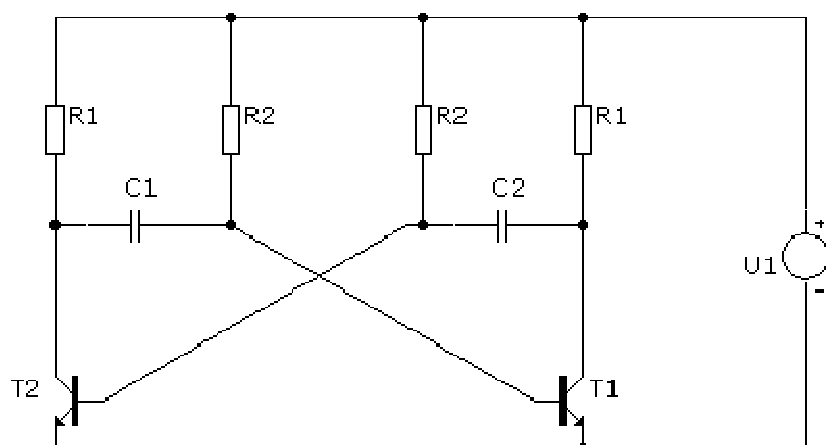
$$U_0 = 0,2025 \text{ V}$$



Obr.11 Graf obvodu rezistor-dioda

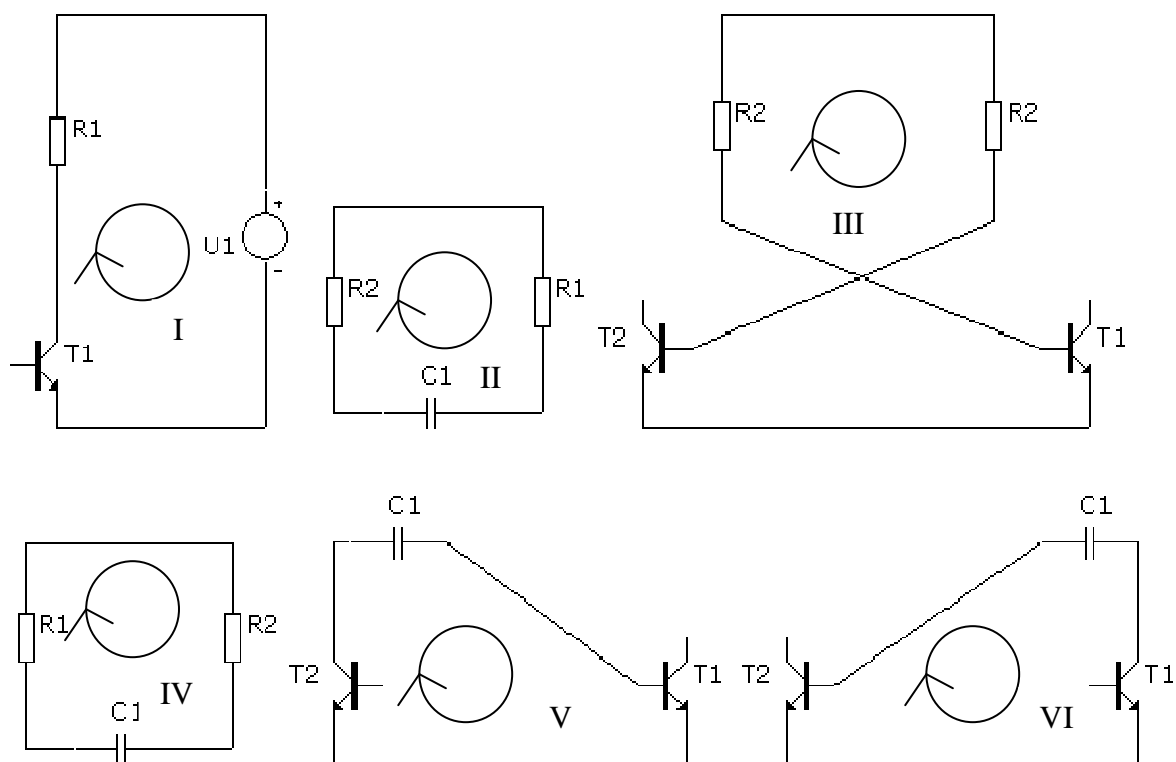
#### 4.4 Klopný obvod

Řešit budeme astabilní klopný obvod s tímto zapojením:



