

# Lineární algebra — Projekce EKG signálu na lékařský model



Dalibor Lukáš

Katedra aplikované matematiky  
FEI VŠB–Technická univerzita Ostrava

email: dalibor.lukas@vsb.cz

<http://www.am.vsb.cz/lukas/LA1>



Prezentace byla vytvořena v rámci realizace projektu *Informatika v telemedicině* (reg. č. CZ.1.07/2.2.00/28.0322).



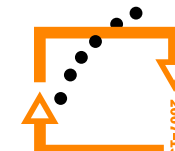
evropský  
sociální  
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



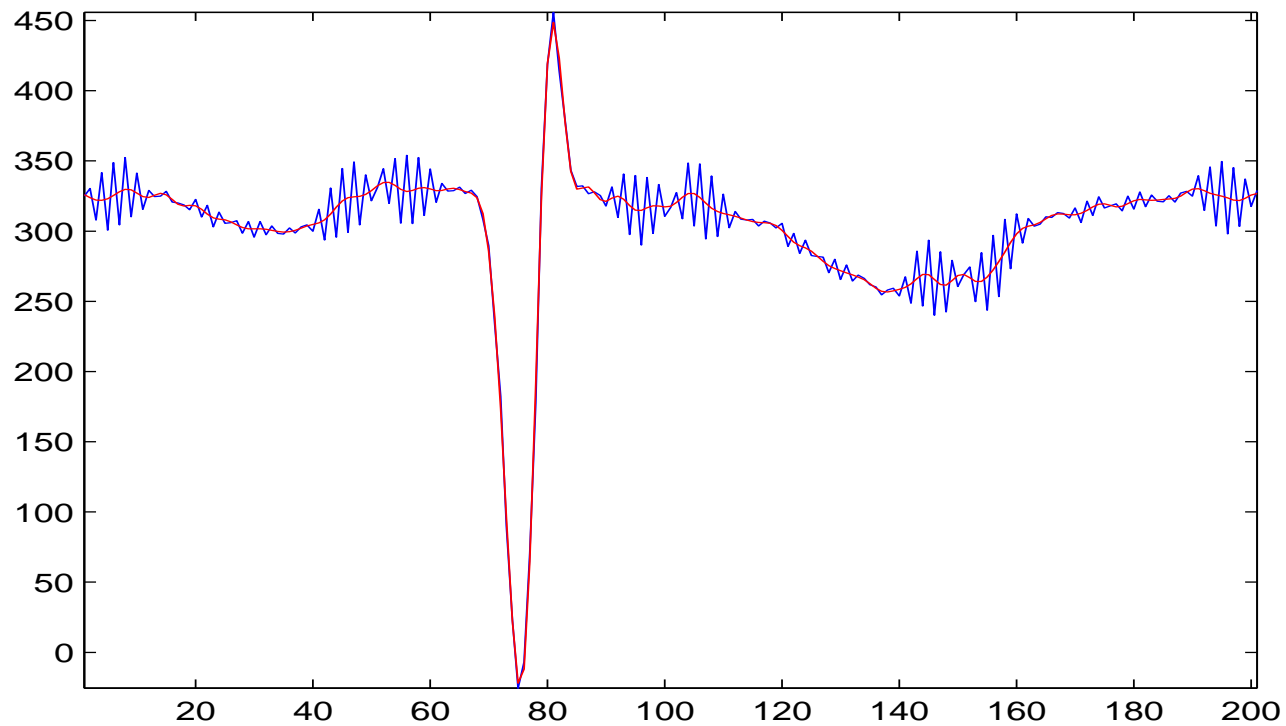
OP Vzdělávání  
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

## Odstranění šumu z EKG signálu

Rekonstrukce EKG signálu ze 40 Fourierových souřadnic — úplná informace, žádný šum, dobrá komprese

