

Téma 3

Úvod ke staticky neurčitým prutovým konstrukcím



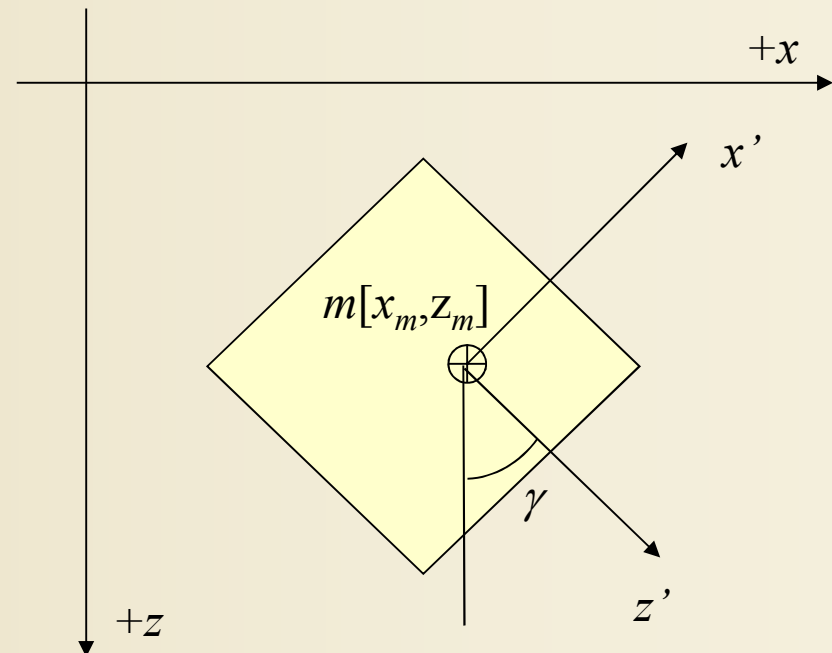
Osnova přednášky

- Staticky neurčité konstrukce, stupeň statické neurčitosti
- Silová metoda
- Jednostranně vetknutý nosník v příčné úloze

Pohybové možnosti volných hmotných objektů

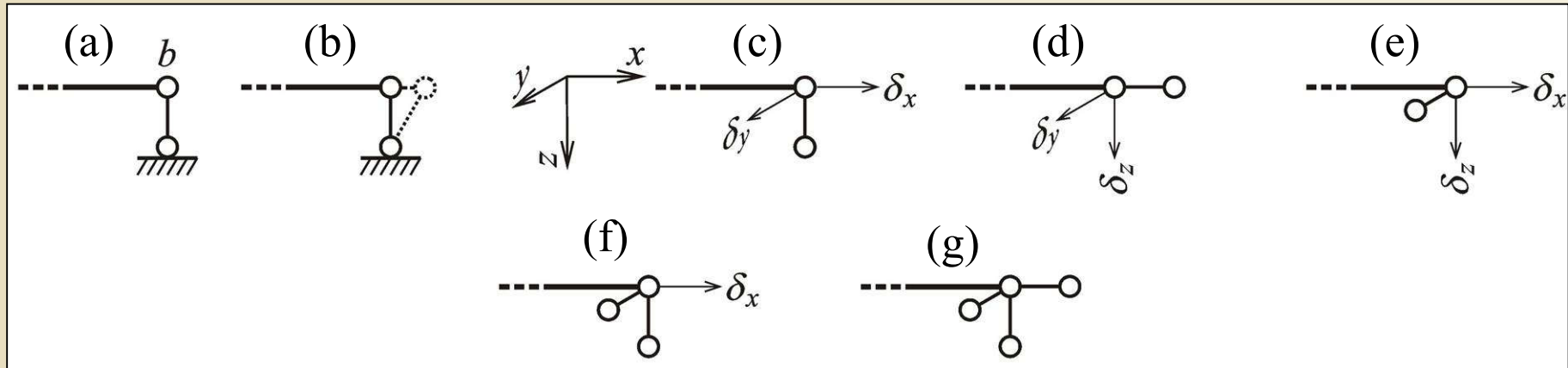
Stupeň volnosti n_v : možnost vykonat jednu pravoúhlu složku posunu nebo pootočení.

- volný hmotný bod v rovině: $n_v=2$, určen $[x, y]$, ∞^2 různých poloh
- volný hmotný bod v prostoru: $n_v=3$, určen $[x, y, z]$, ∞^3 různých poloh
- volná tuhý prut (deska) v rovině: $n_v=3$, určen $[x, y, \gamma]$, ∞^3 různých poloh
- tuhé těleso v prostoru: $n_v=6$, určeno $[x, y, z, \alpha, \beta, \gamma]$, ∞^6 různých poloh

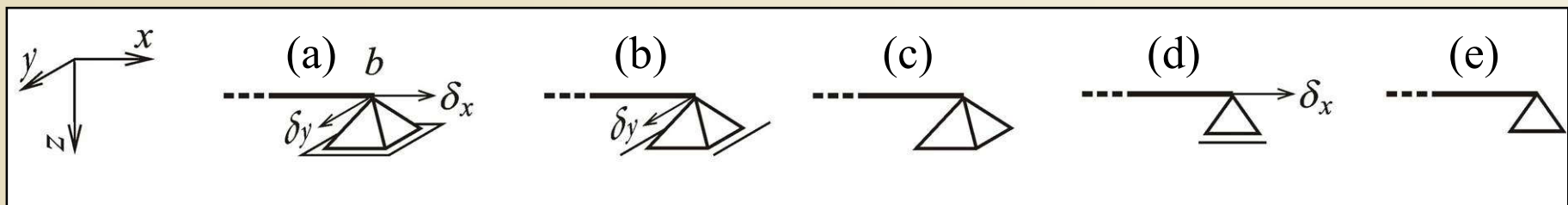


Vnější vazby proti posunům

Vazba proti posunu – znemožňuje posun podepřeného bodu prutu v zadaném směru.