Obr.12 Schéma lineárního obvodu

Pomoci metody smyčkových proudů jsem vytvořil tyto smyčky:



A z nich tuto soustavu rovnic:

—  
—  
—  
—

Vytvořili jsme si jacobián od této soustavy a newtonovu metodu pro řešení soustavy

Numerické výsledky:

Zde je několik grafů jak skočila simulace, když Newtonova metoda konvergovala:

Ad a)

$R1=10k\Omega$

$R2=150k\Omega$

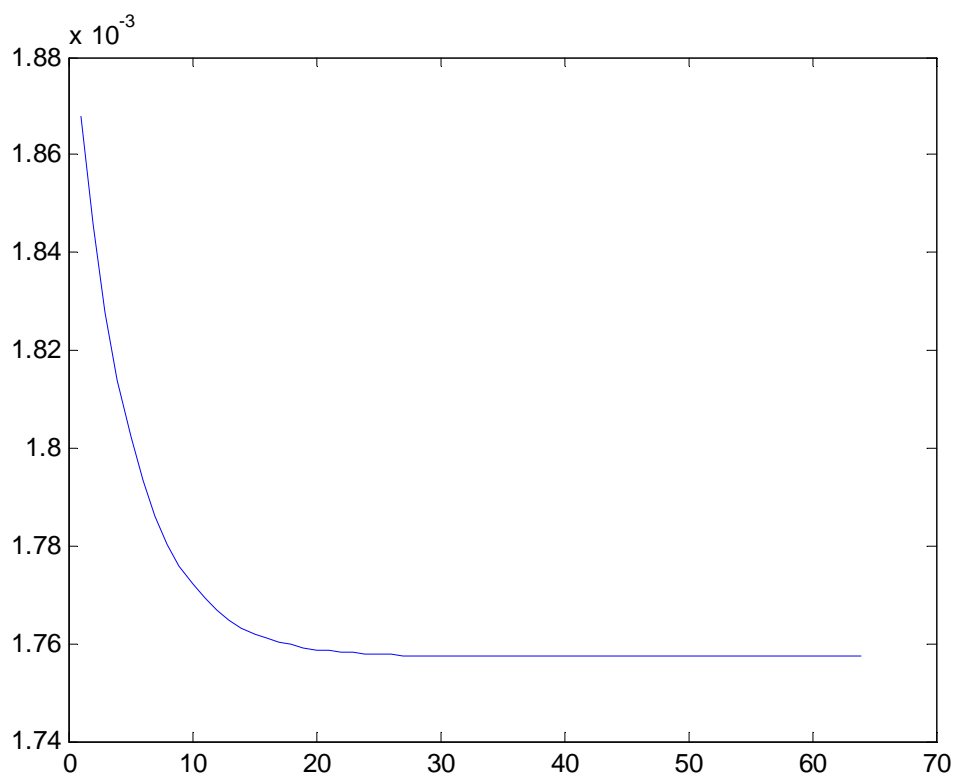
$C1=C2=10e-6$  F

$U_{cc}=10V$

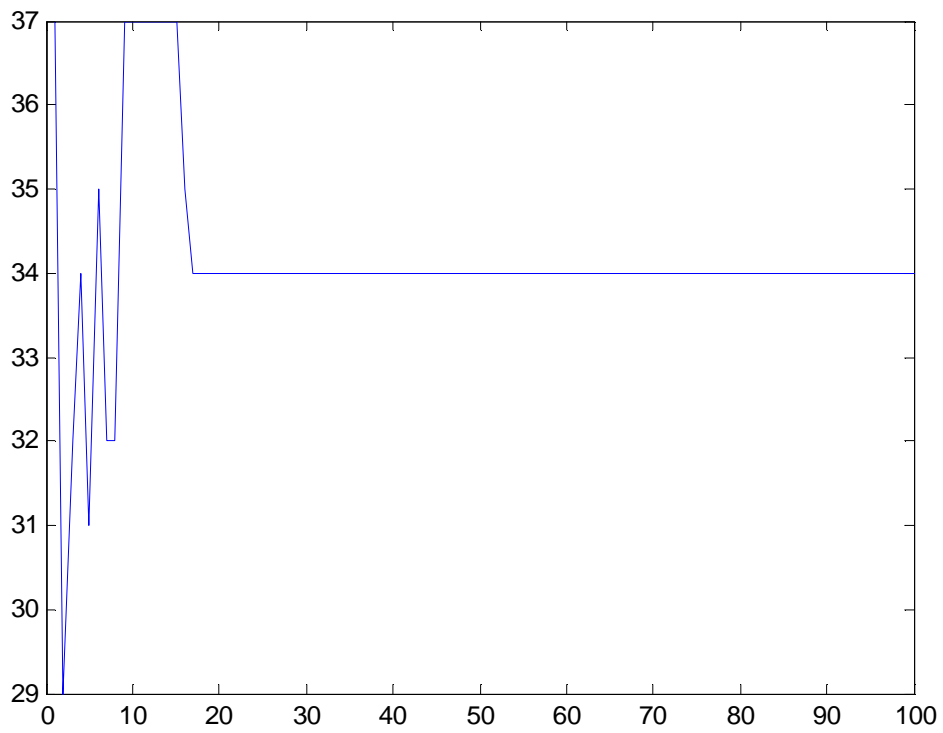
$Dt=1e-3$

Přesnost newtonovy metody= $1e-6$

Výsledek:



