Testování hypotéz

Analýza dat z dotazníkových šetření

© Kuranova Pavlina

Statistická hypotéza

- Možné cíle výzkumu
  - Srovnání účinnosti různých metod
  - Srovnání výsledků různých skupin

  Tzn. prokázání rozdílů mezi parametry náhodných veličin

  Např. průměrné výsledky srovnávacích testů závisí na typu absolvované střední školy

Statistická hypotéza = předpoklad (tvrzení) o základním souboru (populaci)

  Zakládá se na předchozí zkušenosti, na rozboru dosavadních znalostí nebo na pouhé domněnce

Typy statistických hypotéz

- Parametrické hypotézy – hypotézy o parametrech rozdělení populace (nejčastěji normálního rozdělení)
  - Hypotézy o parametru jedné populace (srovnávací testy)
  - Hypotézy o parametrech dvou populaci (srovnávací testy)
  - Hypotézy o parametrech více než dvou populací (Anova)

Neparametrické hypotézy – hypotézy o jiných vlastnostech populace (typ rozdělení, závislost proměnných….)

Hypotézy

Nulová hypotéza – ozn. H_0

Takové tvrzení o populaci, které je bráno jako předpoklad při testování

Představuje rovnovážný stav a bývá vyjádřena rovností „=„ mezi sledovaným jevem a parametrem θ a jeho očekávanou hodnotou θ_0

Alternativní hypotéza H_A (H_1) :

Představuje porušení rovnovážného stavu a zapisujeme ji tedy jedním ze tří možných zápisů nerovnosti ($\neq, <, >$)

- H_0: $\theta = \theta_0$; H_A: $\theta \neq \theta_0$ … oboustranná alternativa
- případně existují jen levostranná H_A: $\theta < \theta_0$a pravostranná H_A: $\theta > \theta_0$alternativa
- Cílem testování nulové hypotézy je dospět k úsudku, zda můžeme tuto hypotézu zamítnout vzhledem ke stanovené hypotéze alternativní.

Testování statistických hypotéz

- Rozhodovací proces, kdy proti sobě stojí dvě tvrzení – **nulová** a **alternativní** hypotéza
- Nulovou hypotézu považujeme za pravidlo až do okamžiku, kdy nás informace získané z výběrového souboru přesvědčí o opaku (analogie s presumpcí neviny v soudnictví).
- Možné závěry testu statistické hypotézy:
  - Zamítáme H_0 ve prospěch hypotézy H_A
  - Nezamítáme H_0

Testování pomocí intervalových odhadů

- Lze použít pouze pro testování parametrických hypotéz (umíme nalézt pouze intervalové odhady normálního rozdělení)

- Postup:

1. Formulace nulové a alternativní hypotézy
2. nalezení příslušného intervalového odhadu
3. Ověření toho, zda testovaná hodnota parametru leží v nalezeném intervalovém odhadu
4. Formulace závěru testu

Čistý test významnosti

Postup:

1. Formulace nulové a alternativní hypotézy
2. Volba testové statistiky (testového kritéria) $T(\boldsymbol{X})$ musíme znát rozdělení při platnosti nulové hypotézy (nulové rozdělení)
3. Ověření předpokladů testu.
4. Výpočet pozorované hodnoty x_{OBS} testové statistiky $T(\boldsymbol{X})$
5. Výpočet p_value
6. Rozhodnutí na základě p_value

T test
Test hypotézy o střední hodnotě (neznáme rozptyl σ^2)

- Předpoklad testu: parametrický test (normalita)

- Testová statistika:

$$T(X) = T_{n-1} = \frac{\bar{X} - \mu}{s}\sqrt{n} \to t_{n-1}$$

Předpoklad, že oba výběry pocházejí z normálního rozdělení, nemusí být za každou cenu dodržen. T-test totiž pracuje s průměry obou výběrů, a ty již při rozsahu výběru v řádu desítek mají přibližně normální rozdělení díky centrální limitní větě.