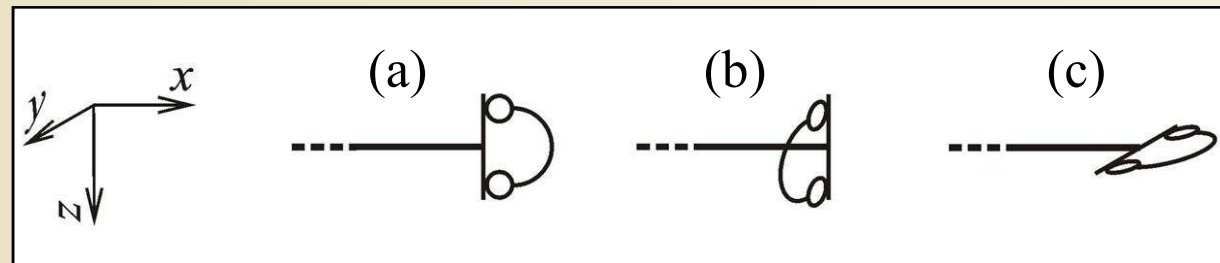
Jednoduché a sdružené vazby proti posunům znázorněné pomocí kyvných prutů



Vazby proti posunům znázorněné pomocí jehlanů a trojúhelníků

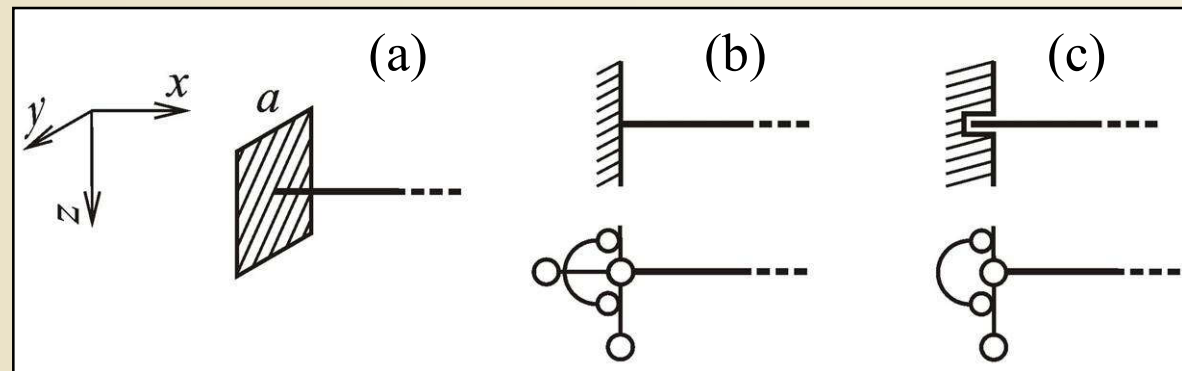
Vnější vazby proti pootočení

Vazba proti pootočení – znemožňuje pootočení podepřenému bodu prutu v zadané rovině.



Jednoduché vazby proti pootočení

Úplné vetknutí v prostoru nebo rovině, posuvné vetknutí v rovině.



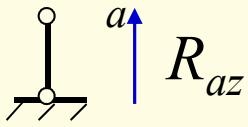
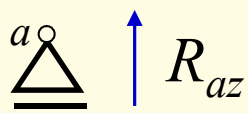
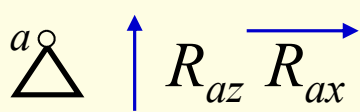
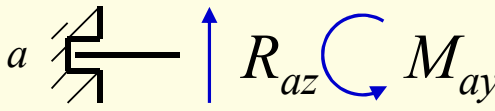
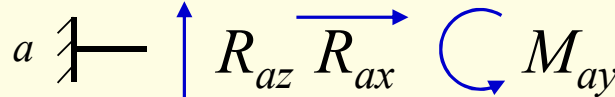
Sdružené vazby proti posunu i pootočení

Násobnost vazeb

Vnější vazby odebírají objektu stupně volnosti.

n -násobná vazba ruší objektu **n stupňů volnosti** ($n=1, 2, 3$)

Příklady jednoduchých vazeb tuhého prutu v rovině a jejich složek reakcí

Název vazby	Násobnost vazby	Označení vazby, složky reakcí
Kyvný prut	1	
Posuvný kloub, posuvná vazba	1	
Neposuvný pevný kloub, pevná vazba	2	
Posuvné vetknutí	2	
Dokonalé vetknutí	3	

Zajištění nehybnosti prutu

K pevnému podepření objektu je potřeba tolika vazeb v , aby zrušily všechny stupně volnosti n_v .

$v = n_v$ Podepření objektu je kinematically určité a **staticky určité**, zajištěna nehybnost objektu.

$v < n_v$ Podepření objektu je kinematically neurčité a **staticky pře**určité, nehybnost objektu není zajištěna, (nedostatečný počet vazeb).

$v > n_v$ Podepření objektu je kinematically pře

určité a **staticky neurčité**, nehybnost objektu zajištěna (větší počet vazeb než je nezbytně nutné).

