

Téma 7

Staticky neurčitý rovinný oblouk

Staticky neurčitý rovinný kloubový příhradový nosník

- Základní vlastnosti staticky neurčitého rovinného oblouku
- Dvojkoubový oblouk, dvojkoubový oblouk s táhlem
- Vetknuté oblouky, přibližný výpočet plochých parabolických oblouků
- Staticky neurčitý a příhradový nosník
- Poznámky k řešení staticky neurčitých příhradových nosníků

Podrobnější popis střednice oblouku

Základní pojmy:

Vrchol oblouku C (nejvyšší bod oblouku)

Rozpětí oblouku l (vodorovná vzdálenost podporových bodů)

Vzepětí oblouku f (svislá vzdálenost vrcholu od nižšího podporového bodu)

Poměrné vzepětí $\Phi = f/l$, nebo $\Phi = f/[2 \cdot \max(|x_a|, |x_b|)]$

Ploché oblouky $\Phi \leq 0,2$

Sklon střednice Ψ

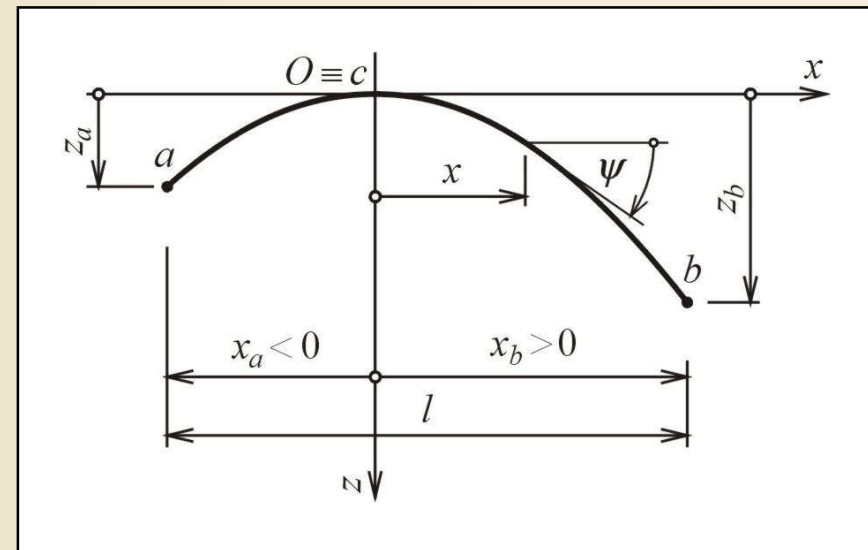
Pro počátek ve vrcholu C je rovnice:

a) paraboly $z = k \cdot x^2$

$$k = \frac{z_a}{x_a^2} = \frac{z_b}{x_b^2} \quad \operatorname{tg} \psi = \frac{dz}{dx} = 2 \cdot k \cdot x$$

b) kružnice $z = r - \sqrt{r^2 - x^2}$

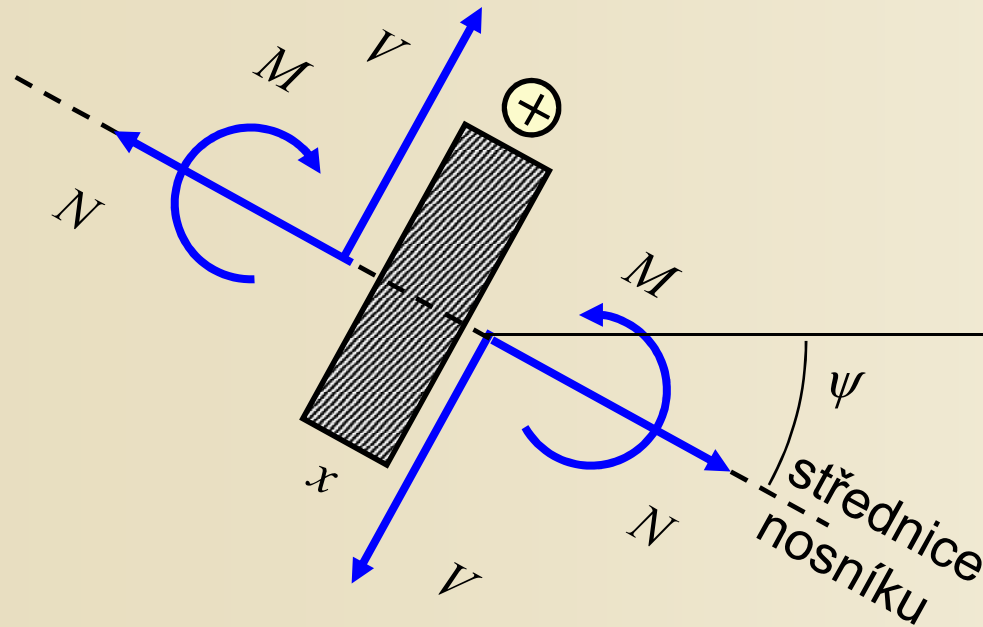
$$r = \frac{r_b^2 + z_b^2}{2 \cdot z_b} = \frac{r_a^2 + z_a^2}{2 \cdot z_a} \quad \operatorname{tg} \psi = \frac{x}{\sqrt{r^2 - x^2}}$$



Popis střednice rovinného oblouku

Obr. 6.1. / str. 140

Výpočet vnitřních sil v zadaném průřezu

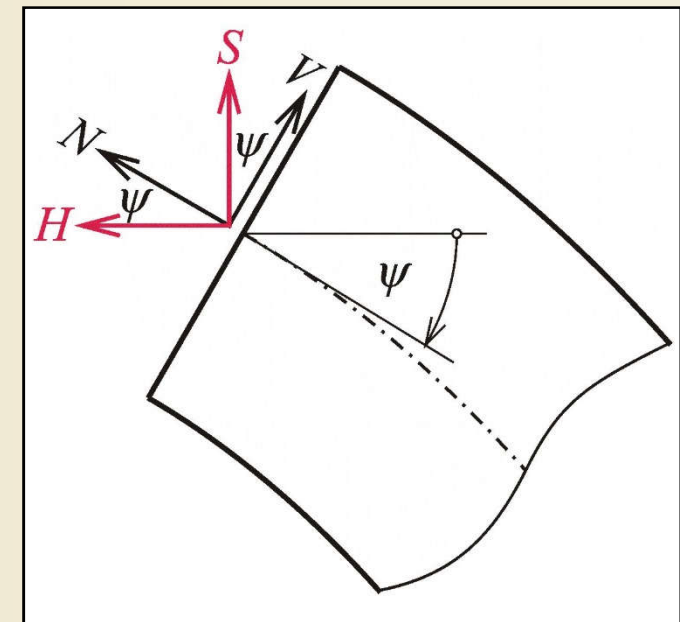
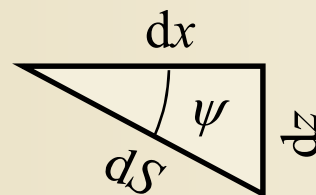


Sklon tečny ke střednici nosníku

$$z(x) = k \cdot x^2$$

$$k = \frac{z_a}{x_a^2} = \frac{z_b}{x_b^2}$$

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{dz}{dx} = \left[k \cdot x^2 \right]' = 2 \cdot k \cdot x$$

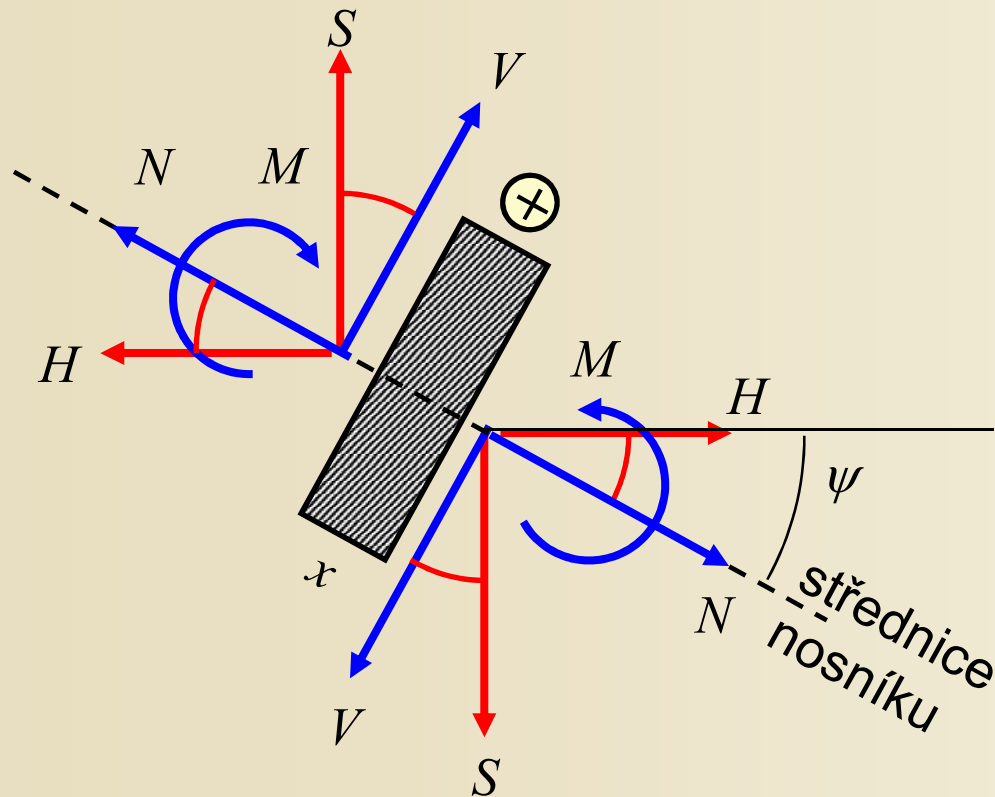


Pomocné vnitřní síly

Obr. 8.12. / str. 141

Výpočet vnitřních sil v zadaném průřezu

Rozklad sil na složky rovnoběžné a kolmé k tečně



$$\operatorname{tg} \psi = 2.k.x$$

$$N = H \cdot \cos \psi + S \cdot \sin \psi$$

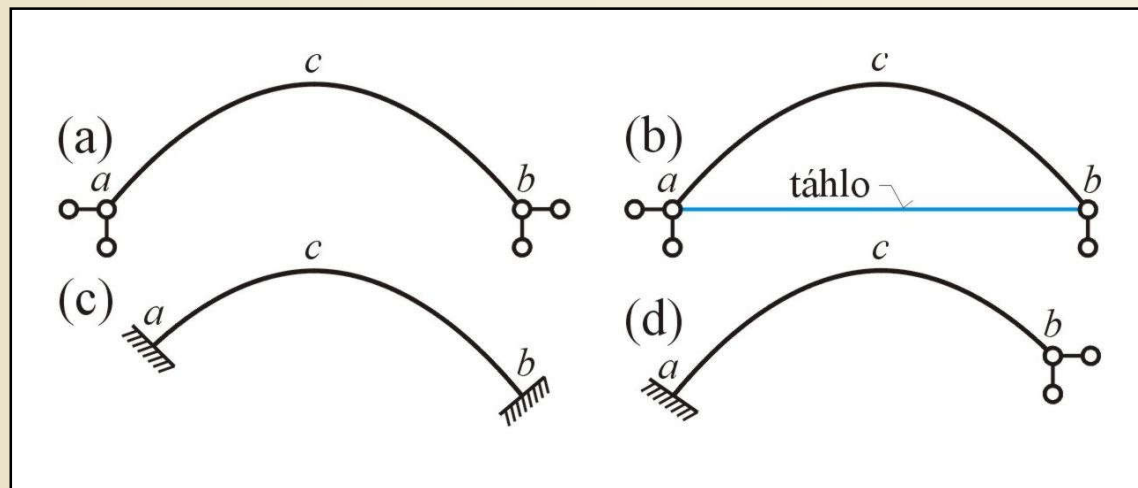
$$V = -H \cdot \sin \psi + S \cdot \cos \psi$$

$$\cos \psi = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \psi}}$$

$$\sin \psi = \frac{\operatorname{tg} \psi}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \psi}}$$

Třídění oblouků podle způsobů podepření

- (a) Dvojklobový oblouk $n_s = 1$
- (b) Dvojklobový oblouk s táhlem $n_s = 1$
- (c) Oboustranně vetknutý oblouk $n_s = 3$
- (d) Jednostranně vetknutý oblouk $n_s = 2$



Podepření oblouků

Obr. 6.2. / str. 141

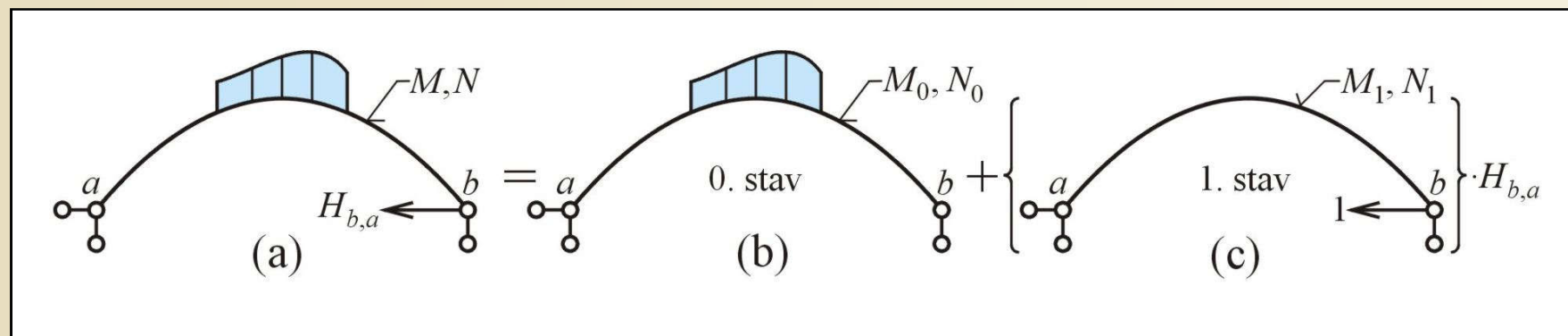
Dvojklobový oblouk, silové zatížení

Deformační podmínka : $\delta_{11} \cdot X_1 + \delta_{10} = 0$, $X_1 = H_{b,a}$

Výpočet deformací :

$$\delta_{11} = \frac{1}{E} \cdot \left[\int_0^s \frac{M_1^2}{I} \cdot ds + \int_0^s \frac{N_1^2}{A} \cdot ds \right] = \frac{1}{E} \cdot \left[\int_{x_a}^{x_b} \frac{M_1^2}{I \cdot \cos \psi} \cdot dx + \int_{x_a}^{x_b} \frac{N_1^2}{A \cdot \cos \psi} \cdot dx \right]$$

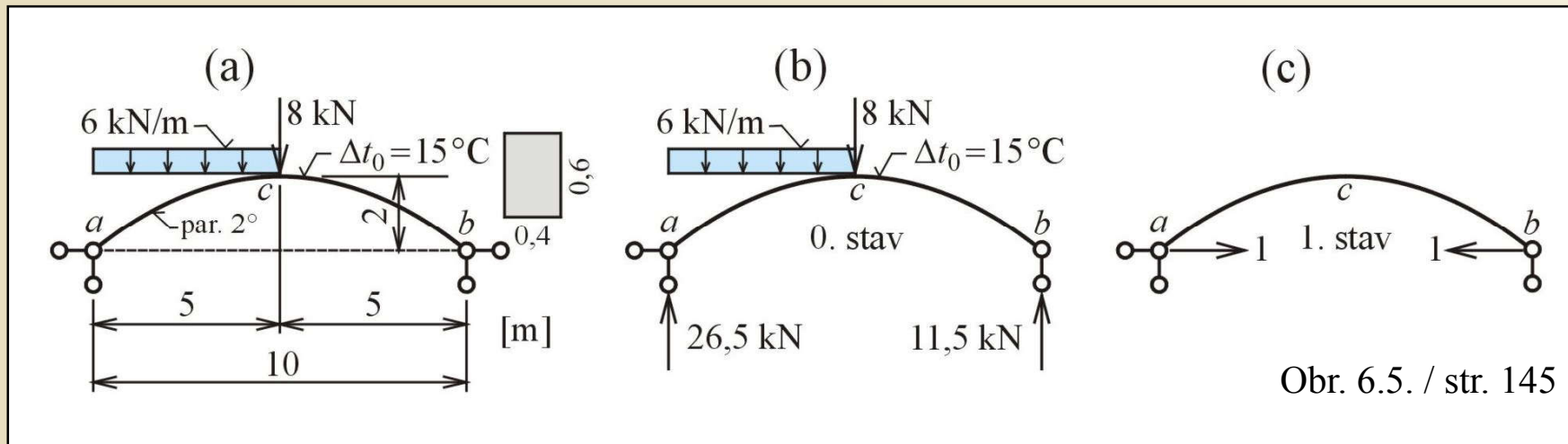
$$\delta_{10} = \frac{1}{E} \cdot \left[\int_0^s \frac{M_0 \cdot M_1}{I} \cdot ds + \int_0^s \frac{N_0 \cdot N_1}{A} \cdot ds \right] = \frac{1}{E} \cdot \left[\int_{x_a}^{x_b} \frac{M_0 \cdot M_1}{I \cdot \cos \psi} \cdot dx + \int_{x_a}^{x_b} \frac{N_0 \cdot N_1}{A \cdot \cos \psi} \cdot dx \right]$$



Rozklad na 0. stav a 1. stav u dvojklobového oblouku

Obr. 6.3. / str. 143

Příklad 6.1, zadání a zobrazení 0. a 1. stavu



Parabolický oblouk, zatížení a geometrie viz obr., $E = 2,4 \cdot 10^7 \text{ kPa}$, $\alpha_t = 10^{-5} \text{ K}^{-1}$