T test - příklad

Inteligenční kvocient (IQ) popisuje inteligenci jednotlivce v poměru k ostatní populaci, přičemž za střední hodnotu se považuje IQ 100 bodů. Je známo, že IQ má normální rozdělení. Při testu inteligence, kterého se zúčastnilo 10 náhodných vybraných studentů posledního ročníku výběrové školy ASNEM, byly naměřeny následující hodnoty IQ:

65 98 103 77 93 102 102 113 80 94

Ověřte čistým testem významnosti hypotézu, že na škole ASNEM je střední hodnota IQ studentů závěrečného ročníku podprůměrná.

T test - příklad

- Řešení:

1. formulace nulové a alternativní hypotézy: $H_0\colon \mu = 100$

   - Průměrné IQ 10-ti testovaných studentů je:
   - $\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{10} X_i}{n} = \frac{65+98+\cdots+94}{10} \cong 92{,}7$ $H_A\colon \mu < 100$

2. Volba testové statistiky:

   - Hypotéza o střední hodnotě, neznáme rozptyl:
   - $T(X) = \frac{\bar{X}-\mu}{s}\sqrt{n} \to t_9$
   - $s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{10}(x_i-\bar{x})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{(65-92{,}7)^2+\cdots+(94-92{,}7)^2}{10-1}} \cong 14{,}5$

T test - příklad

- 3. výpočet pozorované hodnoty testové statistiky *T (X)* – $\boldsymbol{x_{OBS}}$
- Řešení:

$x_{OBS} = T\ (X)|H_0 = \frac{92{,}7-100}{14{,}5}\sqrt{10}$=-1,59

4. Výpočet p-value:

- Z tvaru alternativní hypotézy => *p-value* = $F\ (x_{OBS})$, kde $F_0(X)$ je distribuční funkce studentova rozdělení s 9 stupni volnosti
- $p - value = F_0(-1{,}59) = 1 - F_0(1{,}59) = 0{,}073$

5. Rozhodnutí na základě p-value

- p-value je větší než 0,05. Na hladině významnosti 0,05 nezamítáme nulovou hypotézu. Nelze tedy tvrdit, že střední hodnota IQ studentů závěrečného ročníku školy ASNEM je podprůměrná.
- Jinak řečeno, rozdíl mezi předpokládanou střední hodnotou IQ a pozorovaným průměrem IQ je statisticky nevýznamný.

Exaktní Binomický test

Pro $(n_1+n_2) \leq 25$

V případě, že *$(n_1+n_2) > 25$, lze dle dokumentace SPSS použít aproximaci* ***normálním rozdělením***.

- Je-li $\pi_{1,0} = 0{,}5$(relativní četnost), pak můžeme nulovou hypotézu napsat jako $H_0\colon \pi_1 = \pi_2$ a alternativní jako $H_A\colon \pi_1 \neq \pi_2$.
- Pro $n_1 < n_2$ a $p_1 < \pi_{1,0}$ je alternativní hypotéza stanovena jako $H_A\colon \pi_1 < \pi_{1,0}$.
- Pro $n_1 < n_2$ a $p_1 > \pi_{1,0}$ je alternativní hypotéza stanovena jako $H_A\colon \pi_1 > \pi_{1,0}$.

Při exaktním testu se spočte minimální hladina významnosti α', která se porovnává se zvolenou hladinou významnosti α (pokud $\alpha' \leq \alpha$, pak H_0 zamítneme, platí-li, *že $\alpha' > \alpha$ a* H_0 *nezamítáme)*.

χ^2 Test dobré shody

- Využívá se pro testování ***K*** kategorií

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{K} \frac{\left(n_i - n\pi_{i,0}\right)^2}{n\pi_{i,0}}$$

- Kde $n \cdot \pi_{i,0}$ je teoretická (očekávané) obsazení i-té kategorie při výběru o rozsahu *n*.
- Za předpokladu, že platí H_0 , chí kvadrát rozdělení s *(K-1)* stupni volnost, tj. vypočtenou hodnotu porovnáváme s kvantilem $\chi^2_{1-\alpha}(K-1)$