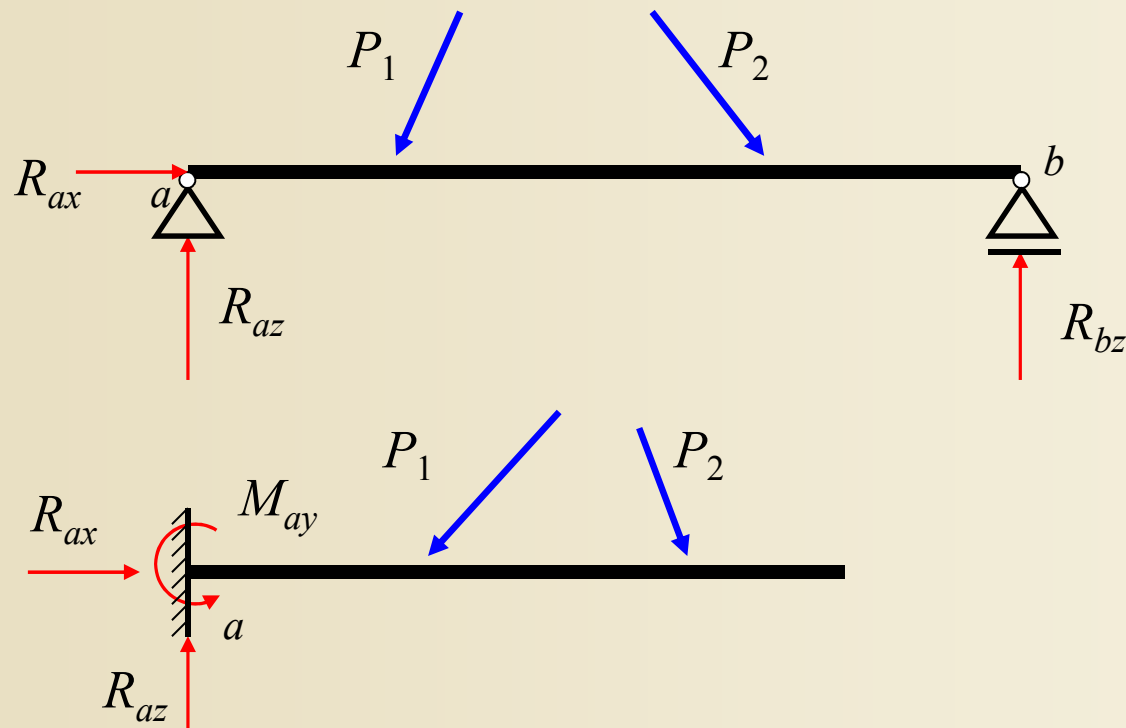
Vazby musí být vhodně uspořádány, aby skutečně zajišťovaly nehybnost objektu.

Statically determinate structure

$$v = n_v$$

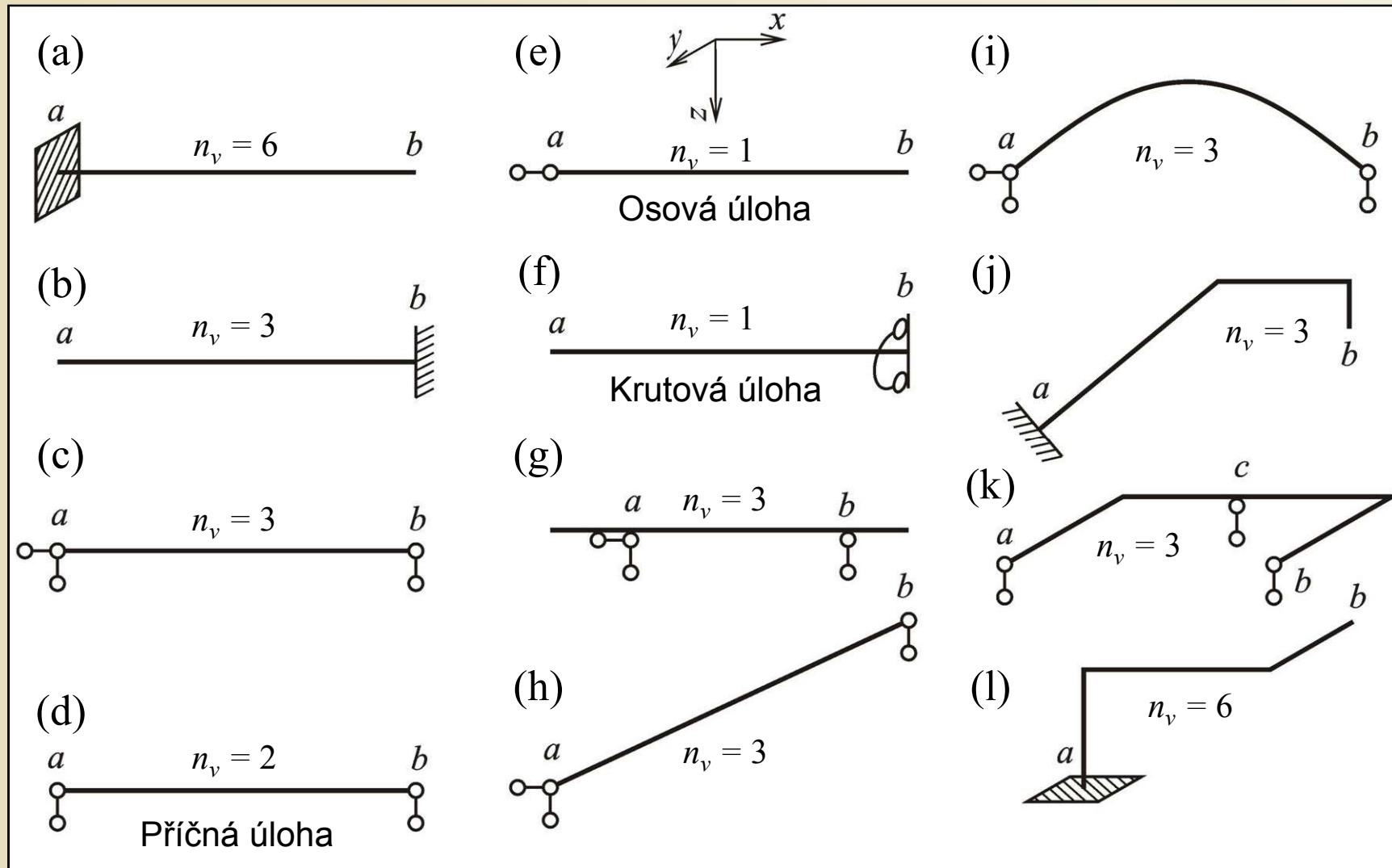
$$v = 3, n_v = 3$$

Support of the object is **kinematically and statically determinate**



Useful as a structural construction.