Silové zatížení (připrav výpočvyp

$$I = 0,0072 \text{ m}^4, A = 0,24 \text{ m}^2, k = \frac{2}{25} = 0,08, z = 0,08x^2, \psi = \text{arctg}(0,16 \cdot x)$$

$$n_s = 1 \quad \delta_{11} \cdot X_1 + \delta_{10} = 0$$

$$0. \text{ stav}, \text{ reakce viz obr.}, M_0 = 26,5 \cdot (5+x) - 6 \cdot \frac{(5+x)^2}{2} \text{ pro } x \leq 0, M_0 = 11,5 \cdot (5-x) \text{ pro } x \geq 0$$

$$S_0 = 26,5 - 6 \cdot (5+x) \text{ pro } x \leq 0, S_0 = -11,5 \text{ pro } x \geq 0, N_0 = S_0 \cdot \sin \psi$$

$$1. \text{ stav}, \text{ reakce viz obr.}, M_1 = -1 \cdot (2-z) = -2 + 0,08x^2, S_1 = 0, H_1 = -1, N_1 = -\cos \psi$$

Příklad 6.1, výpočet deformačních součinitelů

Numerická integrace obdélníkovou metodou :

$$S_1 = \int_0^S M_1 \cdot M_1 \cdot ds \cong \sum_{i=1}^n M_{1i} \cdot M_{1i} \cdot \Delta s_i, \quad S_2 = \int_0^S N_1 \cdot N_1 \cdot ds \cong \sum_{i=1}^n N_{1i} \cdot N_{1i} \cdot \Delta s_i$$

$$S_3 = \int_0^S M_0 \cdot M_1 \cdot ds \cong \sum_{i=1}^n M_{0i} \cdot M_{1i} \cdot \Delta s_i, \quad S_4 = \int_0^S N_0 \cdot N_1 \cdot ds \cong \sum_{i=1}^n N_{0i} \cdot N_{1i} \cdot \Delta s_i$$

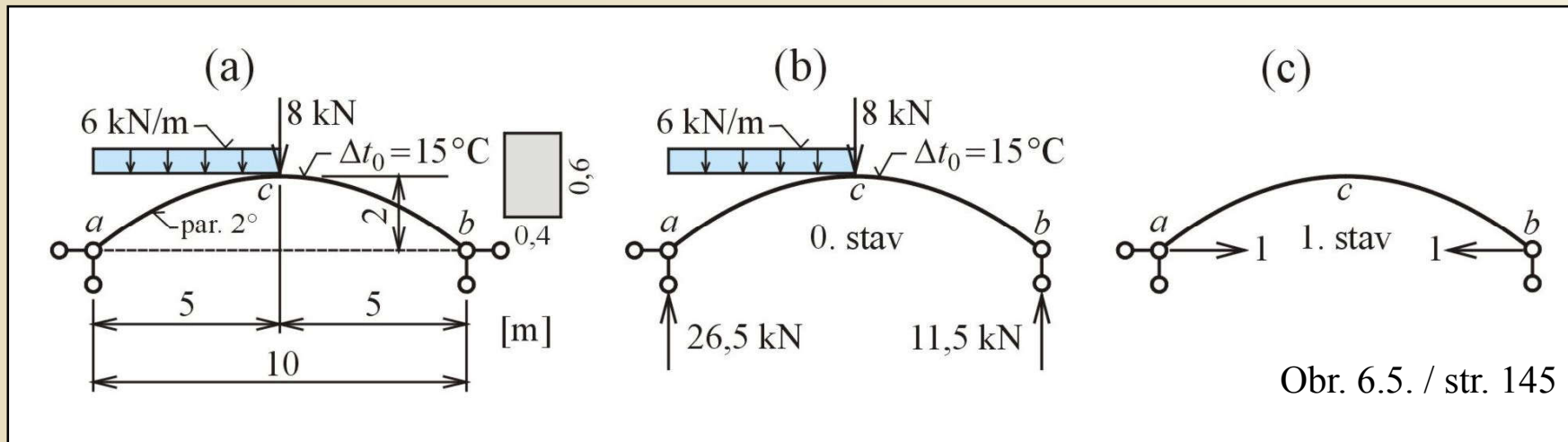
i	x	z	ψ	Δx	Δz	Δs	M1	M1*M1*Δs	N1	N1*N1*Δs	Mo	Mo*M1*Δs	No	N1*No*Δs
1	-4.5	1.62	-0.6240	1	0.72	1.2322	-0.38	0.1779	-0.8115	0.8115	12.5	-5.8531	-13.7312	13.7312
2	-3.5	0.98	-0.5105	1	0.56	1.1461	-1.02	1.1924	-0.8725	0.8725	33	-38.5785	-8.5506	8.5506
3	-2.5	0.5	-0.3805	1	0.4	1.0770	-1.5	2.4233	-0.9285	0.9285	47.5	-76.7386	-4.2710	4.2710
4	-1.5	0.18	-0.2355	1	0.24	1.0284	-1.82	3.4065	-0.9724	0.9724	56	-104.8142	-1.2836	1.2836
5	-0.5	0.02	-0.0798	1	0.08	1.0032	-1.98	3.9329	-0.9968	0.9968	58.5	-116.2001	0.0399	-0.0399
6	0.5	0.02	0.0798	1	0.08	1.0032	-1.98	3.9329	-0.9968	0.9968	51.75	-102.7924	-0.9171	0.9171
7	1.5	0.18	0.2355	1	0.24	1.0284	-1.82	3.4065	-0.9724	0.9724	40.25	-75.3352	-2.6837	2.6837
8	2.5	0.5	0.3805	1	0.4	1.0770	-1.5	2.4233	-0.9285	0.9285	28.75	-46.4470	-4.2710	4.2710
9	3.5	0.98	0.5105	1	0.56	1.1461	-1.02	1.1924	-0.8725	0.8725	17.25	-20.1661	-5.6189	5.6189
10	4.5	1.62	0.6240	1	0.72	1.2322	-0.38	0.1779	-0.8115	0.8115	5.75	-2.6924	-6.7195	6.7195
							22.2661		9.1634		-589.6176		48.007	

$$\delta_{11} = \frac{S_1}{E \cdot I} + \frac{S_2}{E \cdot A} = \frac{1}{E} \left(\frac{22,2661}{0,0072} + \frac{9,1634}{0,24} \right) = \frac{3131}{E}$$

$$X_1 = \frac{-\delta_{10}}{\delta_{11}} = 26,094 kN$$

$$\delta_{10} = \frac{S_3}{E \cdot I} + \frac{S_4}{E \cdot A} = \frac{1}{E} \left(\frac{-589,618}{0,0072} + \frac{48,007}{0,24} \right) = \frac{-81691}{E}$$

Příklad 6.1, zatížení změnou teploty



Parabolický oblouk, zatížení a geometrie viz obr., $E = 2,4 \cdot 10^7 \text{ kPa}$, $\alpha_t = 10^{-5} \text{ K}^{-1}$

$$n_s = 1 \quad \delta_{11} \cdot X_1^{(tep)} + \delta_{10}^{(tep)} = 0$$

0. stav, reakce nulové

$$\delta_{10}^{(tep)} = \int_0^s \alpha_t \cdot \Delta t_0 \cdot N_1 \cdot ds \cong \alpha_t \cdot \Delta t_0 \cdot \sum_{i=1}^n N_{1i} \cdot \Delta s_i = \alpha_t \cdot \Delta t_0 \cdot S_5$$

1. stav, reakce viz obr.

$$M_1 = -1 \cdot (2 - z) = -2 + 0,08x^2, \quad S_1 = 0, \quad H_1 = -1, \quad N_1 = -\cos \psi$$

Příklad 6.1, zatížení změnou teploty

Numerická integrace obdélníkovou metodou :

$$S_5 = \int_0^S N_1 \cdot ds \cong \sum_{i=1}^n N_{1i} \cdot \Delta s_i$$

i	Δs	N1	N1* Δs
1	1.2322	-0.8115	-1
2	1.1461	-0.8725	-1
3	1.0770	-0.9285	-1
4	1.0284	-0.9724	-1
5	1.0032	-0.9968	-1
6	1.0032	-0.9968	-1
7	1.0284	-0.9724	-1
8	1.0770	-0.9285	-1
9	1.1461	-0.8725	-1
10	1.2322	-0.8115	-1

-10

$$\delta_{11} = \frac{S_1}{E \cdot I} + \frac{S_2}{E \cdot A} = \frac{3130,7}{E}$$

$$\delta_{10} = \alpha_t \cdot \Delta t_0 \cdot S_5 = 10^{-5} \cdot 15 \cdot (-10) = -1,5 \cdot 10^{-3}$$

$$X_1 = \frac{-\delta_{10}}{\delta_{11}} = \frac{1,5 \cdot 10^{-3} \cdot E}{3130,7} =$$

$$X_1 = \frac{1,5 \cdot 10^{-3} \cdot 2,4 \cdot 10^7}{3130,7} = 11,50 \text{ kN}$$

Příklad 6.1, vnitřní síly

$$M^{(sil)} = M_0 + X_1 \cdot M_1$$

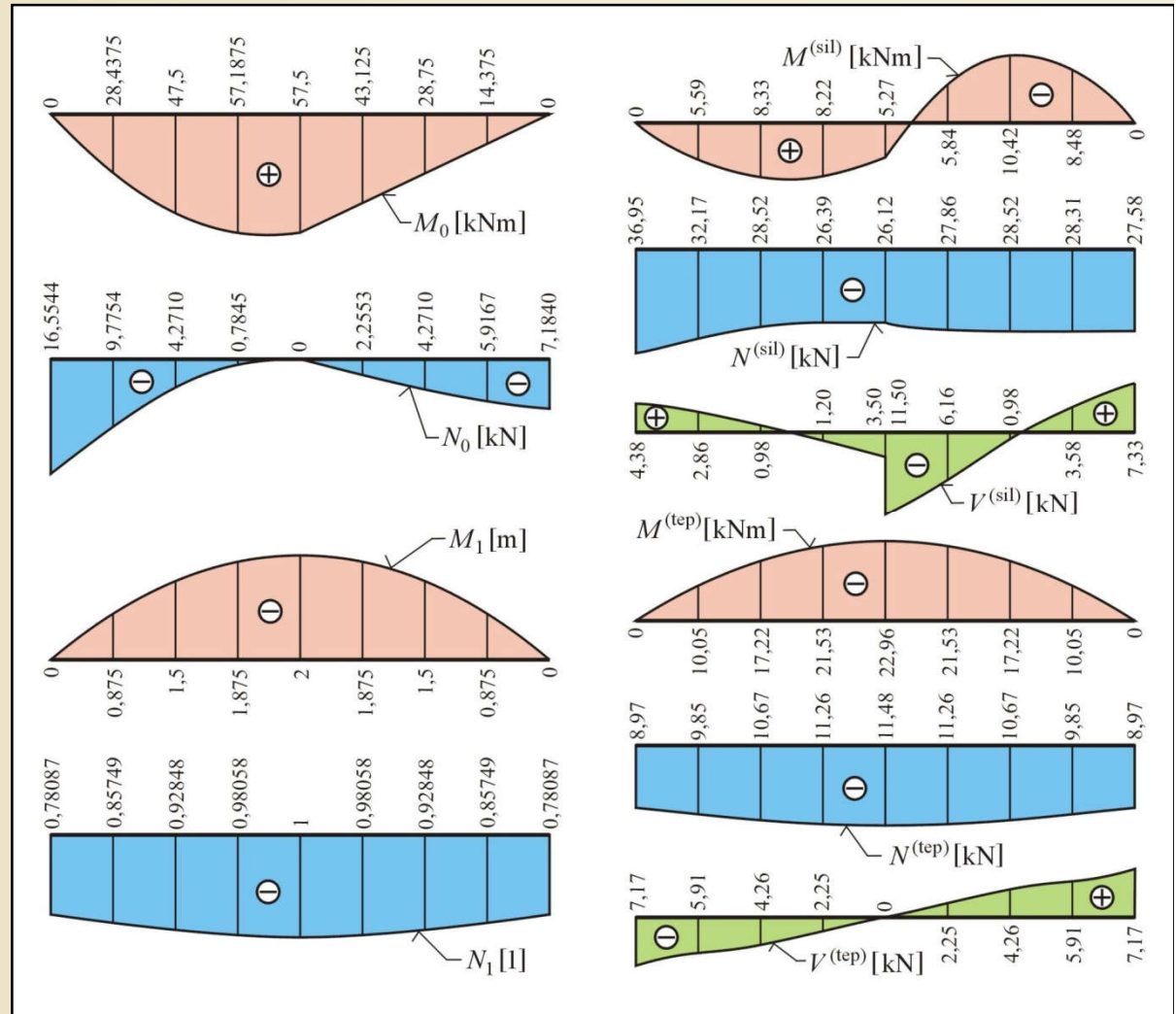
$$N^{(sil)} = N_0 + X_1 \cdot N_1$$

$$V^{(sil)} = V_0 + X_1 \cdot V_1$$

$$M^{(tep)} = X_1^{(tep)} \cdot M_1$$

$$N^{(tep)} = X_1^{(tep)} \cdot N_1$$

$$V^{(tep)} = X_1^{(tep)} \cdot V_1$$



Průběhy vnitřních sil v dílčích stavech a výsledné průběhy příkladu 6.1

*Poznámka: Průběh N a V na pravé půlce je přibližný. Obr. 6.6. / str. 146

Příklad 6.2, zadání a zobrazení 0. a 1. stavu

Oblouk s kružnicovou střednicí, zatížení a geometrie viz obr.

$$E = 2,4 \cdot 10^7 \text{ kPa}$$

$$I = 0,0072 \text{ m}^4$$

$$A = 0,24 \text{ m}^2$$

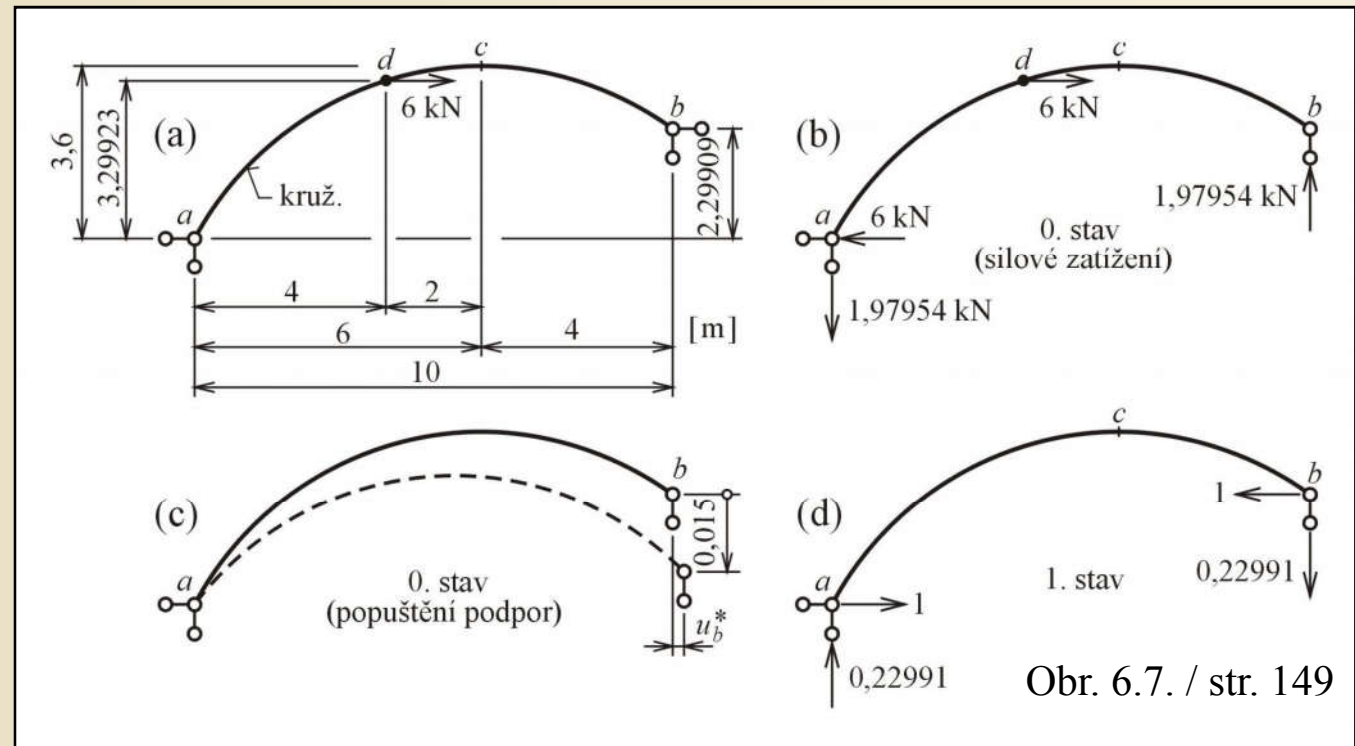
$$n_s = 1$$

Přípravný výpočet:

$$r = \frac{(6^2 + 3,6^2)}{2 \cdot 3,6} = 6,8 \text{ m}$$

$$z = 6,8 - \sqrt{6,8^2 - x^2}$$

$$\text{tg } \psi = \frac{x}{\sqrt{6,8^2 - x^2}}$$



0. stav, silové zatížení, reakce viz obr., $M_0 = -1,97954 \cdot (6 + x) + 6 \cdot (3,6 - z)$ pro $x \leq -2$

$M_0 = 1,97954 \cdot (4 - x)$ pro $x \geq -2$, $H_0 = 6$ pro $x \leq -2$, $H_0 = 0$ pro $x \geq -2$, $S_0 = -1,97954$ (v celé délce)