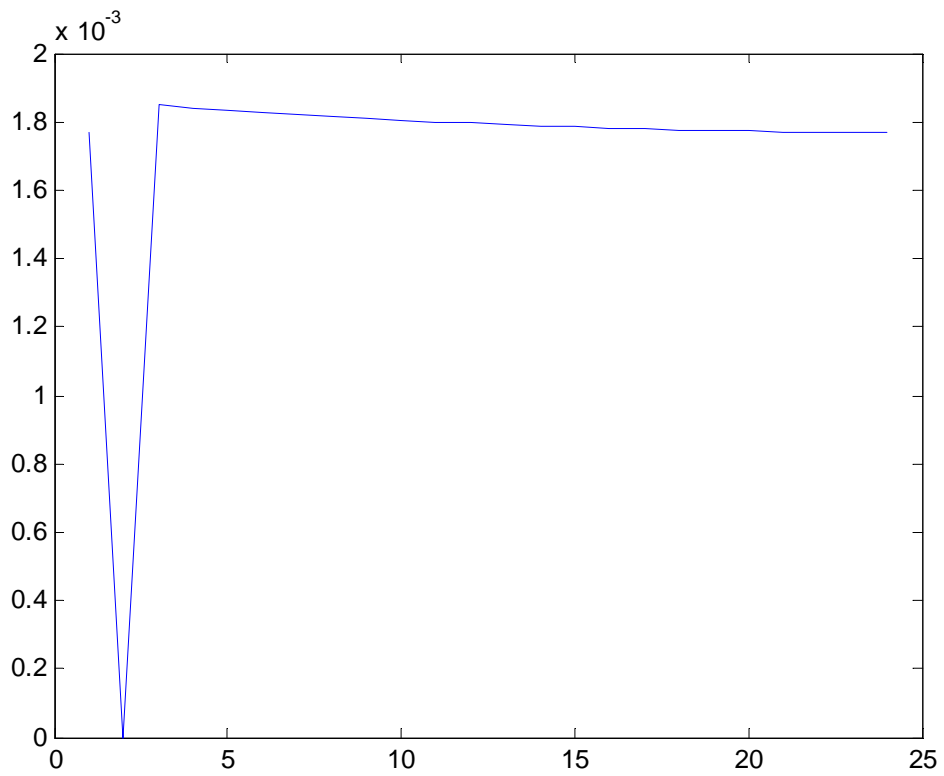
Obr. 13 Výsledek funkce klopného obvodu



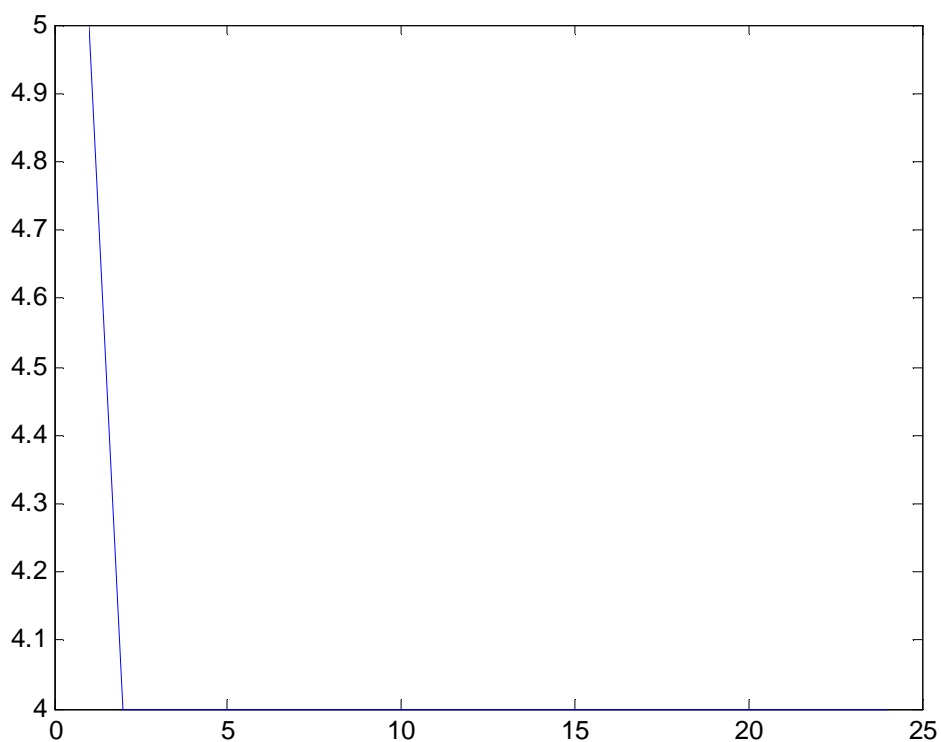
Obr. 14 Počet iterací newtonovy metody