Staticky určité případy podepření prutů

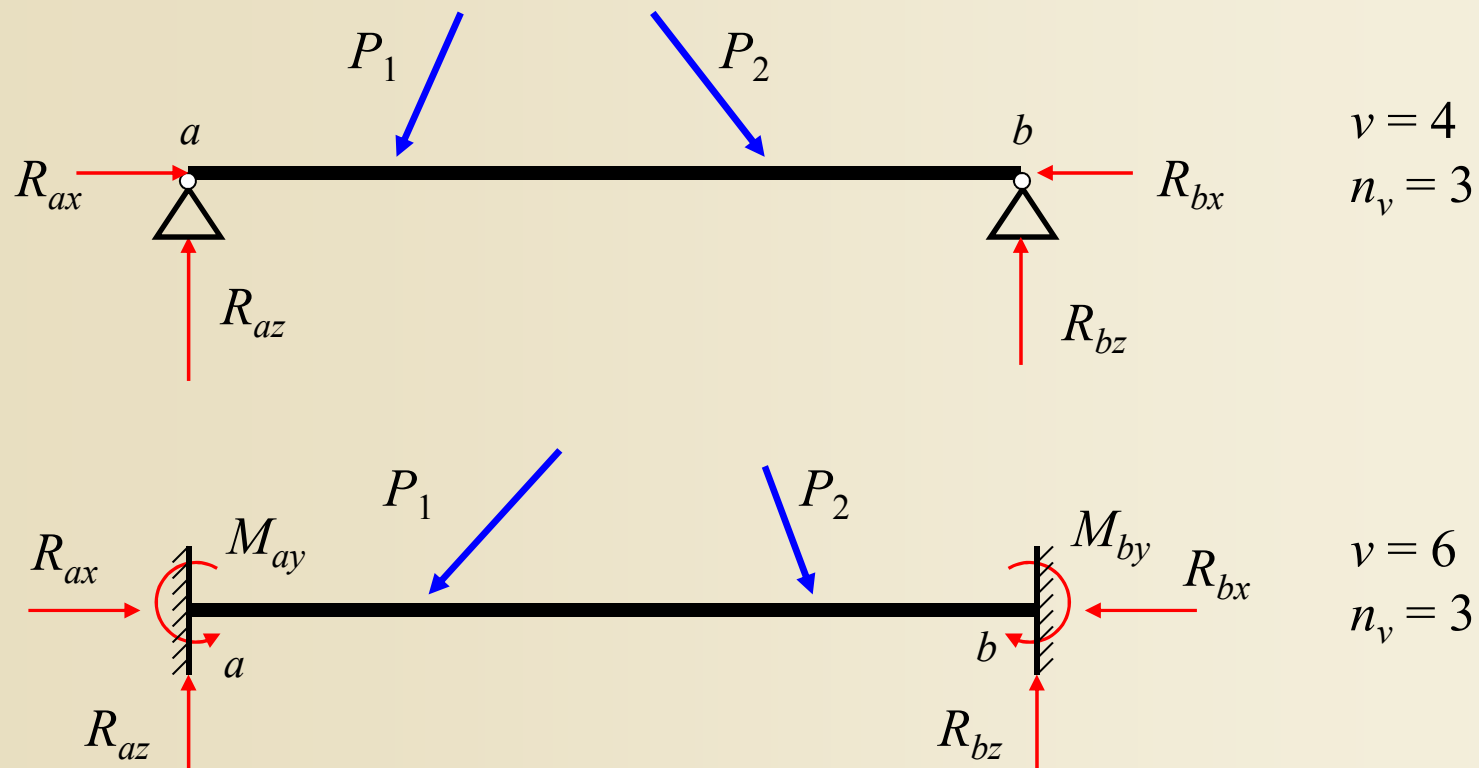


Kinematicky určité případy podepření prutů

Staticky neurčitá konstrukce

$$v > n_v$$

Podpření objektu je kinematically přeurlčité a staticky neurčité

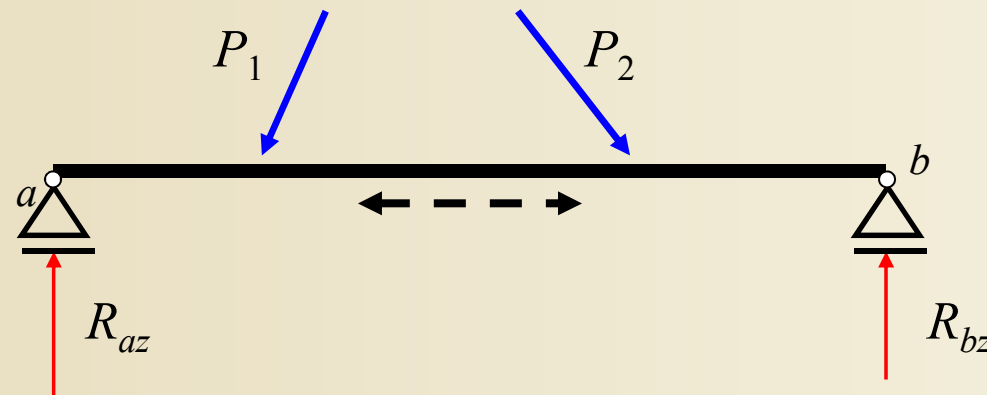


Použitelné jako stavební konstrukce.