1. stav, reakce viz obr., $M_1 = 0,22991 \cdot (6 + x) - 1 \cdot (3,6 - z)$, $N_1 = -\cos \psi + 0,22991 \cdot \sin \psi$

Příklad 6.2, výpočet deformačních součinitelů

Numerická integrace obdélníkovou metodou :

$$S_1 = \int_0^S M_1 \cdot M_1 \cdot ds \cong \sum_{i=1}^n M_{1i} \cdot M_{1i} \cdot \Delta s_i, \quad S_2 = \int_0^S N_1 \cdot N_1 \cdot ds \cong \sum_{i=1}^n N_{1i} \cdot N_{1i} \cdot \Delta s_i$$

$$S_3 = \int_0^S M_0 \cdot M_1 \cdot ds \cong \sum_{i=1}^n M_{0i} \cdot M_{1i} \cdot \Delta s_i, \quad S_4 = \int_0^S N_0 \cdot N_1 \cdot ds \cong \sum_{i=1}^n N_{0i} \cdot N_{1i} \cdot \Delta s_i$$

i	x	z	ψ	Δx	Δz	Δs	M1	M1*M1*Δs	N1	N1*N1*Δs	Mo	Mo*M1*Δs	No	N1*No*Δs
1	-5.5	2.8	-0.9421	1	-1.41	1.7275	-0.68	0.8078	-0.7740	1.0350	3.803	-4.4921	5.1294	-6.8587
2	-4.5	1.7	-0.7232	1	-0.89	1.3390	-1.55	3.2300	-0.9019	1.0890	8.419	-17.5083	5.8083	-7.0138
3	-3.5	0.97	-0.5407	1	-0.6	1.1679	-2.06	4.9337	-0.9757	1.1119	10.83	-26.0011	6.1631	-7.0231
4	-2.5	0.48	-0.3765	1	-0.4	1.0758	-2.32	5.7860	-1.0145	1.1072	11.81	-29.4759	6.3076	-6.8843
5	-1.5	0.17	-0.2224	1	-0.23	1.0254	-2.4	5.8960	-1.0261	1.0796	10.89	-26.7703	0.4367	-0.4594
6	-0.5	0.02	-0.0736	1	-0.07	1.0027	-2.32	5.3835	-1.0142	1.0314	8.908	-20.6968	0.1456	-0.1480
7	0.5	0.02	0.0736	1	0.07	1.0027	-2.09	4.3682	-0.9804	0.9638	6.928	-14.5002	-0.1456	0.1431
8	1.5	0.17	0.2224	1	0.23	1.0254	-1.71	2.9920	-0.9247	0.8767	4.949	-8.6682	-0.4367	0.4140
9	2.5	0.48	0.3765	1	0.4	1.0758	-1.17	1.4715	-0.8454	0.7690	2.969	-3.7361	-0.7278	0.6619
10	3.5	0.97	0.5407	1	0.6	1.1679	-0.45	0.2323	-0.7390	0.6379	0.99	-0.5155	-1.0189	0.8794
							35.1010		9.7014		-152.3646		-26.2888	

$$\delta_{11} = \frac{S_1}{E \cdot I} + \frac{S_2}{E \cdot A} = \frac{1}{E} \left(\frac{35,1010}{0,0072} + \frac{9,7014}{0,24} \right) = \frac{4915,56}{E}$$

$$X_1 = \frac{-\delta_{10}}{\delta_{11}} = 4,33kN$$

$$\delta_{10} = \frac{S_3}{E \cdot I} + \frac{S_4}{E \cdot A} = \frac{1}{E} \left(\frac{-152,3646}{0,0072} + \frac{-26,2888}{0,24} \right) = \frac{-2127,129}{E}$$

Příklad 6.2, pokračování, pokles podpor

Pokles podpor :

$$\bar{u}_a = \bar{w}_a = 0$$

$$\bar{u}_b = 0,0012m(\rightarrow)$$

$$\bar{w}_b = 0,015m(\downarrow)$$

Deformační podmínka :

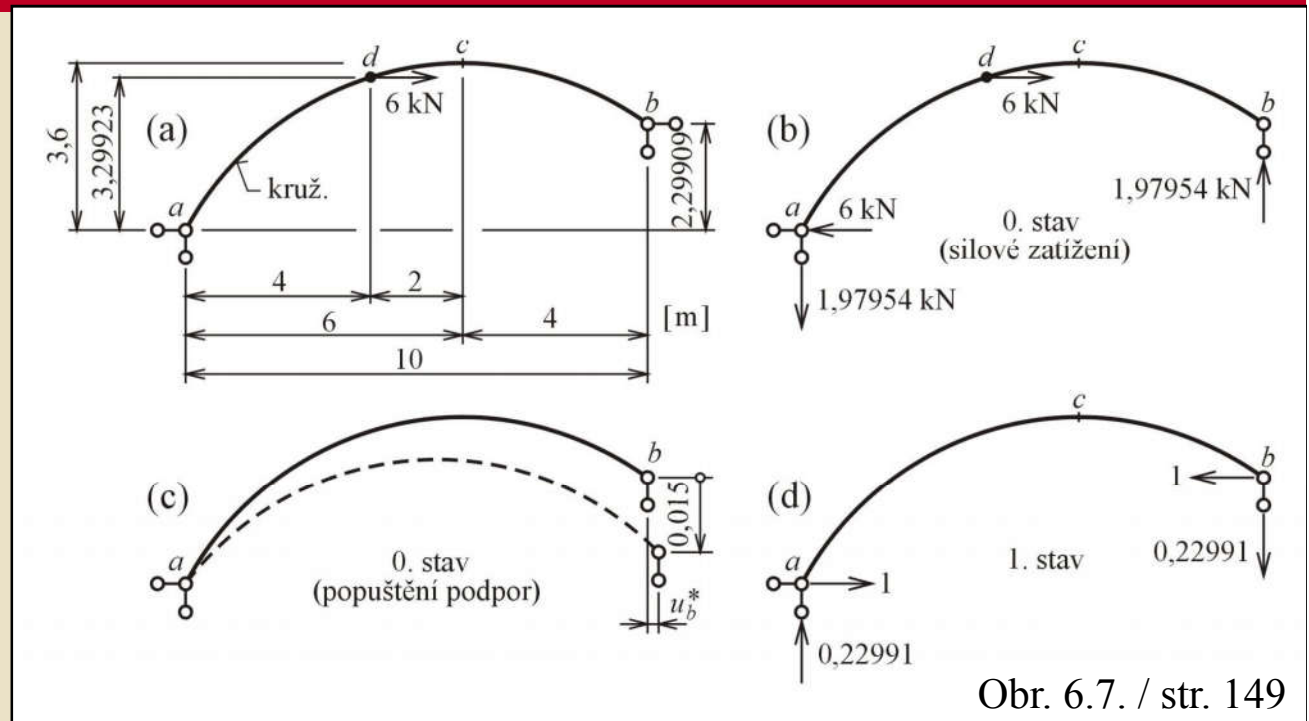
$$\delta_{11} \cdot X_1^{(pop)} + \delta_{10}^{(pop)} = d_1$$

δ_{11} výpočet, viz silové zatížení

$d_1 = -0,0012$, síla o velikosti 1 má v podpoře b směr opačný než $\bar{u}_b = 0,12m(\rightarrow)$

$$\delta_{10}^{(pop)} = -u_b^* = -\sum(\bar{R} \cdot \delta) = -(0,22991 \cdot 0,015) = -0,00344865$$

$$X_1^{(pop)} = \frac{d_1 - \delta_{10}^{(pop)}}{\delta_{11}} = \frac{(-0,0012 - (-0,00344865)) \cdot E}{4915,56} = \frac{53967,6}{4915,56} = 10,98kN$$



Příklad 6.2, vnitřní síly

Vnitřní síly :

$$M^{(sil)} = M_0 + X_1^{(sil)} \cdot M_1$$

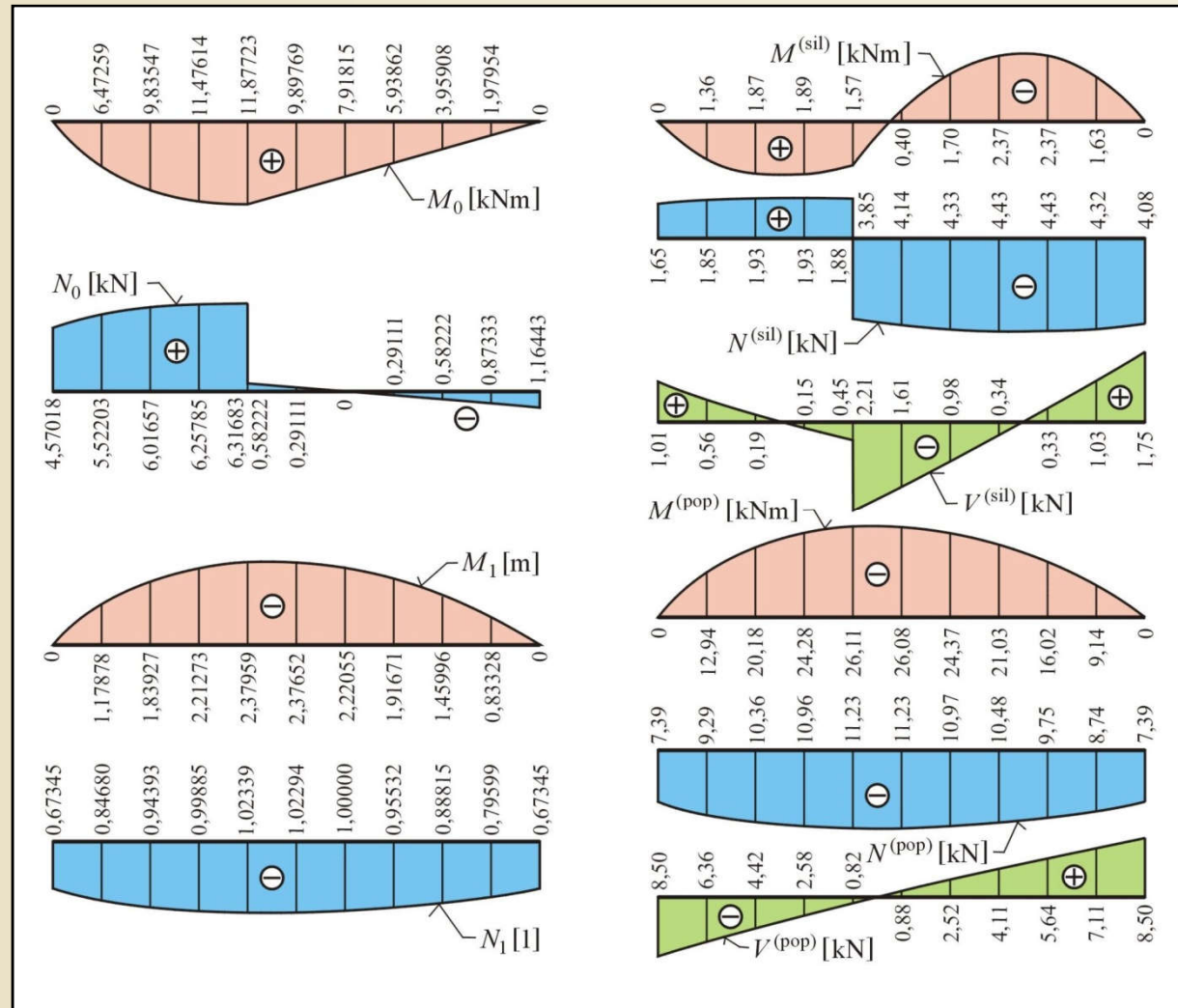
$$N^{(sil)} = N_0 + X_1^{(sil)} \cdot N_1$$

$$V^{(sil)} = V_0 + X_1^{(sil)} \cdot V_1$$

$$M^{(pop)} = X_1^{(pop)} \cdot M_1$$

$$N^{(pop)} = X_1^{(pop)} \cdot N_1$$

$$V^{(pop)} = X_1^{(pop)} \cdot V_1$$



Průběhy vnitřních sil v dílčích stavech a výsledné průběhy příkladu 6.2

Obr. 6.8. / str. 152

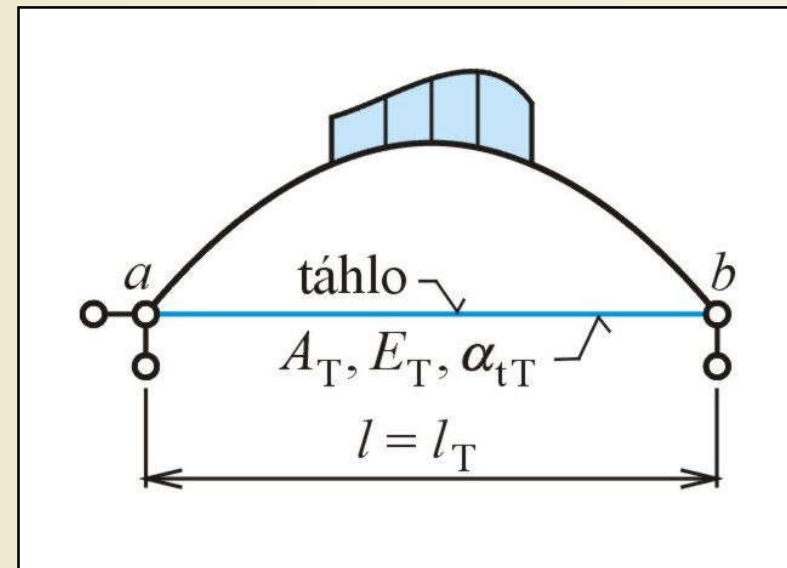
Dvojklobový oblouk s táhlem

Stupeň statické neurčitosti : $n_s = 1$

Táhlo má charakter jednostranné vazby

Deformační podmínka :

$$\delta_{11} \cdot X_1 + \delta_{10} = d_1$$



Dvojklobový oblouk s táhlem

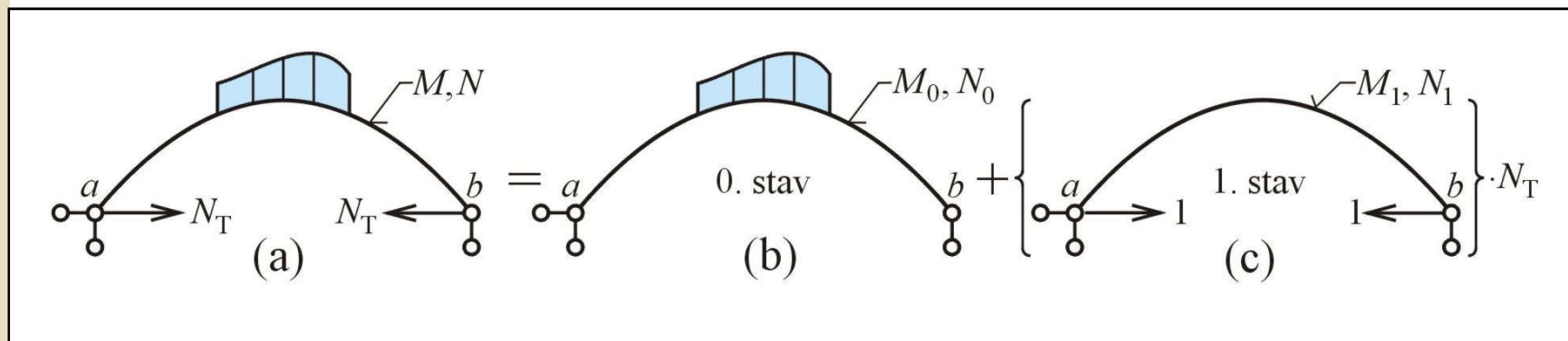
Obr. 6.9. / str. 153

Dvojklobový oblouk s táklem, silové zatížení

Deformační podmínka : $\delta_{11} \cdot X_1 + \delta_{10} = d_1$

$$d_1 = -\frac{X_1 \cdot l_T}{E_T \cdot A_T} \quad (\text{protažení táhla } d_1 \text{ má opačný směr než virtuální síla})$$

Po dosazení:
$$X_1 = N_T = -\frac{\delta_{10}}{\delta_{11} + \frac{l_T}{E_T \cdot A_T}}$$



Rozklad na 0. stav a 1. stav u dvojklobového oblouku s táklem

Obr. 6.10. / str. 153

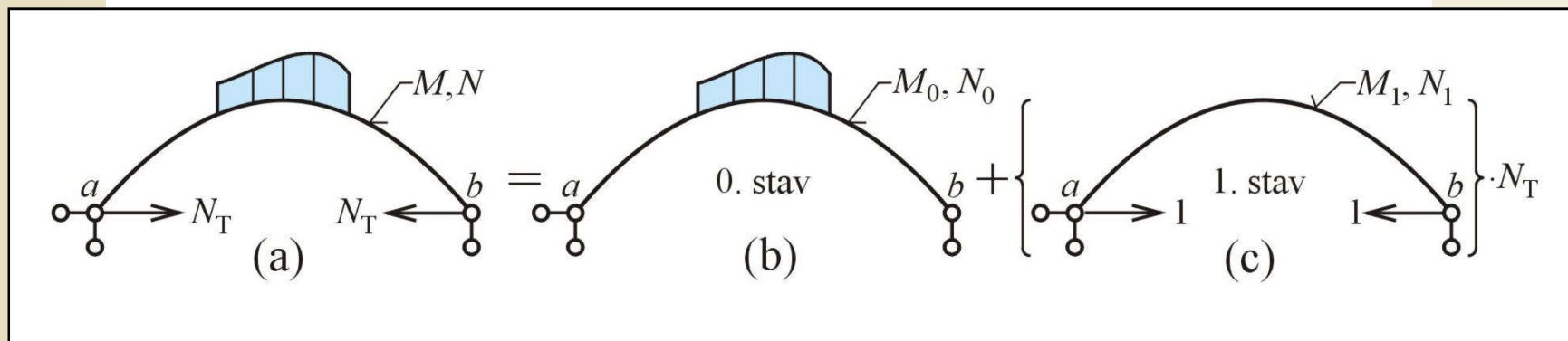
Dvojklobový oblouk s táhlem, změna teploty