Ad b)

Při změně přesnosti newtonovy metody na  $1e-2$



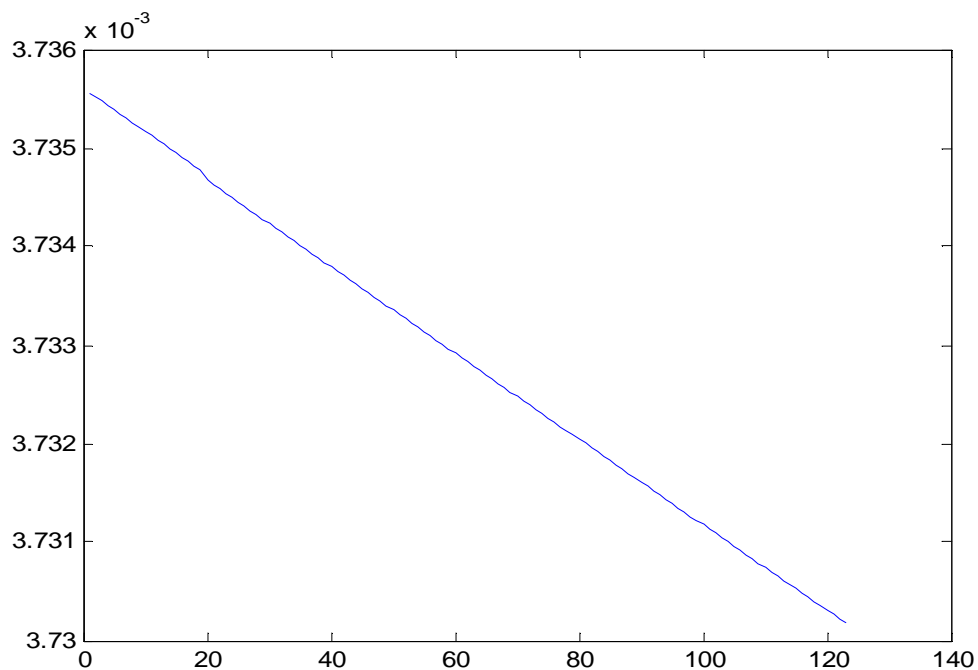
Obr. 15 Výsledek funkce klopného obvodu při změně přesnosti