Kinematicky neurčitá konstrukce

$$v < n_v$$

Podpěření objektu je **kinematicky neurčité a staticky přeuročité**

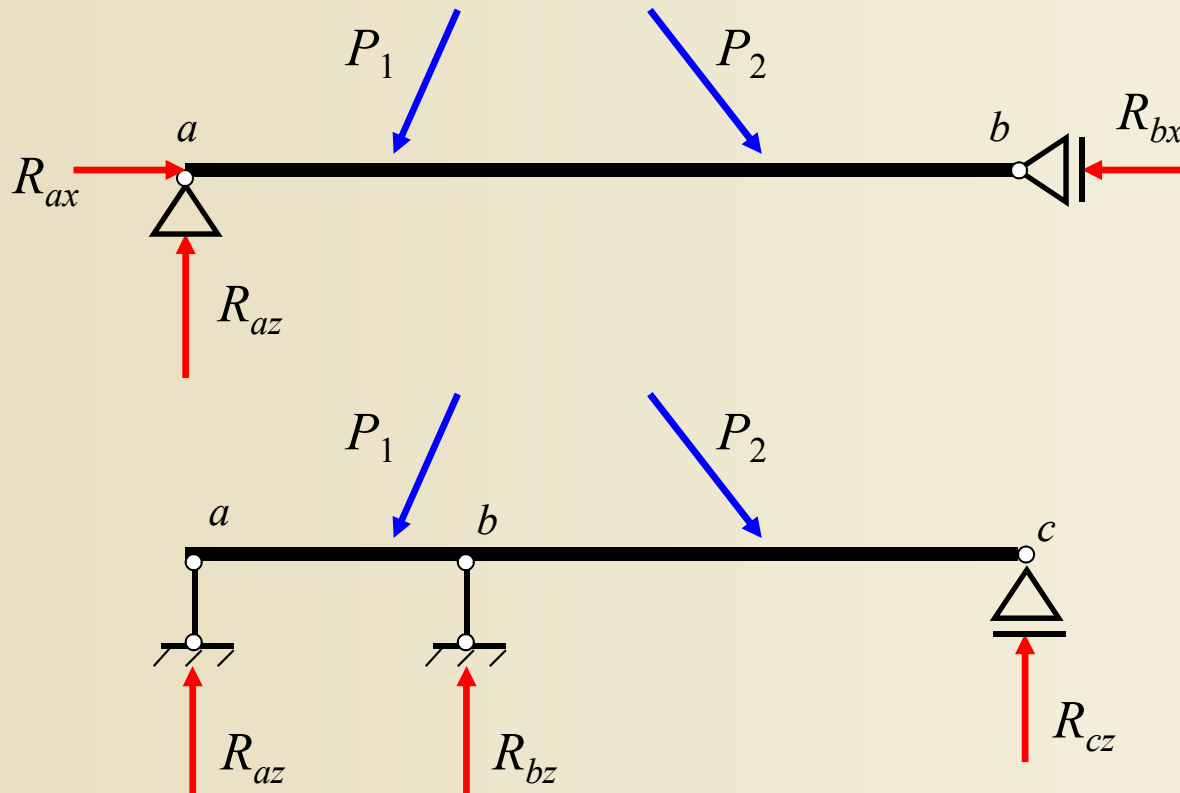


Objekt v rovnováze **jen za určitého zatížení**

Ve stavební praxi **nepoužitelné.**

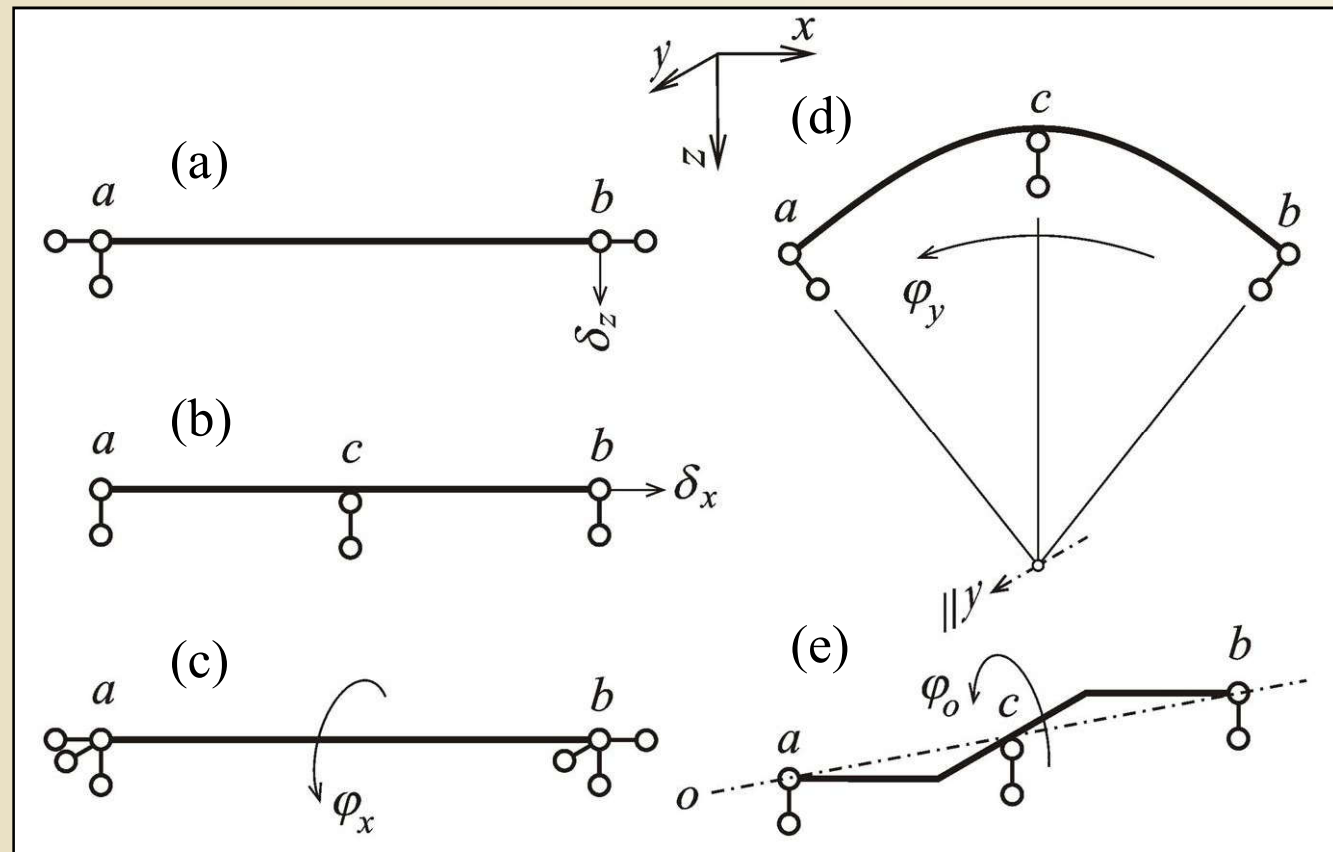
Výjimkové případy podepření

Vazby musí být **vhodně uspořádány** – nesmí vzniknout **výjimkové případy podepření**, které jsou ve stavební praxi nepoužitelné.



Staticky neurčitě případy podepření prutů

- (c) prut není zajištěn proti rotaci – 1 vazba proti vodorovnému posunu nadbytečná
- (d) tři vazby proti posunutí, jejichž směry se protínají v jednom bodě
- (e) tři vazby proti svislému posunutí v bodech, ležících v jedné přímce



Výjimečné případy kinematically určitého podepření prutů

Podmínky rovnováhy uvolněného zatíženého prutu

Podepřený prut musí být nehybný a v rovnováze.