Deformační podmínka : $\delta_{11} \cdot X_1 + \delta_{10} = d_1$

$$d_1 = -\frac{X_1 \cdot l}{E \cdot A} - \alpha_t \cdot \Delta t_0 \cdot l \quad (d_1 \text{ má opačný směr než virtuální síla})$$

$$\delta_{10} = \alpha_t \cdot \left[\Delta t_0 \int_{x_a}^{x_b} \frac{N_1}{\cos \psi} \cdot dx + \Delta t_1 \int_{x_a}^{x_b} \frac{M_1}{h \cdot \cos \psi} \cdot dx \right]$$

Po dosazení:
$$X_1 = N_T = -\frac{\delta_{10} + \alpha_{tT} \cdot \Delta t_0 \cdot l_T}{\delta_{11} + \frac{l_T}{E_T \cdot A_T}}$$



Rozklad na 0. stav a 1. stav u dvojklobového oblouku s táhlem

Obr. 6.10. / str. 153

Příklad 6.3, silové zatížení

Zadání:

Oblouk s táhlem je zatížen dle obr. 6.11, vlastnosti oblouku stejné jako v příkladě 6.1

$$A_T = 0,00012 \text{ m}^2, E_T = 23,1 \cdot 10^8 \text{ kPa}$$

Řešení: $n_s = 1$, deformační podmínka pro silové zatížení:

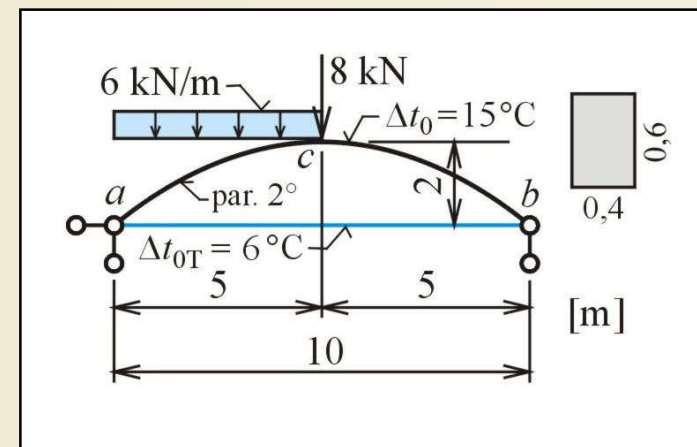
$$\delta_{11} \cdot X_1^{(sil)} + \delta_{10}^{(sil)} = d_1$$

Hodnoty δ_{11} a δ_{10} - viz příklad 6.1

$$\delta_{11} = \frac{3130,7}{E} = 1,30446 \cdot 10^{-4} \quad \delta_{10}^{(sil)} = \frac{-81608,4}{E} = -3,40034 \cdot 10^{-3}$$

$$d_1 = -\frac{l_T}{A_T \cdot E_T} \cdot X_1^{(sil)} = -\frac{10}{0,0012 \cdot 2,1 \cdot 10^8} \cdot X_1^{(sil)} = -3,96825 \cdot 10^{-5} \cdot X_1^{(sil)}$$

$$X_1^{(sil)} = N_T - \frac{\delta_{10}^{(sil)}}{\delta_{11} + \frac{l_T}{A_T \cdot E_T}} = -\frac{-3,40 \cdot 10^{-3}}{1,304 \cdot 10^{-4} + 3,97 \cdot 10^{-5}} = 19,99 \text{ kN}$$



Zadání příkladu 6.3

Obr. 6.11. / str. 155

Příklad 6.3, zatížení změnou teploty

Deformační podmínky pro zatížení změnou teploty:

$$\delta_{11} \cdot X_1^{(tep)} + \delta_{10}^{(tep)} = d_1^{(tep)}$$

$$\delta_{10}^{(tep)} = \alpha_t \cdot \Delta t_0 \cdot \int_0^s N_1 \cdot ds = -1,5 \cdot 10^{-3}$$

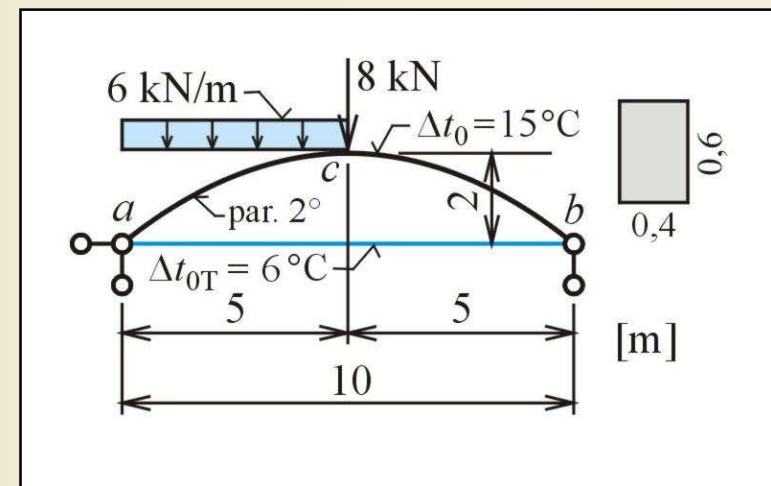
$$d_1^{(tep)} = -\frac{l_T}{A_T \cdot E_T} \cdot X_1^{(tep)} + l_T \cdot \alpha_{iT} \cdot \Delta t_{0T}$$

$$d_1^{(tep)} = -3,968 \cdot 10^{-5} \cdot X_1^{(tep)} + 10 \cdot 1,2 \cdot 10^{-5} \cdot (6) =$$

$$-3,968 \cdot 10^{-5} \cdot X_1^{(tep)} + 7,2 \cdot 10^{-4}$$

$$X_1^{(tep)} = N_T = -\frac{\delta_{10}^{(tep)} - l_T \cdot \alpha_{iT} \cdot \Delta t_{0T}}{\delta_{11} + \frac{l_T}{A_T \cdot E_T}} =$$

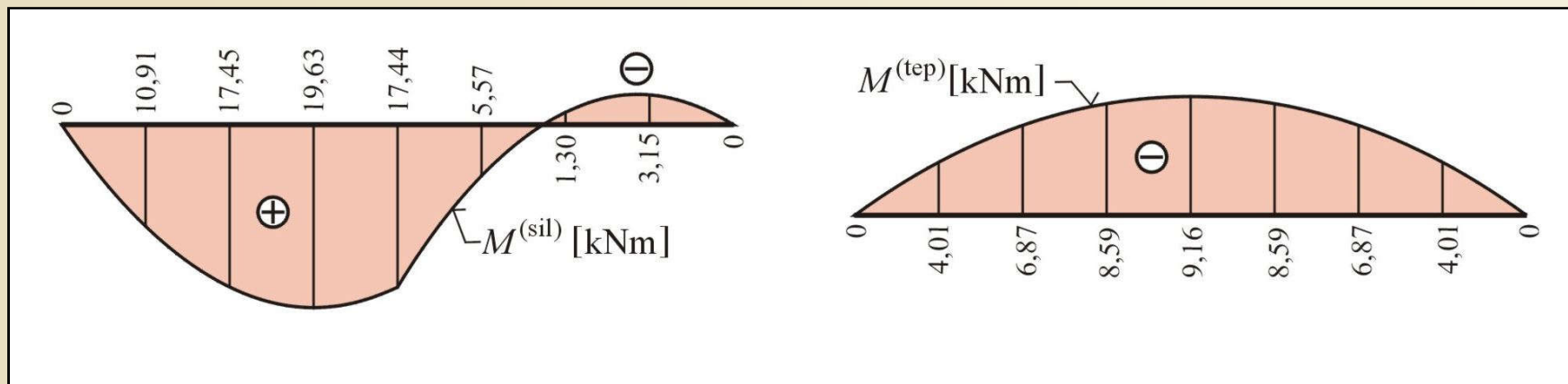
$$\frac{1,5 \cdot 10^{-3} - 7,2 \cdot 10^{-4}}{1,304 \cdot 10^{-4} + 3,97 \cdot 10^{-5}} = 4,58 \text{ kN}$$



Zadání příkladu 6.3

Obr. 6.11. / str. 155

Příklad 6.3



Výsledné průběhy ohybových momentů v příkladu 6.3

Obr. 6.12. / str. 156

Ukázky dvojkloubového oblouku s táhlem



Konstrukce obloukové nosné konstrukce s táhlem, výzkumné energetické centrum VŠB-TU Ostrava

Ukázky dvojkloubového oblouku s táhlem



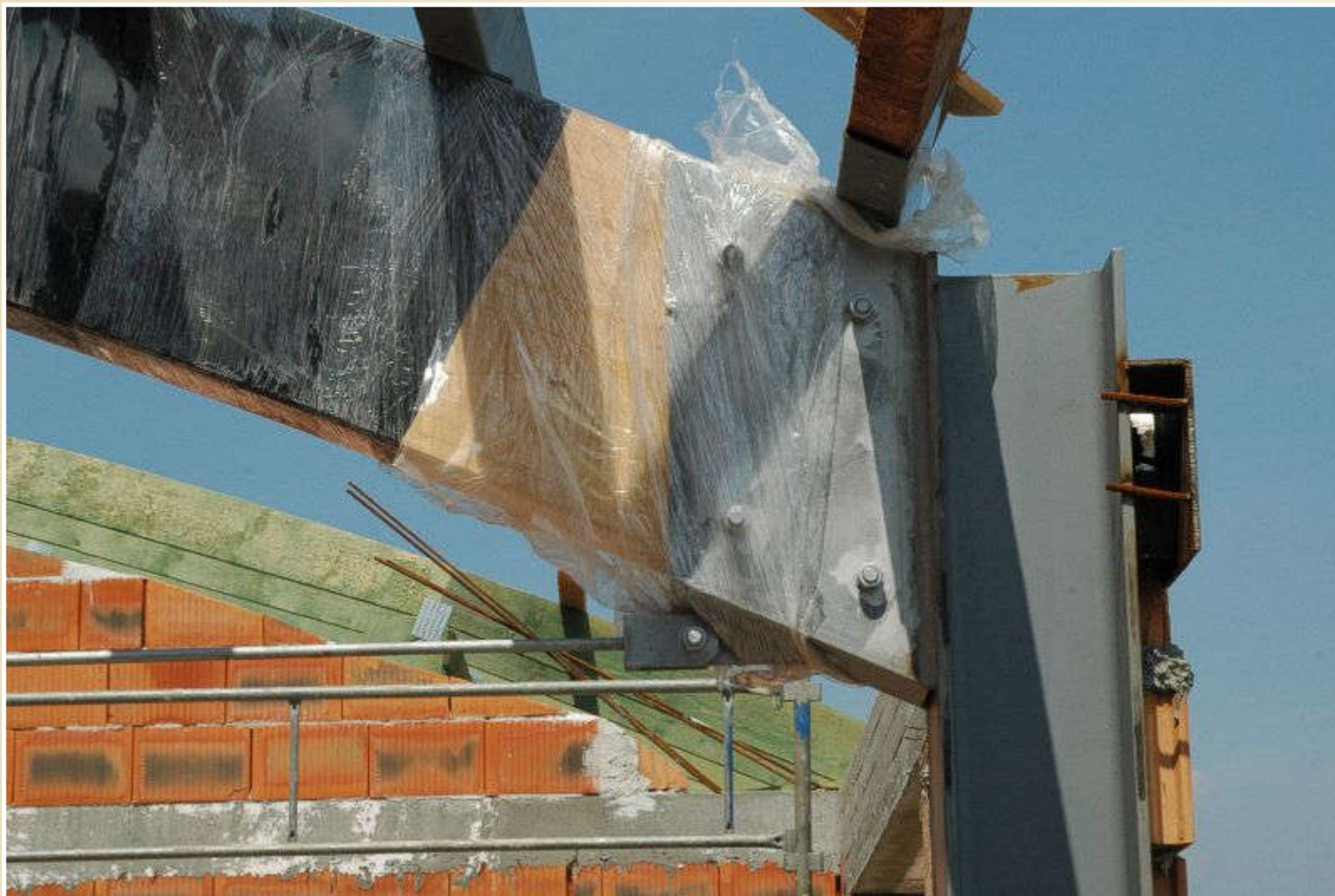
Konstrukce obloukové nosné konstrukce s táhlem, výzkumné energetické centrum VŠB-TU Ostrava

Ukázky dvojkloubového oblouku s táhlem



Konstrukce obloukové nosné konstrukce s táhlem, výzkumné energetické centrum VŠB-TU Ostrava

Ukázky dvojkloubového oblouku s táhlem



Konstrukce obloukové nosné konstrukce s táhlem, výzkumné energetické centrum VŠB-TU Ostrava

Ukázky dvojkloubového oblouku s táhlem



Konstrukce obloukové nosné konstrukce s táhlem, Pavilon G1, Brněnské výstaviště

Ukázky dvojkloubového oblouku s táhlem



Konstrukce obloukové nosné konstrukce s táhlem, Pavilon G1, Brněnské výstaviště

Ukázky dvojkloubového oblouku s táhlem



Kloubové připojení táhla k tuhému oblouku, Pavilon G1, Brněnské výstaviště

Vetknuté oblouky

Stupeň statické neurčitosti $n_s = 3$

Přetvárné podmínky pro zatížení silové a změnou teploty :

$$\delta_{11} \cdot X_1 + \delta_{12} \cdot X_2 + \delta_{13} \cdot X_3 + \delta_{10} = 0$$

$$\delta_{21} \cdot X_1 + \delta_{22} \cdot X_2 + \delta_{23} \cdot X_3 + \delta_{20} = 0$$

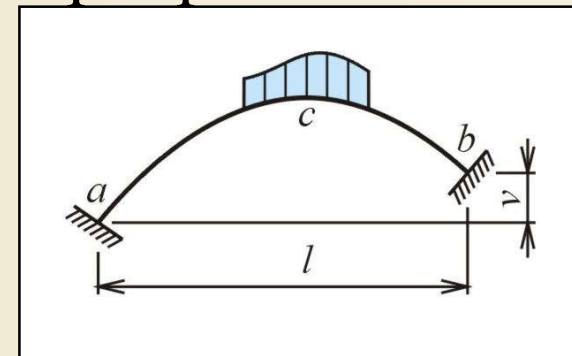
$$\delta_{31} \cdot X_1 + \delta_{32} \cdot X_2 + \delta_{33} \cdot X_3 + \delta_{30} = 0$$

Přetvárné podmínky pro zatížení popuštěním podpor :

$$\delta_{11} \cdot X_1 + \delta_{12} \cdot X_2 + \delta_{13} \cdot X_3 + \delta_{10} = d_1$$

$$\delta_{21} \cdot X_1 + \delta_{22} \cdot X_2 + \delta_{23} \cdot X_3 + \delta_{20} = d_2$$

$$\delta_{31} \cdot X_1 + \delta_{32} \cdot X_2 + \delta_{33} \cdot X_3 + \delta_{30} = d_3$$



Oboustranně vetknutý oblouk

Obr. 6.13. / str. 156

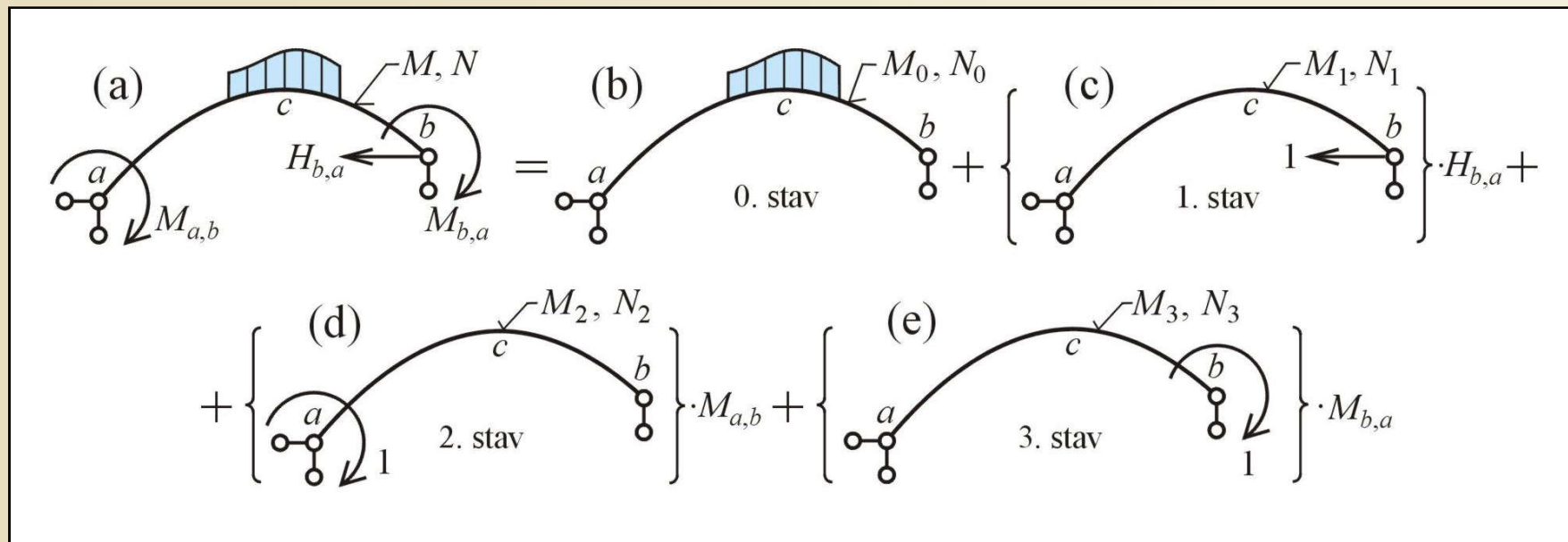
Vetknuté oblouky

$$X_1 = H_{ab} \quad X_2 = M_{ab} \quad X_3 = M_{ba}$$

$$\text{Reakce pro 1.stav: } R_{ab1} = \frac{v}{l} (\uparrow) \quad R_{ba1} = \frac{v}{l} (\downarrow) \quad H_{ab1} = 1 (\rightarrow)$$

$$\text{Reakce pro 2.stav: } R_{ab2} = \frac{1}{l} (\downarrow) \quad R_{ba2} = \frac{1}{l} (\uparrow) \quad H_{ab2} = 0$$

$$\text{Reakce pro 3.stav: } R_{ab3} = \frac{1}{l} (\downarrow) \quad R_{ba3} = \frac{1}{l} (\uparrow) \quad H_{ab3} = 0$$