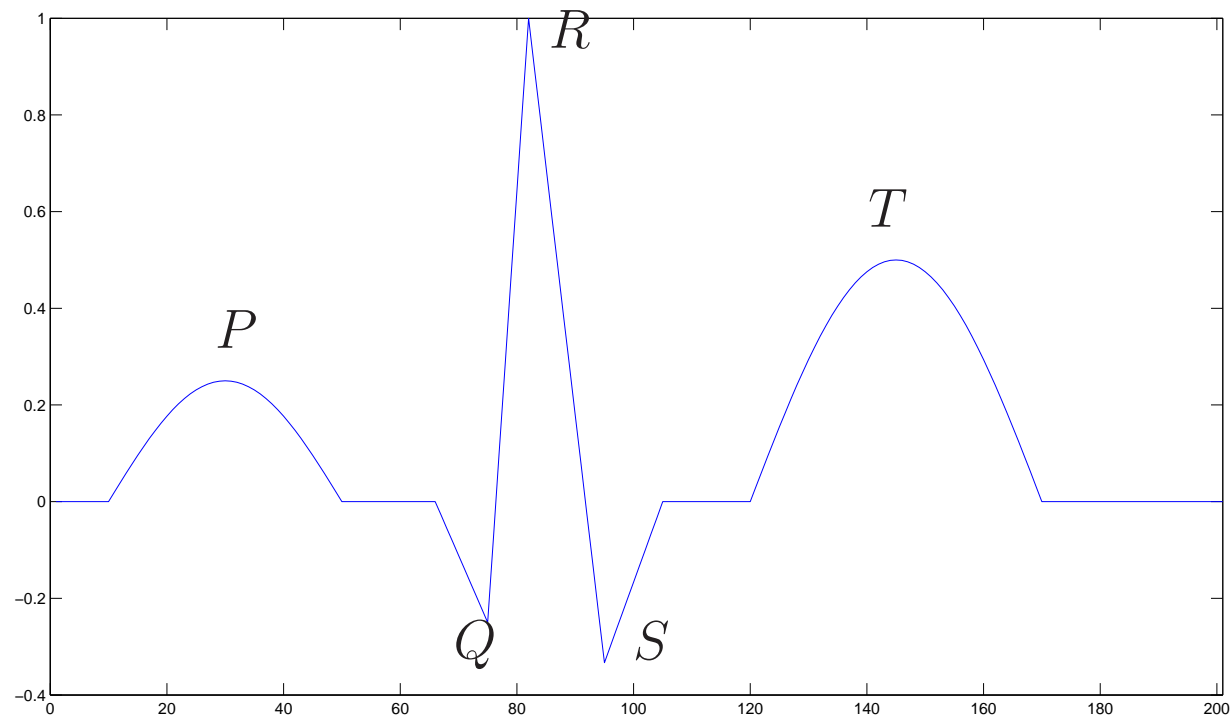
$$s_{40}(t) = \mathcal{R} \left\{ \sum_{k=-40}^{40} \hat{s}_k \exp(ik\omega t) \right\}, \text{ kde } \omega := 2\pi/n$$



# Ortogonalní projekce EKG signálu na modelový signál

Modelový EKG signál: parametr  $\mathbf{x} := (P, Q, R, S, T)$

$$s_{\text{model}}(t, \mathbf{x}) : \langle 1, 201 \rangle \times \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}, \mathbf{s}_{\text{model}}(\mathbf{x}) : \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^{201} : (\mathbf{s}_{\text{model}}(\mathbf{x}))_j := s_{\text{model}}(j, \mathbf{x})$$



# Ortogonalní projekce EKG signálu na modelový signál

Modelový EKG signál: parametr  $\mathbf{x} := (P, Q, R, S, T)$

$$s_{\text{model}}(t, \mathbf{x}) : \langle 1, 201 \rangle \times \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}, \mathbf{s}_{\text{model}}(\mathbf{x}) : \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^{201} : (\mathbf{s}_{\text{model}}(\mathbf{x}))_j := s_{\text{model}}(j, \mathbf{x})$$

$$s_{\text{model}}(t, P, Q, R, S, T) := \begin{cases} P \sin\left(\frac{\pi}{50-10}(t-10)\right) & t \in \langle 10, 50 \rangle \\ -\frac{Q}{75-66}(t-66) & t \in \langle 66, 75 \rangle \\ -Q + \frac{Q+R}{82-75}(t-75) & t \in \langle 75, 82 \rangle \\ R - \frac{R+S}{95-82}(t-82) & t \in \langle 82, 95 \rangle \\ -S + \frac{S}{105-95}(t-95) & t \in \langle 95, 105 \rangle \\ T \sin\left(\frac{\pi}{170-120}(t-120)\right) & t \in \langle 120, 170 \rangle \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$

Zobrazení  $\mathbf{s}_{\text{model}}(\mathbf{x}) : \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^{201}$  je lineární, tj.

$$\mathbf{s}_{\text{model}}(\mathbf{x}) := \mathbf{A} \cdot \mathbf{x}.$$

# Ortogonalní projekce EKG signálu na modelový signál

## Metoda nejmenších čtverců

Hledáme nejlepšího kandidáta  $\hat{\mathbf{x}} \in \mathbb{R}^5$  na přibližné řešení soustavy (která nemá řešení):

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{s}_{40} - (\mathbf{s}_{40})_1 \mathbf{1}$$

tak, že minimalizuje eukleidovskou normu chyby

$$\|\mathbf{A} \cdot \mathbf{x} - (\mathbf{s}_{40} - (\mathbf{s}_{40})_1 \mathbf{1})\|.$$

To vede na jednoznačné řešení následující normálové rovnice:

$$(\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{A}) \cdot \hat{\mathbf{x}} = \mathbf{A}^T \cdot (\mathbf{s}_{40} - (\mathbf{s}_{40})_1 \mathbf{1}).$$

# Ortogonalní projekce EKG signálu na modelový signál

Metoda nejmenších čtverců = „fitování“ naměřených dat modelem

$$s_{40}(t) \rightsquigarrow s_{\text{model}}(t, \hat{\mathbf{x}})$$