Počet podmínek rovnováhy záleží na typu řešené úlohy, shoduje se s počtem stupňů volnosti nepodepřeného prutu n_v .

Kolik stupňů volnosti v odebírají objektu vazby, tolik vzniká složek reakcí.

$v = n_v$ Počet neznámých složek reakcí se shoduje s počtem podmínek rovnováhy, prut je **staticky určitý** a použitelný jako stavební konstrukce.

$v < n_v$ Počet neznámých složek reakcí je menší než počet podmínek rovnováhy, prut je **staticky přeuročtý** a nepoužitelný jako stavební konstrukce (rovnováha nemůže být obecně zajištěna).

$v > n_v$ Počet neznámých složek reakcí je větší než počet podmínek rovnováhy, prut je **staticky neurčitý** a může sloužit jako stavební konstrukce (podmínky rovnováhy musí být doplněny podmínkami přetvárnými-deformačními, předmět Pružnost a plasticita).

Pokud je determinant soustavy roven nule – jde o výjimečný případ.

Podmínky rovnováhy uvolněných zatížených prutů soustavy

Pro každý samostatný prut lze sestavit 3 podmínky rovnováhy.

Počet vnějších a vnitřních vazeb: $v = v_e + v_i$

Kolik stupňů volnosti odebírají soustavě vazby v , tolik vzniká složek reakcí.

$v = n_v$ Počet neznámých složek reakcí se shoduje s počtem podmínek rovnováhy, soustava je **staticky určitá** a použitelná jako stavební konstrukce.

$v < n_v$ Počet neznámých složek reakcí je menší než počet podmínek rovnováhy, soustava je **staticky přeuročitá** a nepoužitelná jako stavební konstrukce (rovnováha nemůže být obecně zajištěna).

$v > n_v$ Počet neznámých složek reakcí je větší než počet podmínek rovnováhy, soustava je **staticky neurčitá** a může sloužit jako stavební konstrukce. Stupeň statické neurčitosti $s = v - n_v$

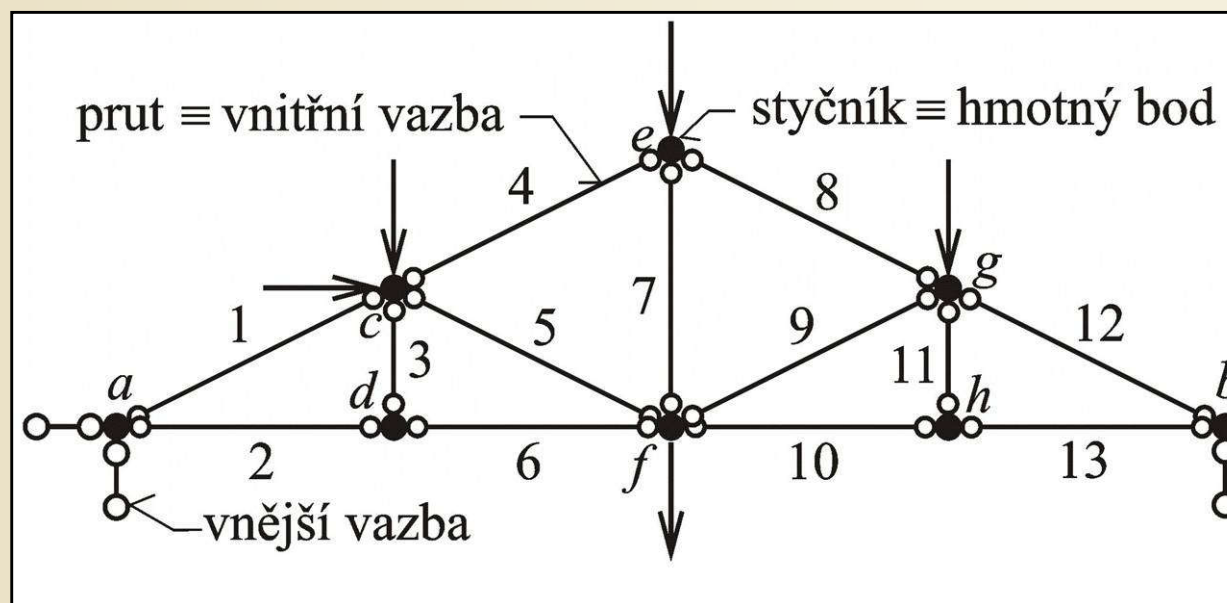
Pokud je determinant soustavy roven nule – jde o výjimečný případ.

Statická určitost příhradového nosníku

Praktické pojetí – výpočtový model tvořen hmotnými body (ve styčnicích) a vnitřními vazbami (pruty), které brání vzájemnému posunutí obou spojovaných styčníků.