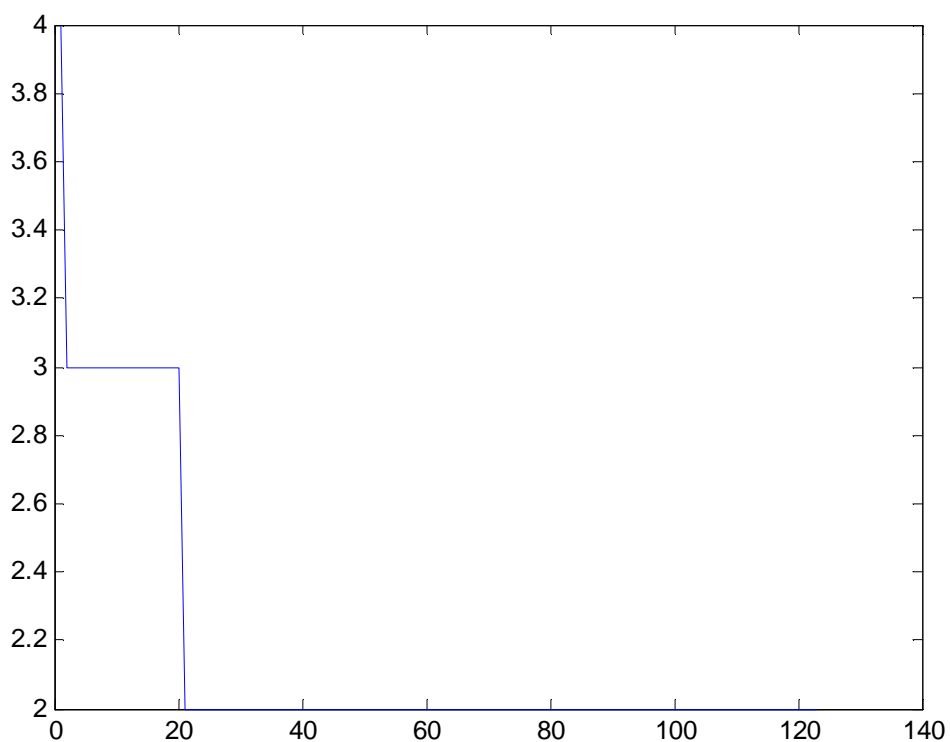
Obr. 16 Počet iterací newtonovy metody

Ad c)

Změna napájecího napětí  $U_{cc}=20V$



Obr. 17 Výsledek funkce klopného obvodu při změně napájecího napětí



Obr. 18 Počet iterací newtonovy metody

Newtonova metoda, ale většinou nekonvergovala tak, jak by měla. A usoudil jsem, že by to mohlo být špatným modelem tranzistoru, protože ve výsledcích jde vidět, že nemohlo dojít ani k sepnutí tranzistoru.

## 5 Závěr

Cílem této práce naučit se programovat modely obvodů a hlavně klopného obvodů. Programování lehkých obvodů bylo bez problému, ale u klopného obvodu jsem se setkal s problémem nekonvergence newtonovy metody. Metoda nekonvergovala hlavně z důvodu, že matice proudů pro klopný obvod nebyla ryze diagonálně dominantní. Dalším důvodem byl asi i problém s nelinearitami v modelu tranzistoru.

Tento problém jsme se snažili eliminovat pomocí bisekce vnořené do newtonovy metody. Potom jsme zkoušeli i pseudoinverzi a také jsme se pokoušeli o umělou diagonální dominanci. Ale i tak se nám nepodařilo zprovoznit simulaci klopného obvodu.

Tento problém by se dal možná odstranit pomocí změny modelu tranzistoru na snadněji diferencovatelný. Ten si můžeme představit jen jako spínač ovládaný pouze proudem báze a to ještě lineárně.

Přínosem této práce byla pro mne zkušenost pokusit se spojit matematiku a elektroniku. A pro ostatní, i když jsou už tyto modely známé, tak nejsou nikde uveřejněny pro společnost. Doufám, že některá má zjištění a navržená doporučení v dané problematice mohou napomoci k odstranění problému, se kterými jsem se setkal při vypracovávání této bakalářské práce