Rozklad na 0. stav a tři jednotkové stavy oboustranně vetknutého oblouku

Obr. 6.14. / str. 157

Vetknuté oblouky, popuštění podpor

Popuštění podpor : $\bar{u}_a, \bar{u}_b (\rightarrow), \bar{w}_a, \bar{w}_b (\downarrow), \bar{\varphi}_a, \bar{\varphi}_b$ (doprava)

Virtuální stavy : 1. stav $X_1 = H_{b1} = 1 (\leftarrow)$,

2. stav $X_2 = M_{ab2} = 1$ (doprava), 3. stav $X_3 = M_{ba3} = 1$ (doprava)

Reakce : 1. stav $R_{ab1} = \frac{v}{l} (\uparrow), R_{ba1} = \frac{v}{l} (\downarrow), H_{ab1} = 1 (\rightarrow)$

2. stav $R_{ab2} = \frac{1}{l} (\downarrow), R_{ba2} = \frac{v}{l} (\uparrow), H_{ab2} = 0$

3. stav $R_{ab3} = \frac{1}{l} (\downarrow), R_{ba3} = \frac{v}{l} (\uparrow), H_{ab3} = 0$

$$d_1 = -\bar{u}_b \quad d_2 = \bar{\varphi}_a \quad d_3 = \bar{\varphi}_b$$

$$\delta_{10} = -(\bar{u}_a \cdot 1 - \bar{w}_a \cdot \frac{v}{l} + \bar{w}_b \cdot \frac{v}{l}) = -\bar{u}_a + \frac{v}{l} \cdot (\bar{w}_a - \bar{w}_b)$$

$$\delta_{20} = -(\bar{w}_a \cdot \frac{1}{l} - \bar{w}_b \cdot \frac{1}{l}) = \frac{\bar{w}_b - \bar{w}_a}{l} \quad \delta_{30} = -(\bar{w}_a \cdot \frac{1}{l} - \bar{w}_b \cdot \frac{1}{l}) = \frac{\bar{w}_b - \bar{w}_a}{l}$$

Tabulka 6.7

Vzorce pro přibližný výpočet plochých parabolických oblouků

	$H_{b,a} = \frac{5}{128} (1-\gamma^2)(5-\gamma^2) \frac{Pl}{f}$	$H_{b,a} = \frac{15}{64} (1-\gamma^2)^2 \frac{Pl}{f}$ $M_{a,b} = \frac{1}{32} (1-\gamma^2)(1-\gamma)(1+5\gamma) Pl$ $M_{b,a} = -\frac{1}{32} (1-\gamma^2)(1+\gamma)(1-5\gamma) Pl$
	$H_{b,a} = \frac{1}{8} (4+5\gamma^3-\gamma^5) P$	$H_{b,a} = \frac{1}{4} (2+5\gamma^3-3\gamma^5) P$ $M_{a,b} = -\frac{1}{8} (1+2\gamma^2-4\gamma^3-3\gamma^4+4\gamma^5) Pf$ $M_{b,a} = -\frac{1}{8} (1+2\gamma^2+4\gamma^3-3\gamma^4-4\gamma^5) Pf$
	$H_{b,a} = \frac{5}{16} \gamma(3-\gamma^2) \frac{M}{f}$	$H_{b,a} = \frac{15}{8} \gamma(1-\gamma^2) \frac{M}{f}$ $M_{a,b} = -\frac{1}{4} (1-\gamma)(1-2\gamma-5\gamma^2) M$ $M_{b,a} = -\frac{1}{4} (1+\gamma)(1+2\gamma-5\gamma^2) M$
	$H_{b,a} = \frac{1}{8} \frac{ql^2}{f}$	$H_{b,a} = \frac{1}{8} \frac{ql^2}{f}$ $M_{a,b} = 0$ $M_{b,a} = 0$
	$H_{b,a} = \frac{1}{16} \frac{ql^2}{f}$	$H_{b,a} = \frac{1}{16} \frac{ql^2}{f}$ $M_{a,b} = -\frac{1}{64} ql^2$ $M_{b,a} = -\frac{1}{64} ql^2$
	$H_{b,a} = \frac{1}{16} \frac{ql^2}{f}$	$H_{b,a} = \frac{1}{16} \frac{ql^2}{f}$ $M_{a,b} = \frac{1}{64} ql^2$ $M_{b,a} = \frac{1}{64} ql^2$

Ukázky dvojkloubového oblouku s táhlem



Konstrukce obloukové nosné konstrukce s táhly, Queen Street Station, Glasgow, Skotsko

Ukázky dvojkloubového oblouku s táhlem



Detail napojení táhla na oblouk střešní konstrukce, Queen Street Station, Glasgow, Skotsko

Ukázky dvojkloubového oblouku s táhlem



Konstrukce obloukové nosné konstrukce s táhlem, výzkumné energetické centrum VŠB-TU Ostrava

Ukázky dvojkloubového oblouku s táhlem



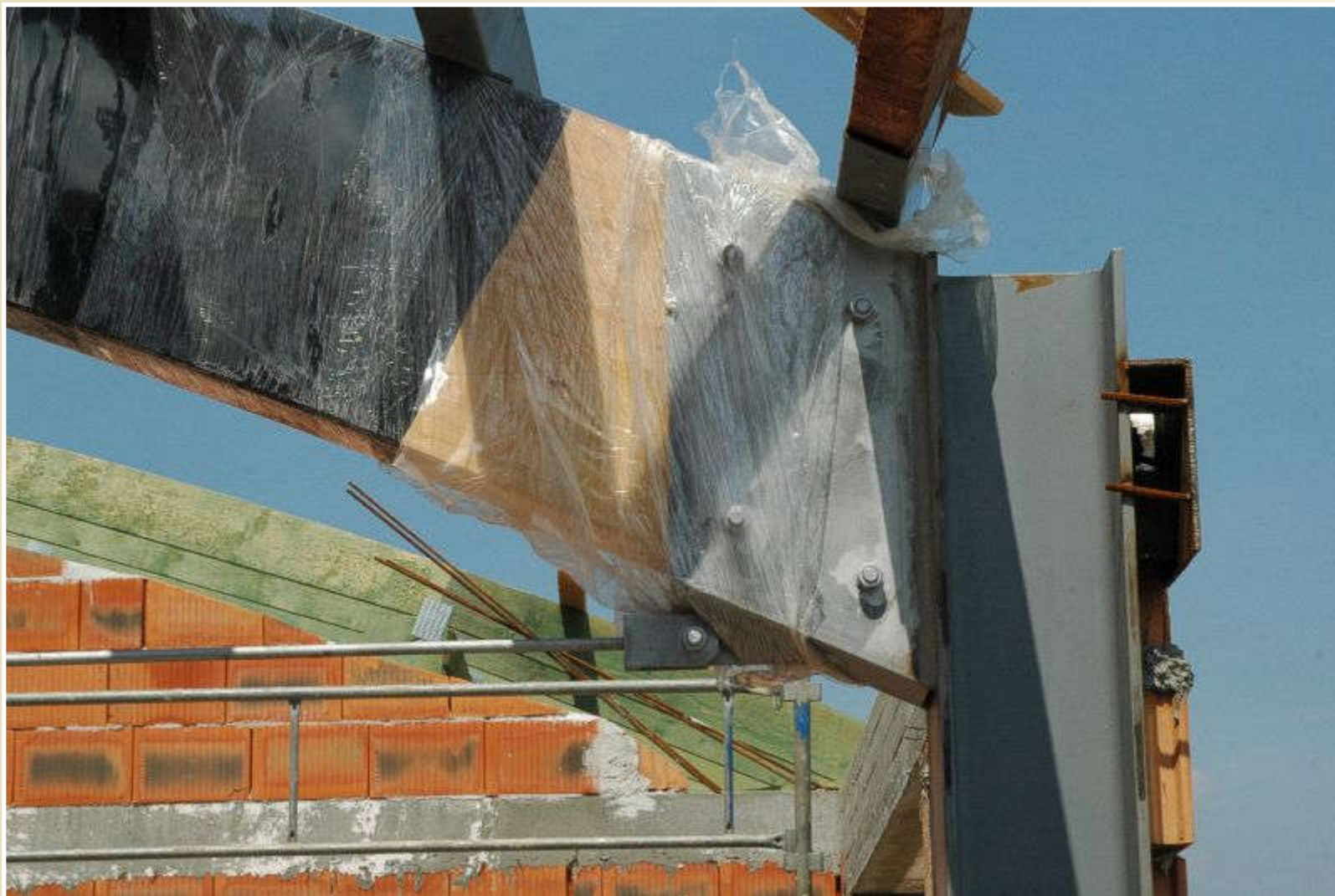
Konstrukce obloukové nosné konstrukce s táhlem, výzkumné energetické centrum VŠB-TU Ostrava

Ukázky dvojkloubového oblouku s táhlem



Konstrukce obloukové nosné konstrukce s táhlem, výzkumné energetické centrum VŠB-TU Ostrava

Ukázky dvojkloubového oblouku s táhlem



Konstrukce obloukové nosné konstrukce s táhlem, výzkumné energetické centrum VŠB-TU Ostrava

Ukázky dvojkloubového oblouku s táhlem



Konstrukce obloukové nosné konstrukce s táhlem, Pavilon G1, Brněnské výstaviště

Ukázky dvojkloubového oblouku s táhlem



Konstrukce obloukové nosné konstrukce s táhlem, Pavilon G1, Brněnské výstaviště

Ukázky dvojkloubového oblouku s táhlem



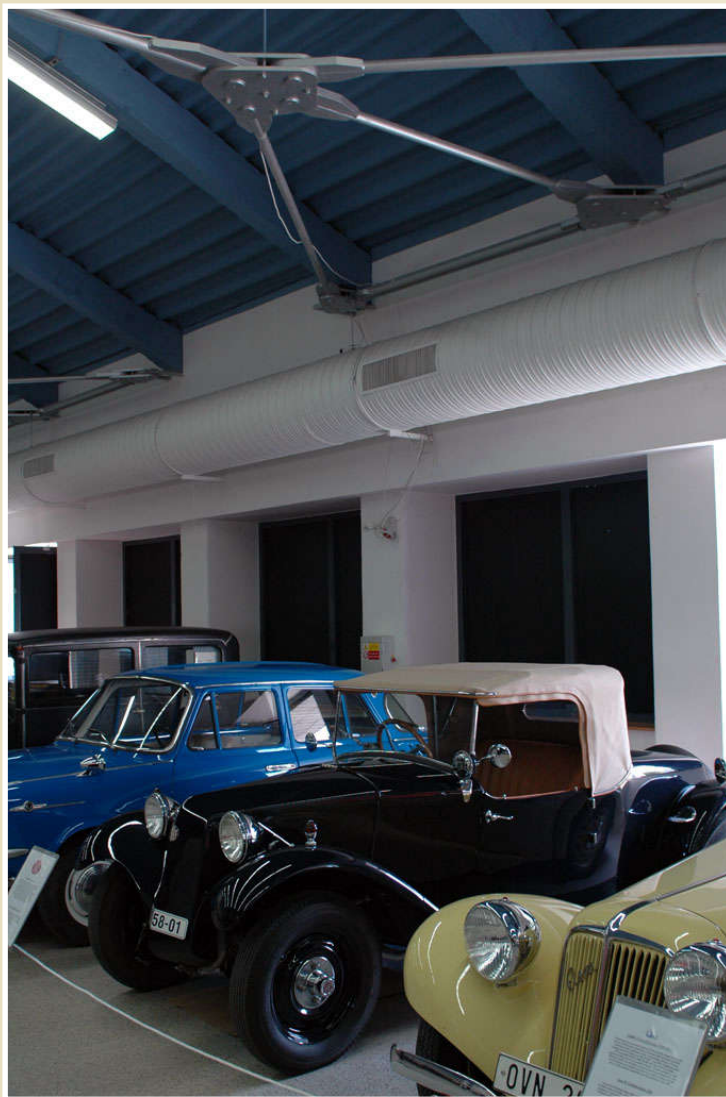
Kloubové připojení táhla k tuhému oblouku, Pavilon G1, Brněnské výstaviště

Ukázky dvojkloubového oblouku s táhlem



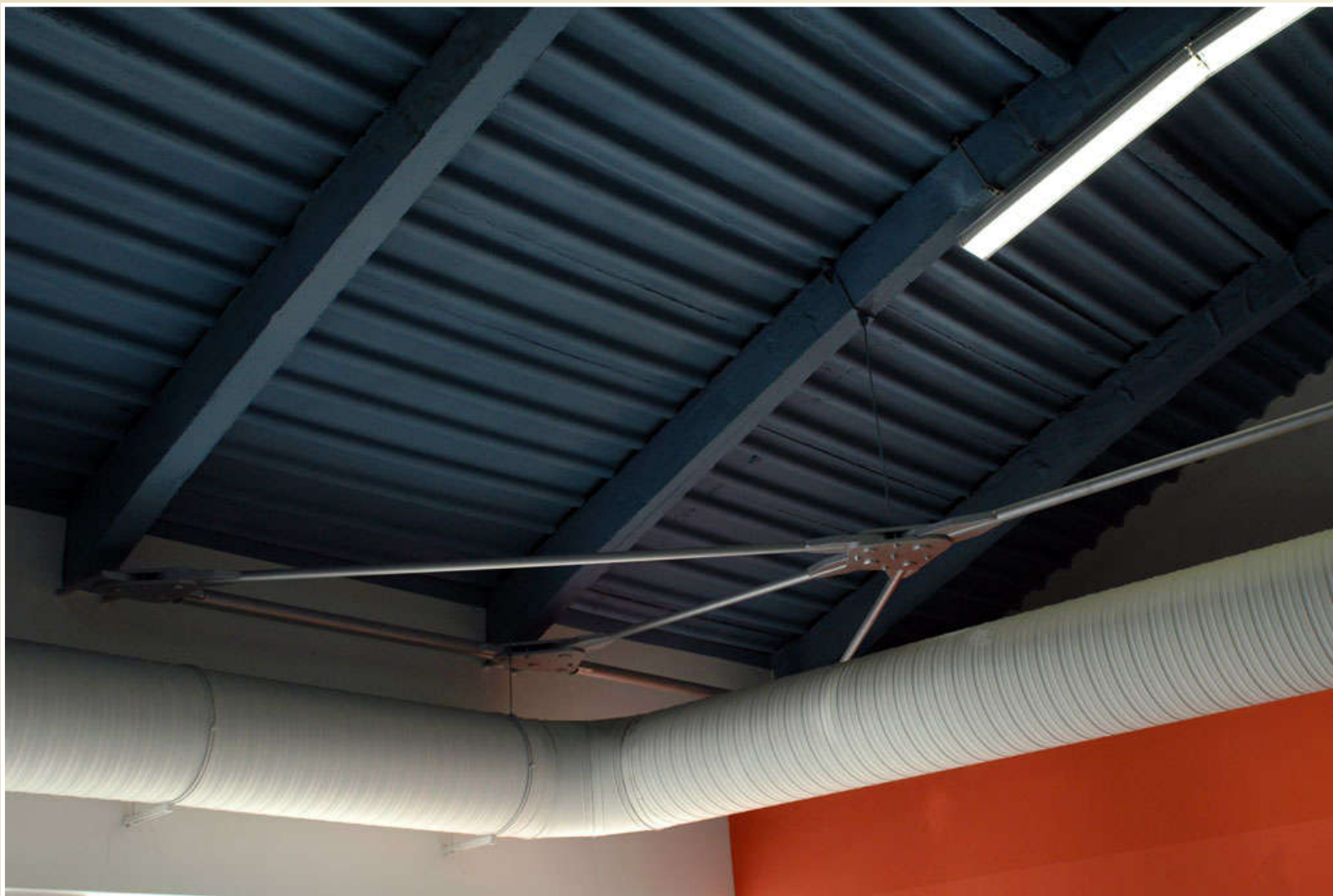
Celkový pohled na konstrukci, Pavilon výstaviště Černá louka, Ostrava