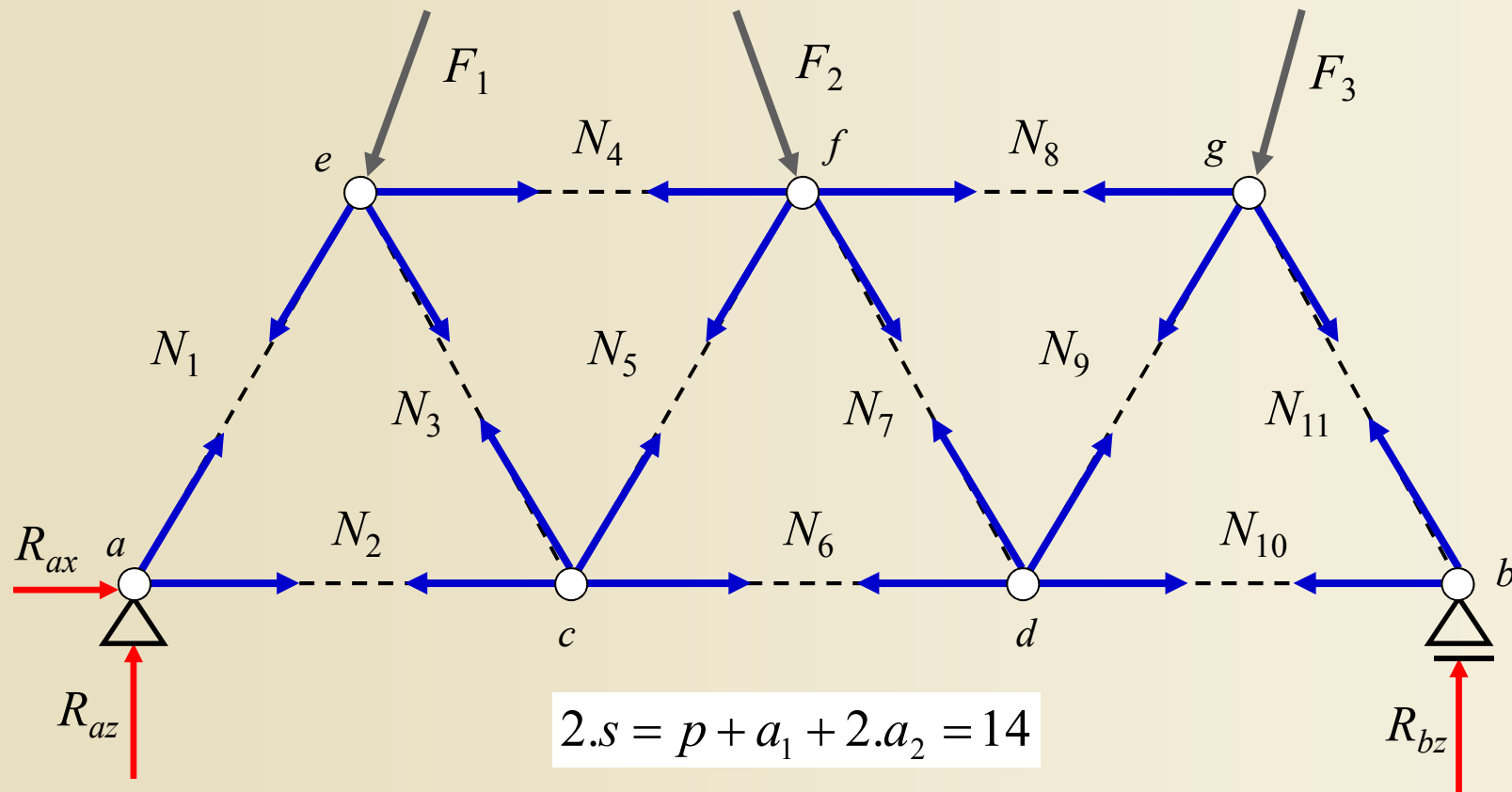
Podmínka statické určitosti:

$$2 \cdot s = p + v_e$$



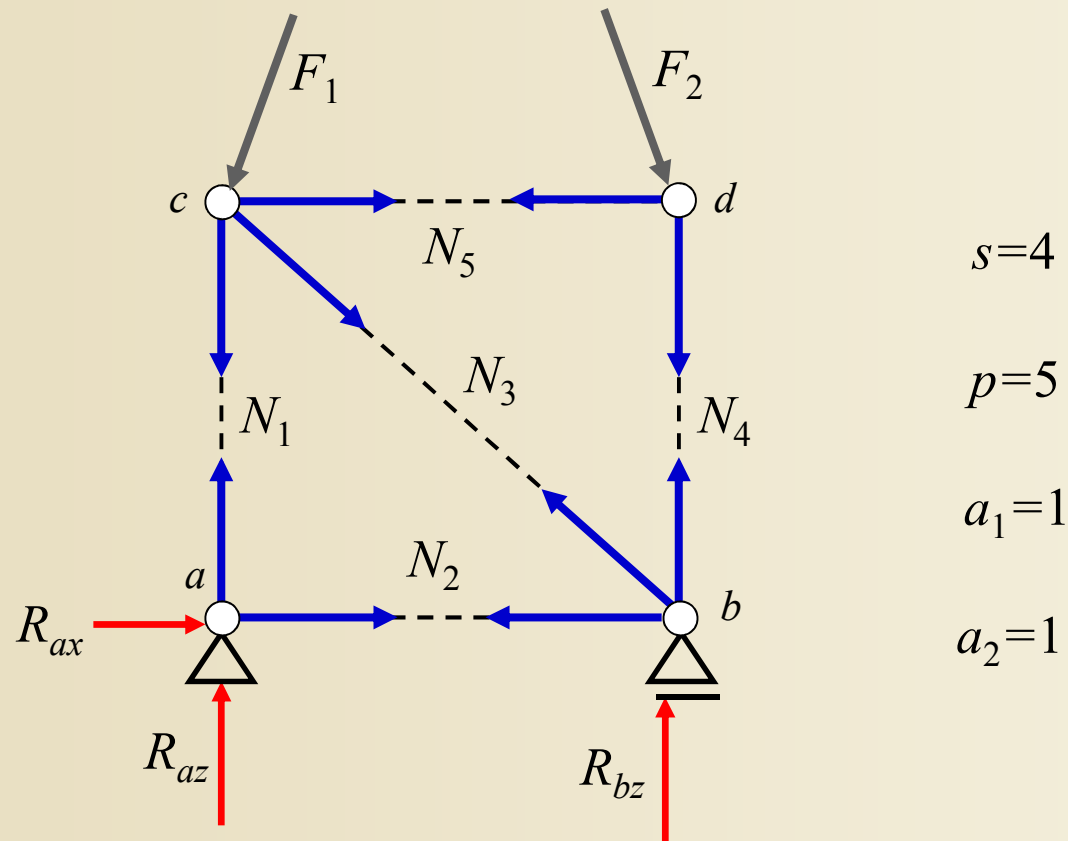
Rovinný kloubový příhradový nosník jako soustava hmotných bodů, vnitřních a vnějších vazeb

Statická určitost



- $s=7$ počet styčníků (v každém z nich 2 podmínky rovnováhy)
- $p=11$ počet vnitřních prutů (v každém z nich 1 neznámá osová síla)
- $a_1=1$ počet jedno a dvojnásobných vazeb
- $a_2=1$ (1 nebo 2 neznámé složky reakcí)