Ukázky dvojkloubového oblouku s táhlem



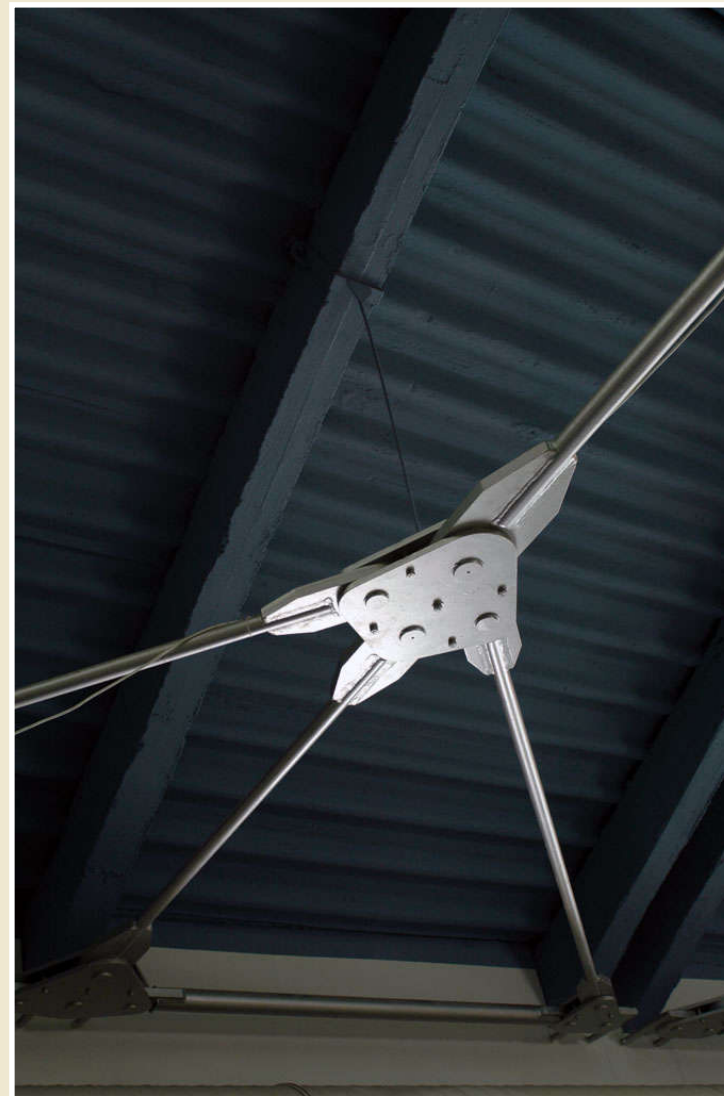
Střešní konstrukce se soustavou oblouků s táhly, Pavilon výstaviště Černá louka, Ostrava

Ukázky dvojkloubového oblouku s táhlem



Detail uchycení táhla ke střešní konstrukci, Pavilon výstaviště Černá louka, Ostrava

Ukázky dvojkloubového oblouku s táhlem



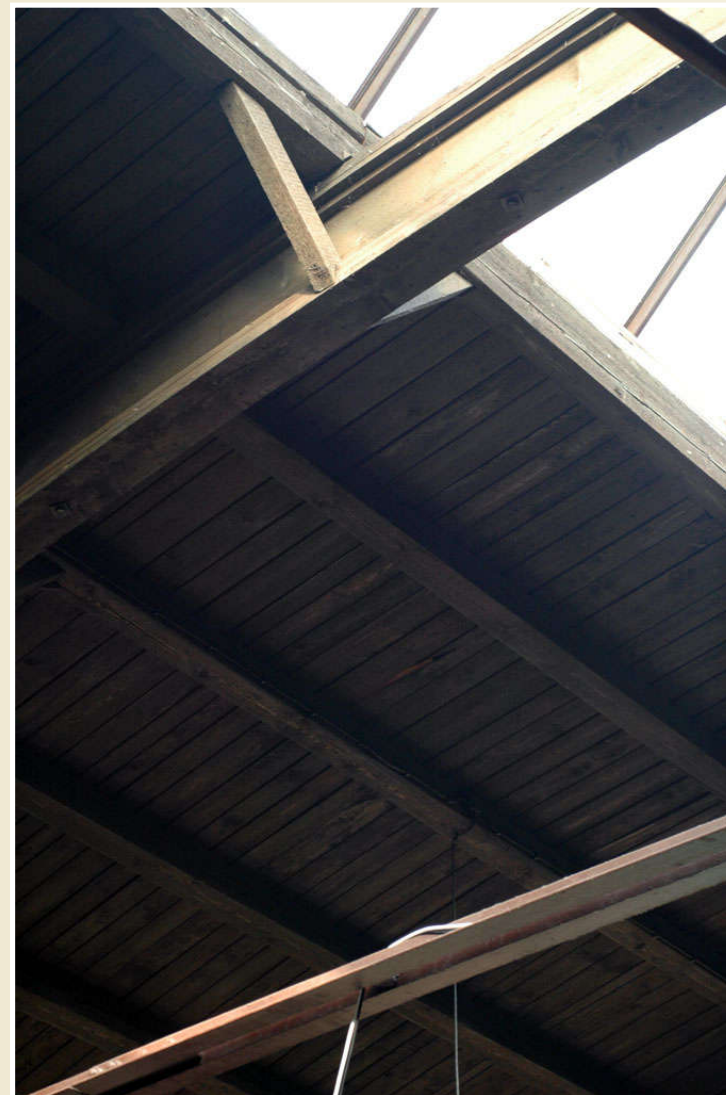
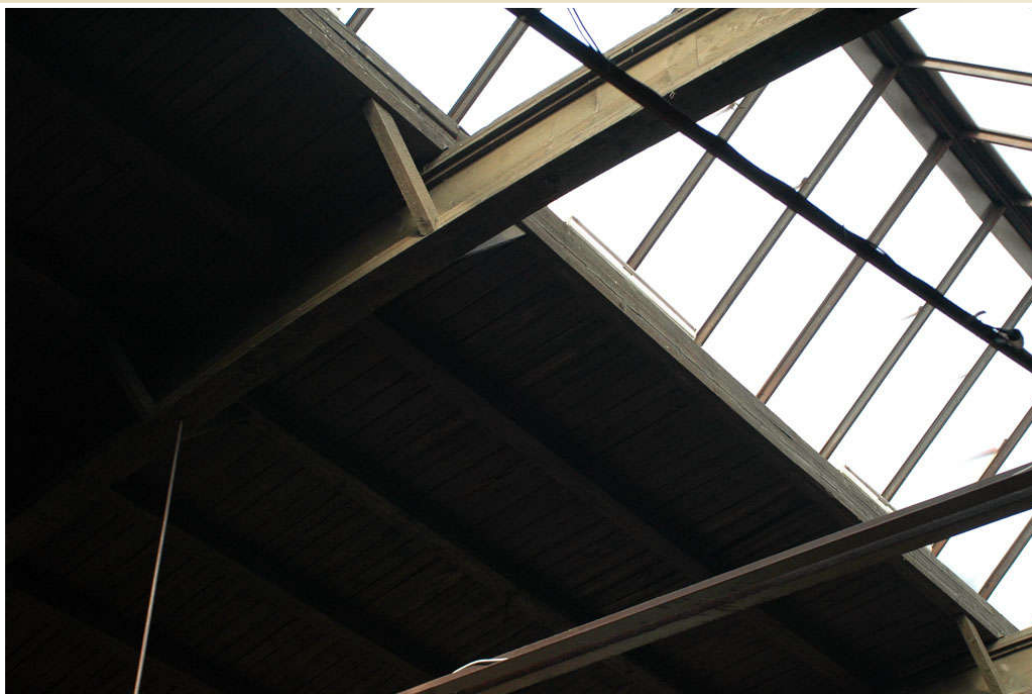
Detail uchycení táhla ke střešní konstrukci, Pavilon výstaviště Černá louka, Ostrava

Ukázky dvojkloubového oblouku s táhlem



Střešní konstrukce dřevěných oblouků s ocelovými táhly, pivnice na Poděbradově ulici, Ostrava

Ukázky dvojkloubového oblouku s táhlem



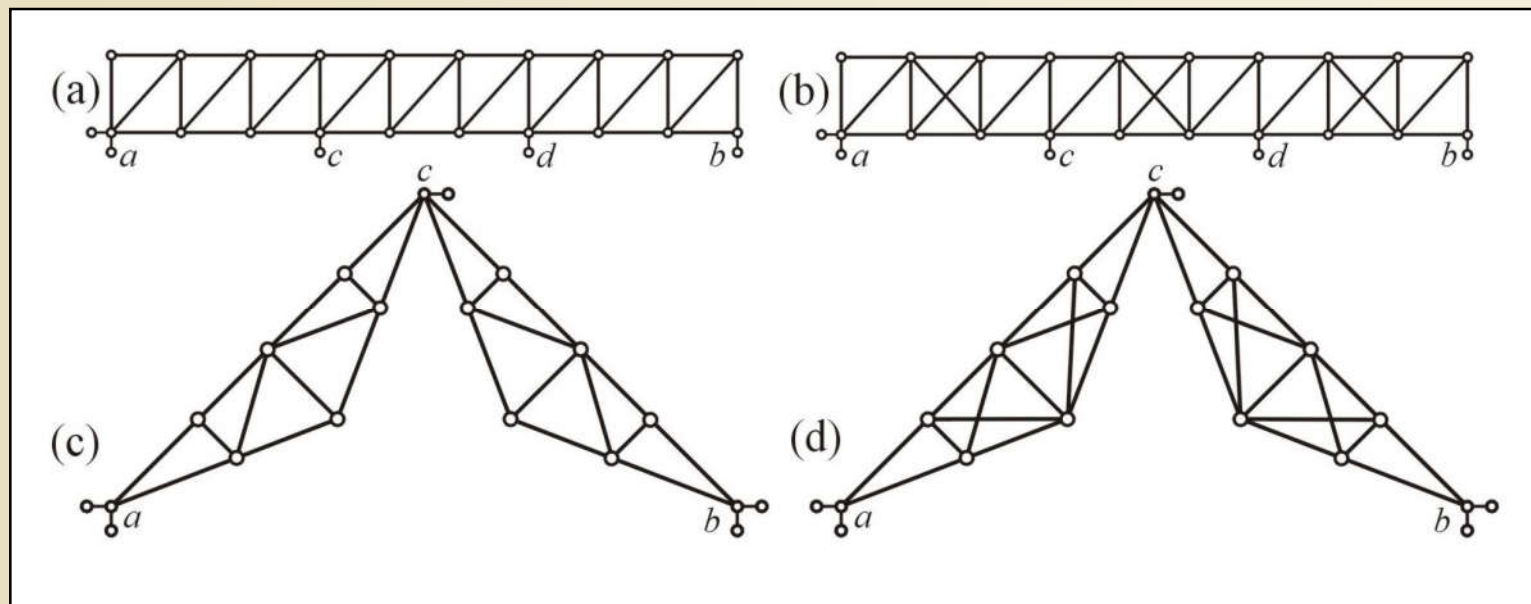
Detail dřevěného oblouku a ocelového táhla, pivnice na Poděbradově ulici, Ostrava

Stanice Střížkov (Prosek) , trasa C pražského metra



Staticky neurčitě rovinné kloubové příhradové nosníky

- a) nosník tvarově určitý a zároveň vnitřně staticky určitý $p + 3 = 2 \cdot s$
- b) nosník tvarově přeuročité a zároveň vnitřně staticky neurčitý $p + 3 > 2 \cdot s$
- c) nosník tvarově neurčitý a zároveň vnitřně staticky přeuročité $p + 3 < 2 \cdot s$
- d) výjimečný případ tvarové určitosti (přeuročitosti) a vnitřní statické určitosti (neurčitosti) $p + 3 \geq 2 \cdot s$



Staticky neurčitě rovinné kloubové příhradové nosníky

Obr. 7. 1. / str. 164

Vytvoření základní staticky určité soustavy

Nosník dle obr.7.1.(a) je staticky neurčitý,

$$n_s = p + v_e - 2 \cdot s = 37 + 5 - 2 \cdot 20 = 2$$

Možnosti odebrání přebytečných vazeb:

Obr. 7.1(a)

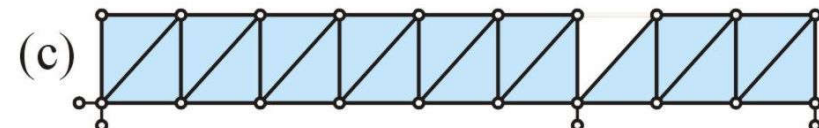
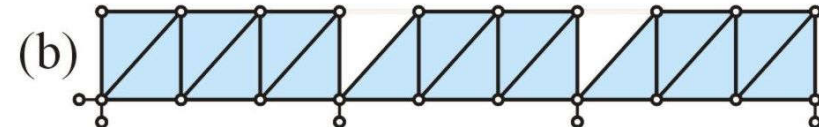
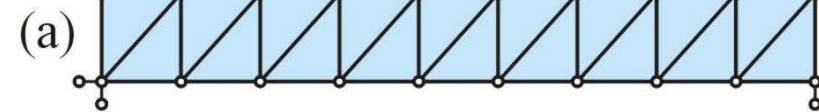
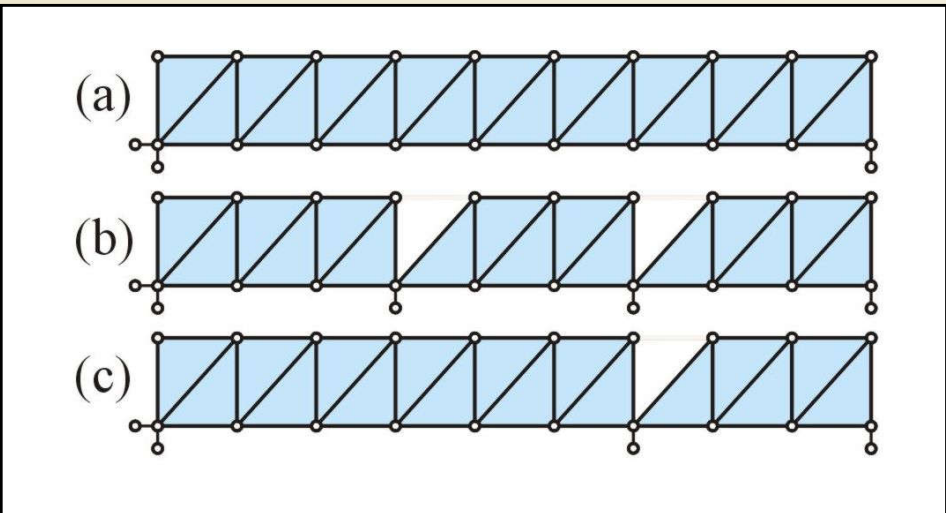
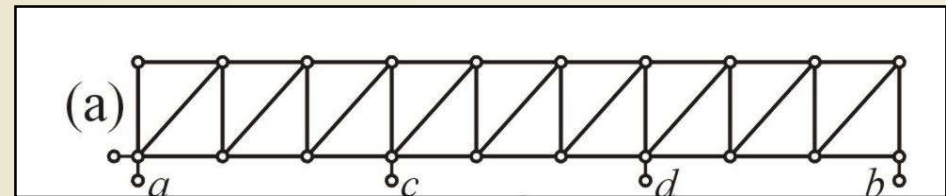
(a) odebrání 2 vnějších vazeb

(b) odebrání 2 vnitřních vazeb

(c) odebrání 1 vnější a 1 vnitřní vazby

Po odebrání vazeb musí zůstat

soustava nehybná



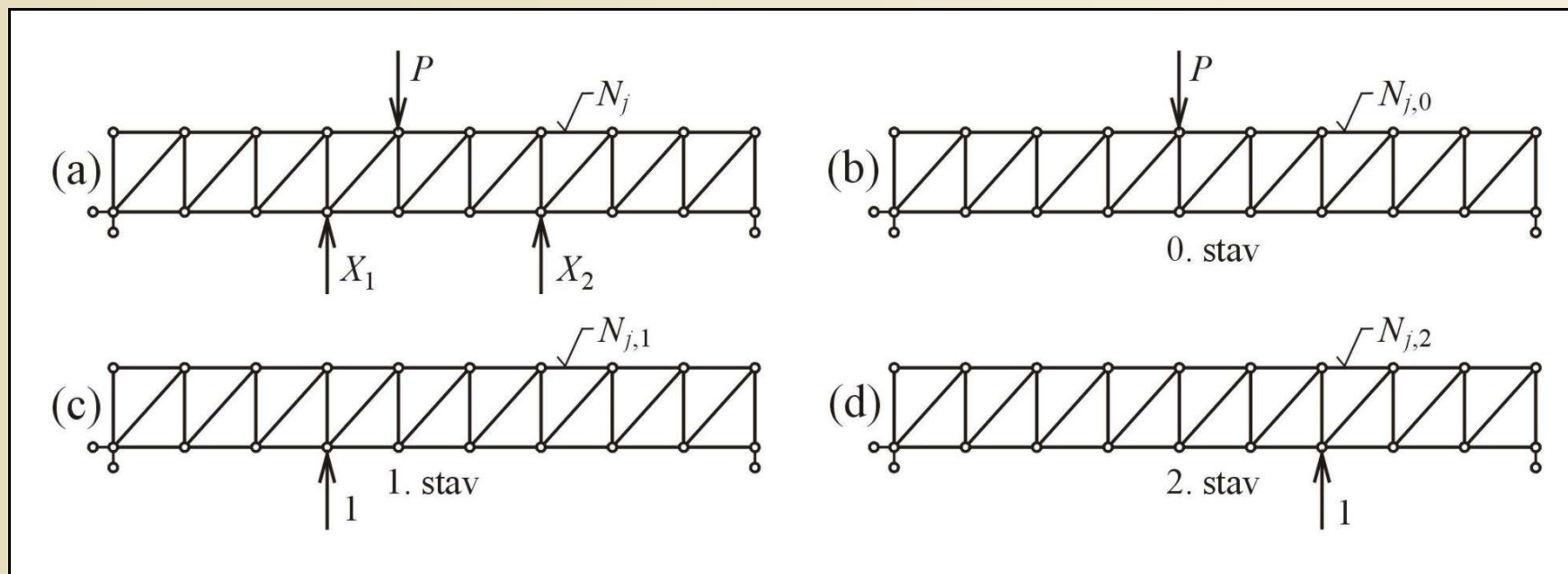
Vytvoření základní staticky určité soustavy

Obr. 7. 2. / str. 165

Rozklad na dílčí stavy

Odebrané vazby (vnější) nahradíme
staticky neurčitými silami (reakcemi)

Sestavíme zatěžovací stavy



Rozklad na dílčí stavy

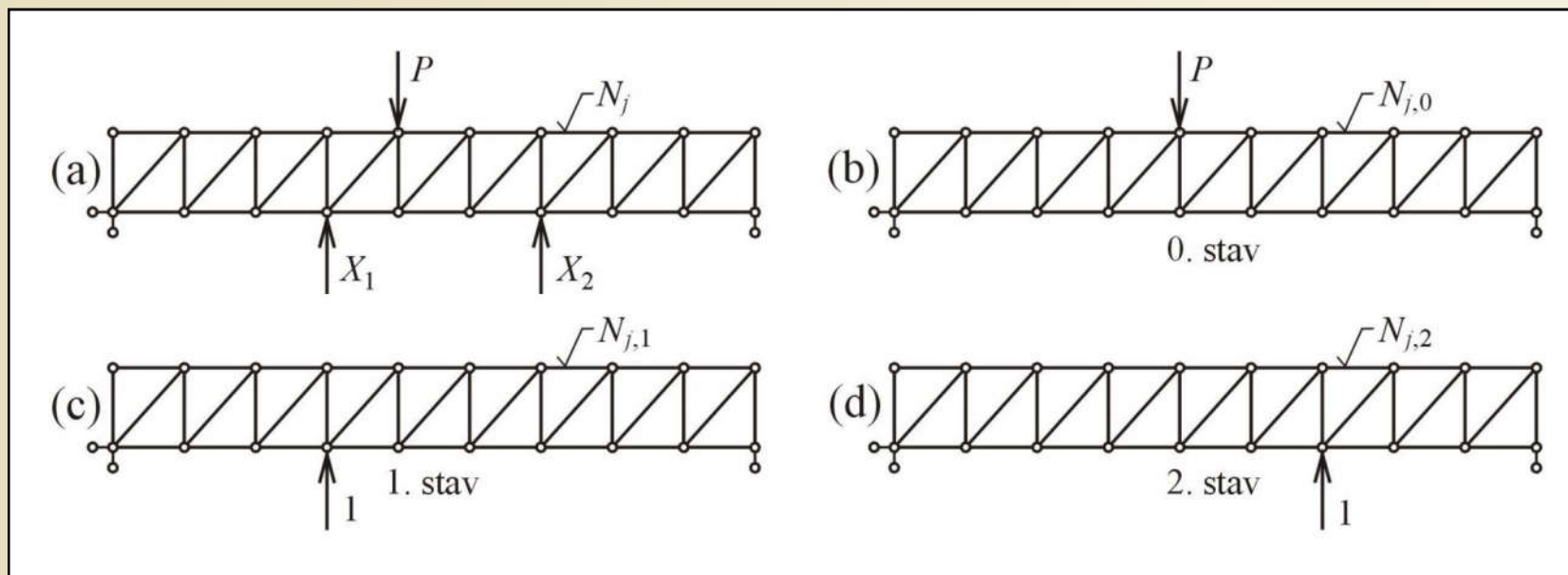
Obr. 7. 3. / str. 166

Přetvárné podmínky

Deformační podmínky pro silové zatížení a zatížení změnou teploty :

$$\delta_{11} \cdot X_1 + \delta_{12} \cdot X_2 + \delta_{10} = 0$$

$$\delta_{21} \cdot X_1 + \delta_{22} \cdot X_2 + \delta_{20} = 0 \quad \text{Obecně: } \sum_{k=1}^{n_s} \delta_{i,k} \cdot X_k + \delta_{i,0} = 0 \quad \text{pro } i = 1, \dots, n_s$$



Rozklad na dílčí stavy

Obr. 7. 3. / str. 166

Výpočet deformačních součinitelů

Deformační součinitelé :

$$\delta_{i,k} = \frac{1}{E} \cdot \sum_{j=1}^p \int_0^{l_j} \frac{N_{j,i} \cdot N_{j,k}}{A_j} \cdot dx_j = \frac{1}{E} \cdot \sum_{j=1}^{j=p} \frac{N_{j,i} \cdot N_{j,k}}{A_j} \cdot \int_0^{l_j} dx_j = \frac{1}{E} \cdot \sum_{j=1}^{j=p} \frac{N_{j,i} \cdot N_{j,k}}{A_j} \cdot l_j$$

Zatěžovací členy pro silové zatížení :

$$\delta_{i,0} = \frac{1}{E} \cdot \sum_{j=1}^{j=p} \frac{N_{j,i} \cdot N_{j,0}}{A_j} \cdot l_j$$

Zatěžovací členy pro změnu teploty :

$$\delta_{i,0} = \alpha_t \cdot \sum_{j=1}^{j=p} \Delta t_{0,j} \cdot \int_0^{l_j} N_{j,i} \cdot dx_j = \alpha_t \cdot \sum_{j=1}^{j=p} \Delta t_{0,j} \cdot N_{j,i} \cdot l_j$$

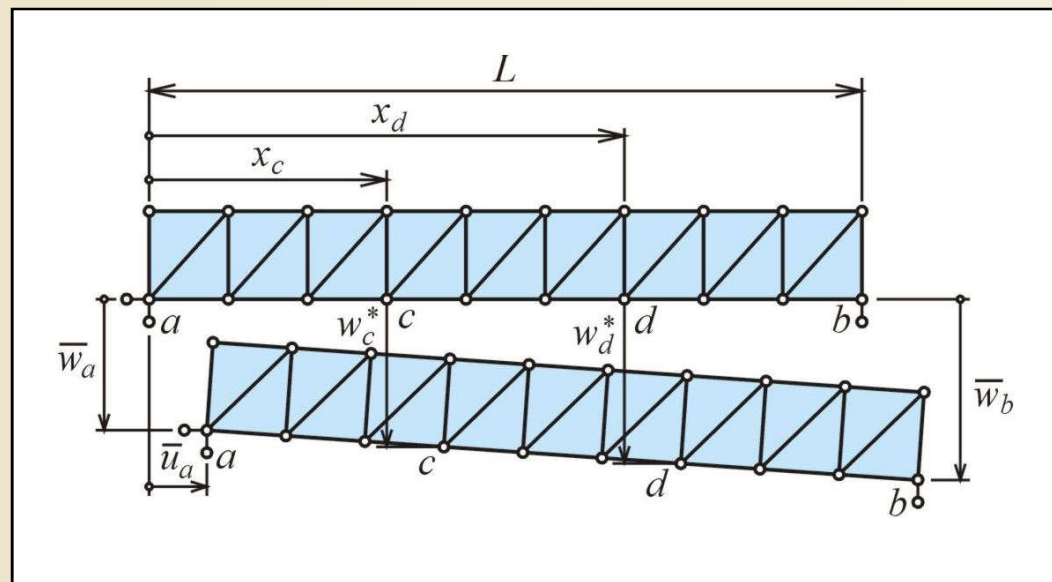
Popuštění podpor příhradového nosníku

Deformační podmínky: $\delta_{1,1} \cdot X_1 + \delta_{1,2} \cdot X_2 + \delta_{1,0} = d_1$

$$\delta_{2,1} \cdot X_1 + \delta_{2,2} \cdot X_2 + \delta_{2,0} = d_2$$

Obecně: $\sum_{k=1}^{n_s} \delta_{i,k} \cdot X_k + \delta_{i,0} = d_i$ pro $i = 1, \dots, n_s$

V daném případě $n_s = 2$



Popuštění podpor příhradového nosníku

Obr. 7. 4. / str. 168

Popuštění podpor příhradového nosníku

Zadání: $\bar{w}_a, \bar{w}_b, \bar{w}_c, \bar{w}_d$ (\downarrow), \bar{u}_a (\rightarrow), $n_s = 2$

Reakce pro 1. stav (obr. 7.3.c): $R_{a,1} = \frac{L-x_c}{L} (\downarrow)$, $R_{b,1} = \frac{x_c}{L} (\downarrow)$

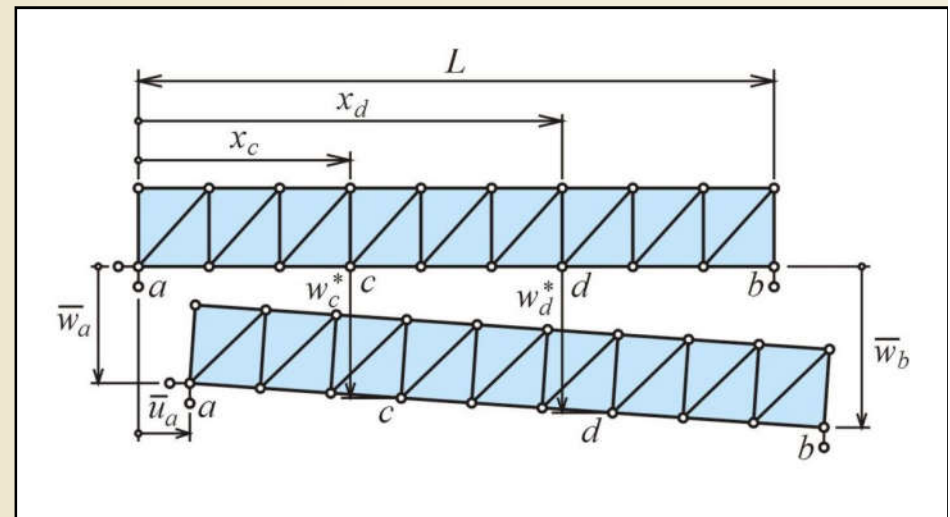
Reakce pro 2. stav (obr. 7.3.d): $R_{a,2} = \frac{L-x_d}{L} (\downarrow)$, $R_{b,2} = \frac{x_d}{L} (\downarrow)$

$d_1 = -w_c$, $d_2 = -w_d$ (směr zatěžovacích sil opačný než w_c, w_d)

$$\delta_{1,0} = -w_c^* = -\left(\frac{L-x_c}{L} \cdot \bar{w}_a + \frac{x_c}{L} \cdot \bar{w}_b\right)$$

$$\delta_{2,0} = -w_d^* = -\left(\frac{L-x_d}{L} \cdot \bar{w}_a + \frac{x_d}{L} \cdot \bar{w}_b\right)$$

(směry reakcí shodné se směry
popuštění podpor)



Popuštění podpor příhradového nosníku

Obr. 7. 4. / str. 168

Popuštění podpor příhradového nosníku

Zadání: $\bar{w}_a, \bar{w}_b, \bar{w}_c, \bar{w}_d (\downarrow), \bar{u}_a (\rightarrow), n_s = 2$

Deformační podmínky: $\delta_{1,1} \cdot X_1 + \delta_{1,2} \cdot X_2 + \delta_{1,0} = d_1$

$$\delta_{2,1} \cdot X_1 + \delta_{2,2} \cdot X_2 + \delta_{2,0} = d_2$$

Po dosazení: $\delta_{1,1} \cdot X_1 + \delta_{1,2} \cdot X_2 + -\bar{w}_a + \frac{x_c}{L} \cdot (\bar{w}_a - \bar{w}_b) = -\bar{w}_c$

$$\delta_{2,1} \cdot X_1 + \delta_{2,2} \cdot X_2 + -\bar{w}_a + \frac{x_d}{L} \cdot (\bar{w}_a - \bar{w}_b) = -\bar{w}_d$$

Po úpravě: $\delta_{1,1} \cdot X_1 + \delta_{1,2} \cdot X_2 = \bar{w}_a - \bar{w}_c - \frac{x_c}{L} \cdot (\bar{w}_a - \bar{w}_b)$

$$\delta_{2,1} \cdot X_1 + \delta_{2,2} \cdot X_2 = \bar{w}_a - \bar{w}_d - \frac{x_d}{L} \cdot (\bar{w}_a - \bar{w}_b)$$

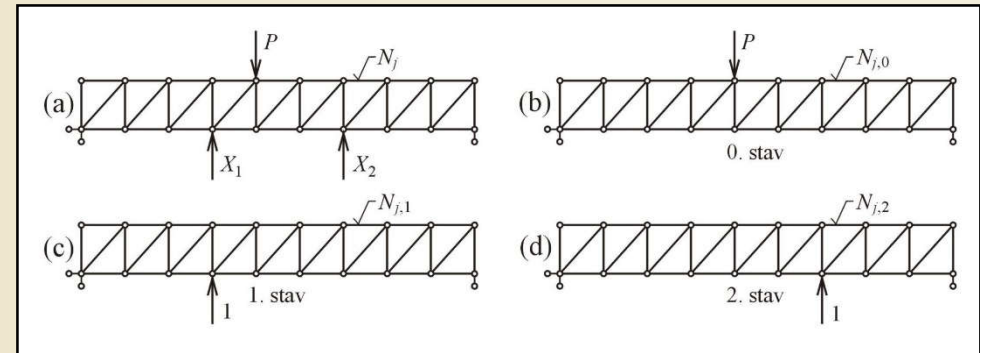
Řešením rovnic: $X_1 = R_c, \quad X_2 = R_d$

Řešení příhradového nosníku, dokončení

Výpočet reakcí pro silové zatížení (obr. 7.1.a) :

$$R_a = R_{a,0} + X_1 \cdot R_{a,1} + X_2 \cdot R_{a,2}$$

$$R_b = R_{b,0} + X_1 \cdot R_{b,1} + X_2 \cdot R_{b,2}$$



Pro deformační zatížení je $R_{a,0} = R_{b,0} = 0$

Výpočet normálových sil v jednotlivých prutech :

$$N_j = N_{j,0} + \sum_{k=1}^{n_s} N_{j,k} \cdot X_k$$

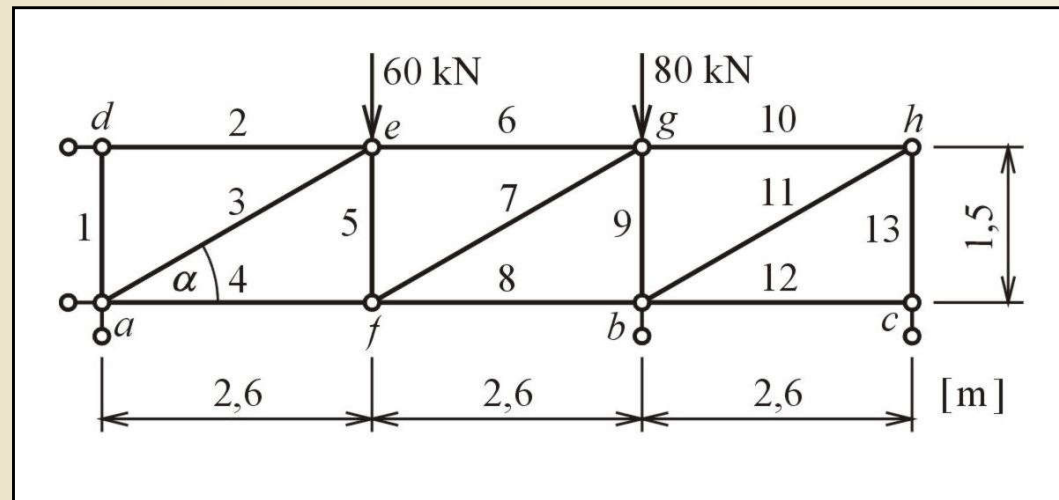
Příklad 7.1 zadání dle obr.7.5, plocha prutů viz tab.7.1

Stupeň statické neurčitosti:

$$n_s = p + v_e - 2 \cdot s = 13 + 5 - 2 \cdot 8 = 2$$

$$\text{Délka diagonál: } l_d = \sqrt{(2,6^2 + 1,5^2)} = 3,002 \text{ m}$$

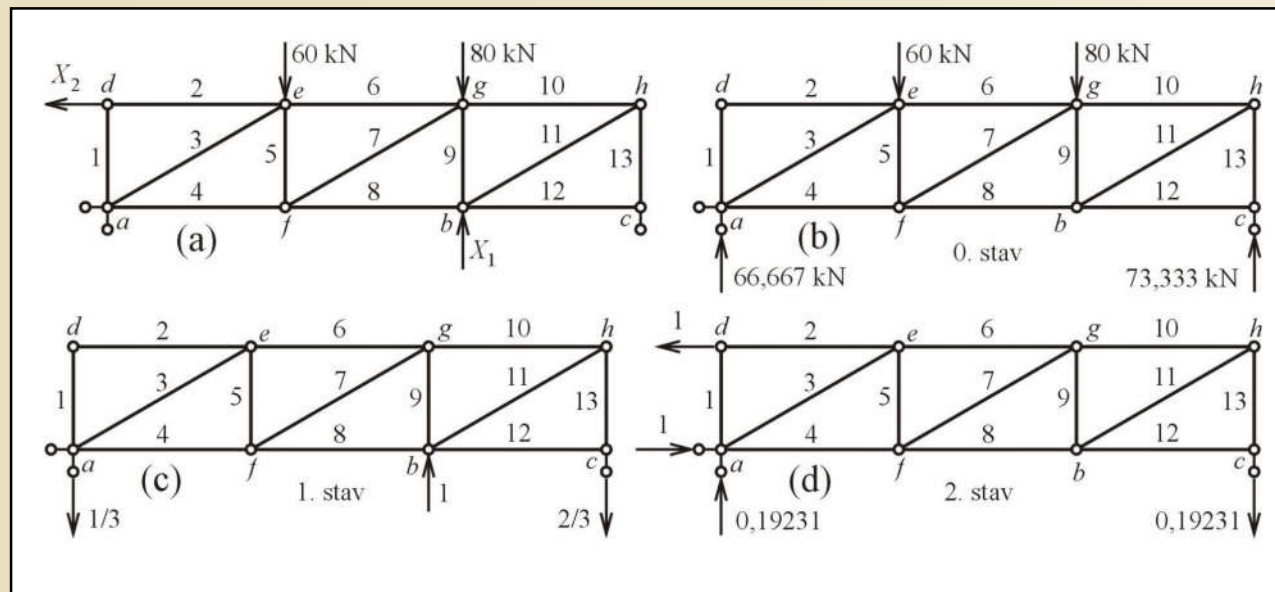
$$\sin \alpha = \frac{1,5}{3,002} = 0,4997 \quad \cos \alpha = \frac{2,6}{3,002} = 0,8662$$



Zadání příkladu 7.1

Obr. 7. 5. / str. 168

Příklad 7.1, dílčí stavy a výpočet normálových sil v prutech



Rozklad na dílčí stavy
v příkladu 7.1
Obr. 7. 6. / str. 169

j	A_j [m ²]	L_j [m]	$N_{j,0}$ [kN]	$N_{j,1}$ [1]	$N_{j,2}$ [1]
1	0,0012	1,500	0	0	0
2	0,0012	2,600	0	0	1,00000
3	0,0024	3,002	-133,407	0,66704	-0,38483
4	0,0012	2,600	115,556	-0,57778	-0,66667
5	0,0024	1,500	6,667	-0,33333	0,19231
6	0,0024	2,600	-115,556	0,57778	0,66667
7	0,0012	3,002	-13,341	0,66704	-0,38483
8	0,0024	2,600	127,111	-1,15556	-0,33333
9	0,0024	1,500	-73,333	-0,33333	0,19231
10	0,0012	2,600	-127,111	1,15556	0,33333
11	0,0012	3,002	146,748	-1,33407	-0,38483
12	0,0012	2,600	0	0	0
13	0,0024	1,500	-73,333	0,66667	0,19231

Tabulka 7.1,
str.169

Příklad 7.1, deformační podmínky, výpočet staticky neurčitých veličin

Deformační podmínky: $\delta_{11} \cdot X_1 + \delta_{12} \cdot X_2 = -\delta_{10}$
 $\delta_{21} \cdot X_1 + \delta_{22} \cdot X_2 = -\delta_{20}$

j	A_j [m ²]	L_j [m]	$N_{j,0}$ [kN]	$N_{j,1}$ [l]	$N_{j,2}$ [l]	δ_{11} [m ⁻¹]	δ_{12} [m ⁻¹]	δ_{22} [m ⁻¹]	δ_{10} [kN]	δ_{20} [kN]
1	0,0012	1,500	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0,0012	2,600	0	0	1,00000	0	0	2166,667	0	0
3	0,0024	3,002	-133,407	0,66704	-0,38483	556,482	-326,047	185,220	-111296	64209
4	0,0012	2,600	115,556	-0,57778	-0,66667	723,292,	834,568,	962,963	-144658	-166914
5	0,0024	1,500	6,667	-0,33333	0,19231	69,444	-40,064	23,114	-1389	801
6	0,0024	2,600	-115,556	0,57778	0,66667	361,646	417,284	481,481	-72329	-83457
7	0,0012	3,002	-13,341	0,66704	-0,38483	1112,963	-642,094	370,439	-22259	12842
8	0,0024	2,600	127,111	-1,15556	-0,33333	1446,584	417,284	120,370	-159124	-45901
9	0,0024	1,500	-73,333	-0,33333	0,19231	69,444	-40,064	23,114	15278	-8814
10	0,0012	2,600	-127,111	1,15556	0,33333	2893,169	834,568	240,741	-318249	-91802
11	0,0012	3,002	146,748	-1,33407	-0,38483	4451,854	1284,189	370,439	-489704	-141261
12	0,0012	2,600	0	0	0	0	0	0	0	0
13	0,0024	1,500	-73,333	0,66667	0,19231	277,778	80,128	23,114	-30556	-8814
						11962,657	2824,751	4967,662	-1334287	-469110

$$11962,657 \cdot X_1 + 2824,751 \cdot X_2 = 1334287$$

$$2824,751 \cdot X_1 - 4967,662 \cdot X_2 = 469110$$

$$X_1 = 103,080 \text{ kN } (\uparrow) \quad X_2 = 35,819 \text{ kN } (\leftarrow)$$

Příklad 7.1, výpočet reakcí a normálových sil v prutech

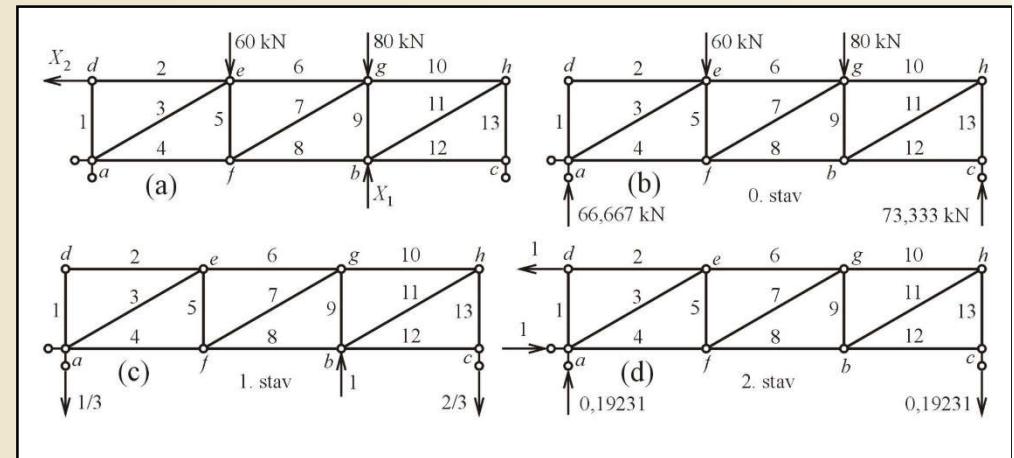
$$R_{ax} = X_2 = 35,819 \text{ kN} (\rightarrow)$$

$$R_{az} = R_{az,0} - \frac{X_1}{3} + 0,19231X_2 = 39,195 \text{ kN} (\uparrow)$$

$$R_{bz} = X_1 = 103,080 \text{ kN} (\uparrow)$$

$$R_{cz} = R_{cz,0} - \frac{2 \cdot X_1}{3} - 0,19231X_2 = -2,275 \text{ kN} (\uparrow), R_{cz} = 2,275 \text{ kN} (\downarrow)$$

j	$N_{j,0}$ [kN]	$N_{j,1}$ [1]	$N_{j,2}$ [1]	N_j [kN]
1	0	0	0	0
2	0	0	1,00000	35,819
3	-133,407	0,66704	-0,38483	-78,434
4	115,556	-0,57778	-0,66667	32,119
5	6,667	-0,33333	0,19231	-20,805
6	-115,556	0,57778	0,66667	-32,119
7	-13,341	0,66704	-0,38483	41,633
8	127,111	-1,15556	-0,33333	-3,943
9	-73,333	-0,33333	0,19231	-100,805
10	-127,111	1,15556	0,33333	3,943
11	146,748	-1,33407	-0,38483	-4,552
12	0	0	0	0
13	-73,333	0,66667	0,19231	2,275



$$N_j = N_{j,0} + N_{j,1} \cdot X_1 + N_{j,2} \cdot X_2$$

Sticky neurčitý a tvarově pře určitý příhradový nosník

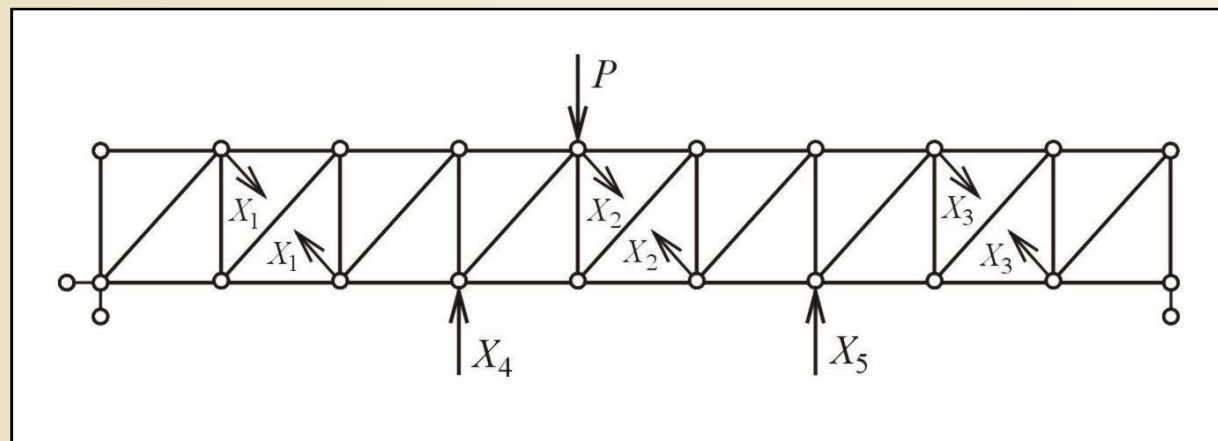
Řešení příhradového nosníku dle obr.7.1.b

$$n_s = p + v_e - 2 \cdot s = 40 + 5 - 2 \cdot 20 = 5$$

$n_s > n_s^{\text{int}} \Rightarrow$ celková statická neurčitost je **částečně vnitřní**

Poznámka : Do výpočtu deformačních součinitelů

nutno zahrnout virtuální práci osových sil odebraných prutů



Sticky neurčité interakce a reakce u soustavy částečně vnitřně staticky neurčité

Obr. 7. 7. / str. 171

Lávka přes Odru, Ostrava – Nová Ves



Ukázka staticky neurčitého a tvarově přeurlčitého příhradového nosníku

Lávka přes Odru, Ostrava – Nová Ves



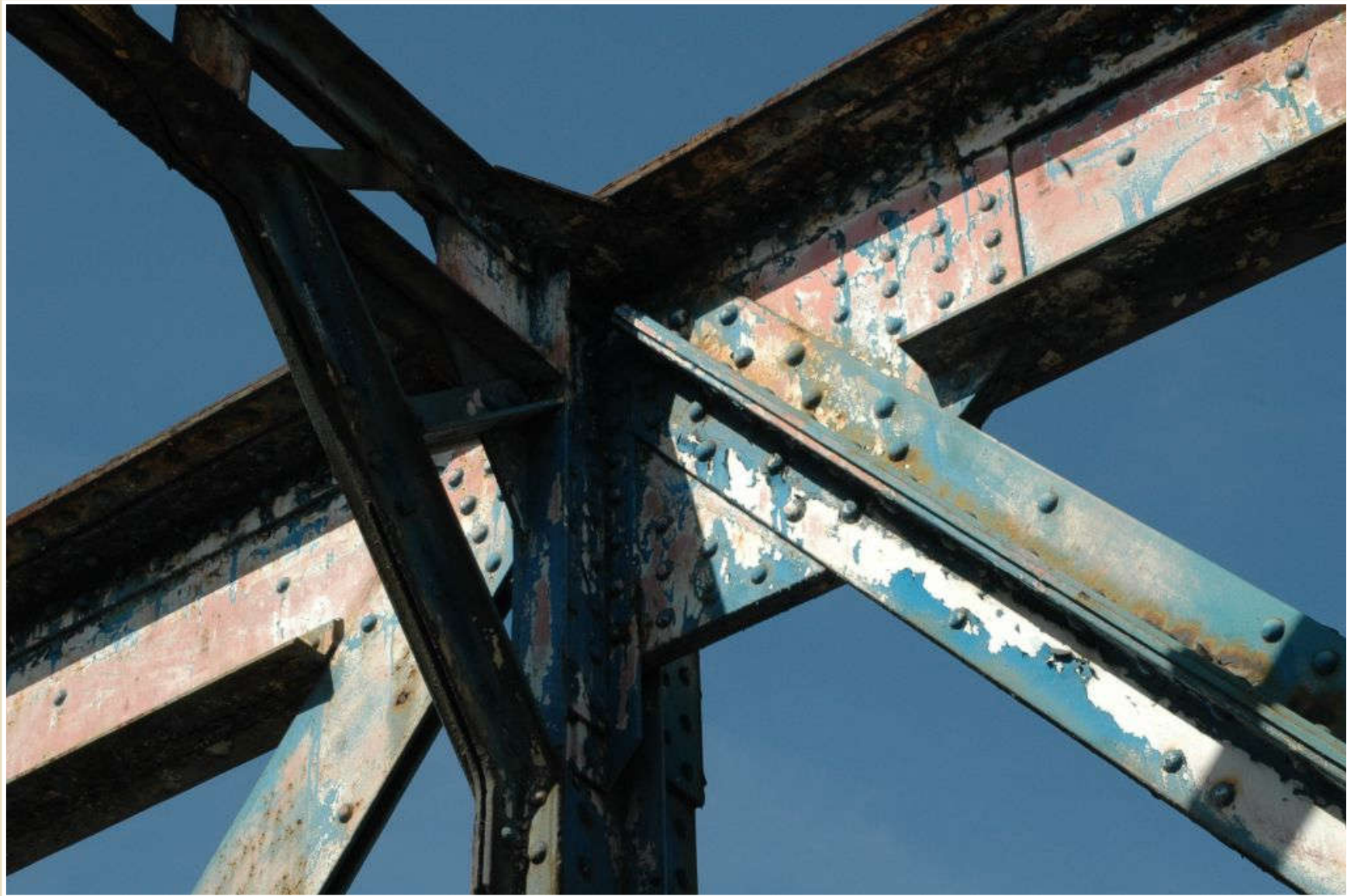
Ukázka staticky neurčitého a tvarově přeurtitého příhradového nosníku

Lávka přes Odru, Ostrava – Nová Ves



Ukázka staticky neurčitého a tvarově přeurtitého příhradového nosníku

Lávka přes Odru, Ostrava – Nová Ves



Ukázka staticky neurčitého a tvarově přeurtitého příhradového nosníku

72 / 77

Lávka přes Odru, Ostrava – Nová Ves



Ukázka staticky neurčitého a tvarově přeurtitého příhradového nosníku

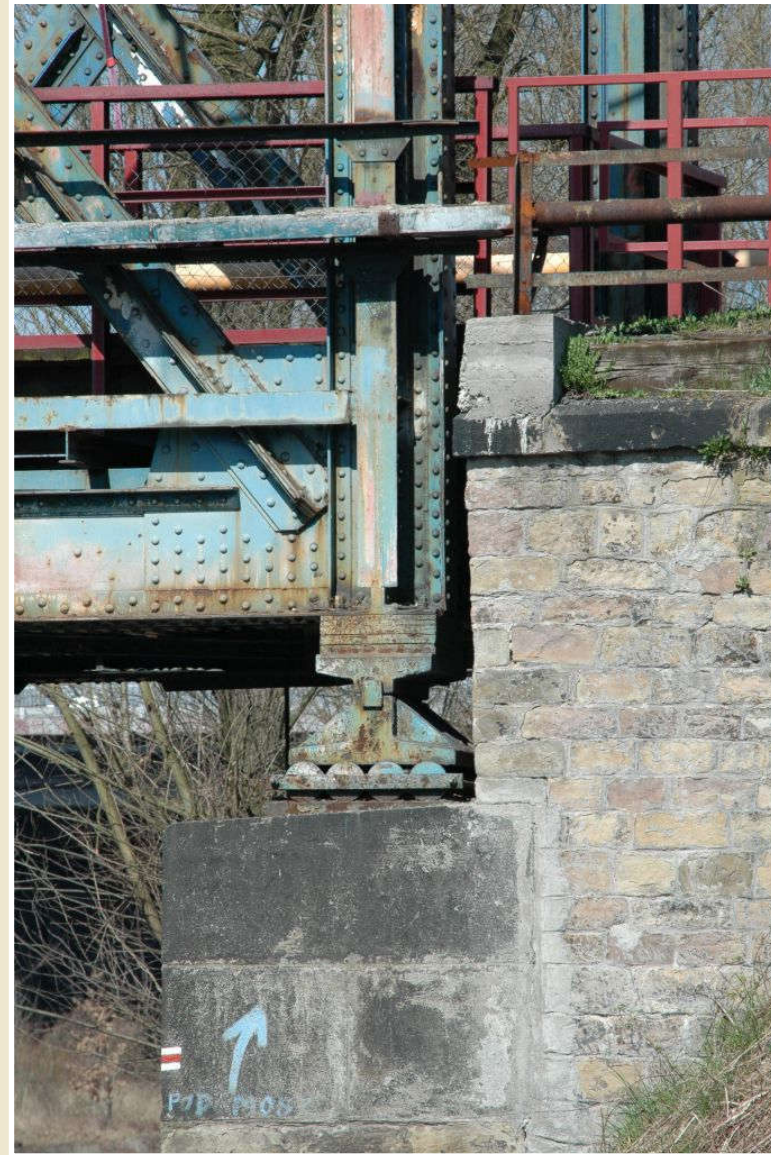
73 / 77

Lávka přes Odru, Ostrava – Nová Ves



Ukázka staticky neurčitého a tvarově přeurtitého příhradového nosníku

Lávka přes Odru, Ostrava – Nová Ves



Ukázka staticky neurčitého a tvarově přeurlčitého příhradového nosníku

75 / 77

Lávka přes Odru, Ostrava – Nová Ves



Ukázka staticky neurčitého a tvarově přeurtitého příhradového nosníku

76 / 77

Těžní věž dolu Jindřich, Ostrava



Ukázka staticky neurčitého a tvarově přeurlčitého příhradového nosníku

Těžní věž dolu Jindřich, Ostrava



Ukázka staticky neurčitého a tvarově přeurlčitého příhradového nosníku

78 / 77

Těžní věž dolu Jindřich, Ostrava



Ukázka staticky neurčitého a tvarově přeurlčitého příhradového nosníku

Těžní věž dolu Jindřich, Ostrava



Ukázka staticky neurčitého a tvarově přeurčitého příhradového nosníku

80 / 77