Statická určitost



$$s=4$$

$$p=5$$

$$a_1=1$$

$$a_2=1$$

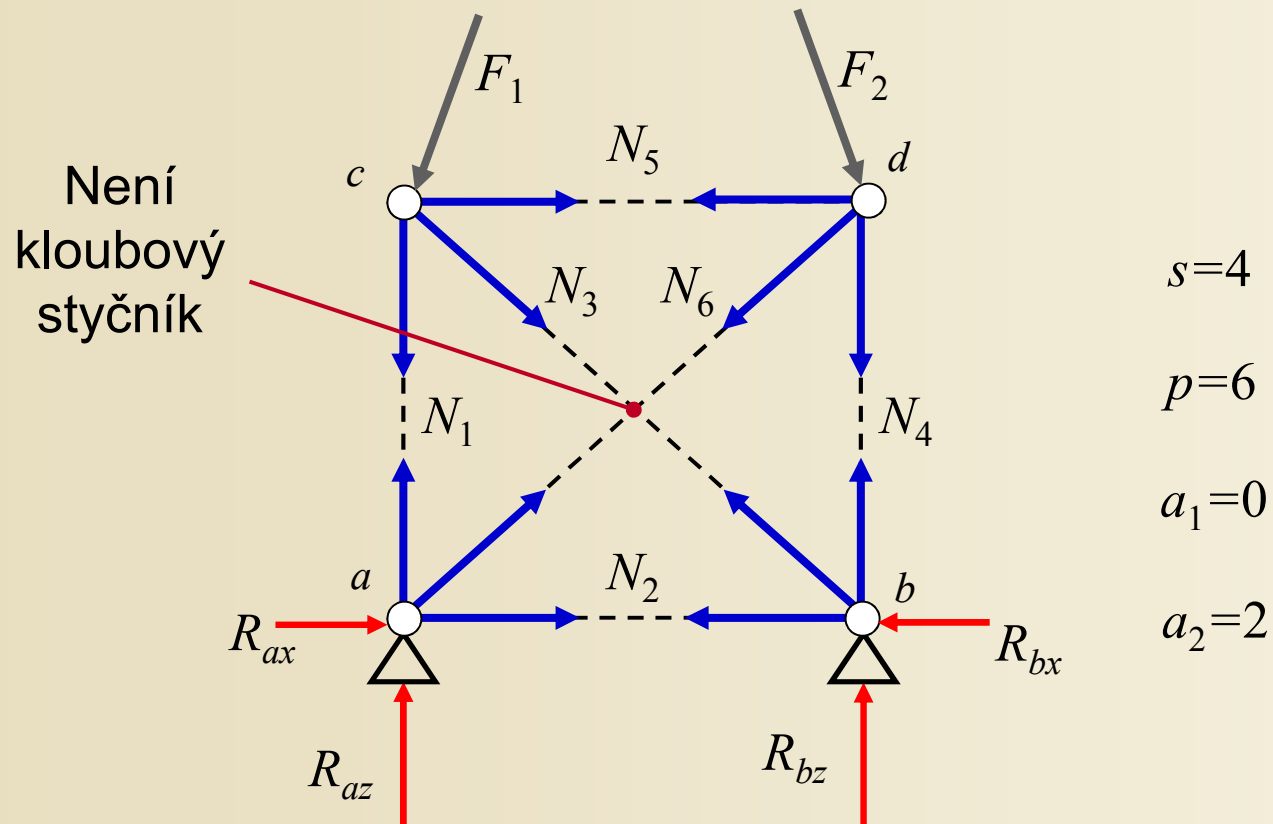
$$2 \cdot s = 8 \quad = \quad p + a_1 + 2 \cdot a_2 = 8$$

Staticky i kinematicky určitý rovinný kloubový příhradový nosník

$$2 \cdot s \quad > \quad p + a_1 + 2 \cdot a_2$$

Staticky přeuročitý, kinematicky neurčitý rovinný kloubový prutový nosník

Statická určitost



$$2 \cdot s = 8 < p + a_1 + 2 \cdot a_2 = 10$$

2x staticky (vnitřně i zevně) neurčitý
rovinný kloubový příhradový nosník
(kinematically přeuročitý)

Určení stupně statické neurčitosti

Rovinné rámové konstrukce a nosníky

1. Otevřené prutové soustavy:

$$n_s = v - 3 - p_k = a_1 + 2.a_2 + 3.a_3 - 3 - p_k$$

v počet vnějších vazeb (reakcí)

a_i počet ***i-násobných*** vnějších vazeb

p_k počet vnitřních kloubových připojení
přepočtených na jednoduché připojení

2. Uzavřené prutové soustavy:

$$n_s = 3.u + v - 3 - p_k$$

u počet uzavřených příhrad

Architektonické a konstrukční řešení



Vila Fallingwater, Pennsylvania, USA,
autor. Frank L. Wright;
foto: Ing. Cyril Fisher, Ph.D.

Kriteria

- firmitas – omezeně;
 - Nadměrný průhyb vyvolaný chybným umístěním výztuže v betonu
 - Praskání skleněných výplní
- utilitas – omezeně;
- venustas – ANO.

Architektonické a konstrukční řešení



Vila Fallingwater, Pennsylvania, USA, autor. Frank L. Wright;
foto: Ing. Cyril Fisher, Ph.D.

Silová metoda (SM) je:

- určena k řešení staticky neurčitých konstrukcí, $n_s \geq 1$,
- základní metodou k řešení staticky neurčitých prutových konstrukcí,
- metodou přímou.

SM využívá vedle podmínek rovnováhy
přetvárných podmínek,
princip superpozice a princip úměrnosti.

- Určení stupně statické neurčitosti
- Uvolnění nadbytečné vazby
- Výpočet přetvoření v místě uvolněné vazby:
 - a) 0. zatěžovací stav - δ_{10}
 - b) 1. zatěžovací stav - δ_{11}
- Výpočet neznámé reakce X_1
$$\delta_{10} + \delta_{11} X_1 = 0$$
- Výpočet ostatních reakcí (z podm. rovnováhy)

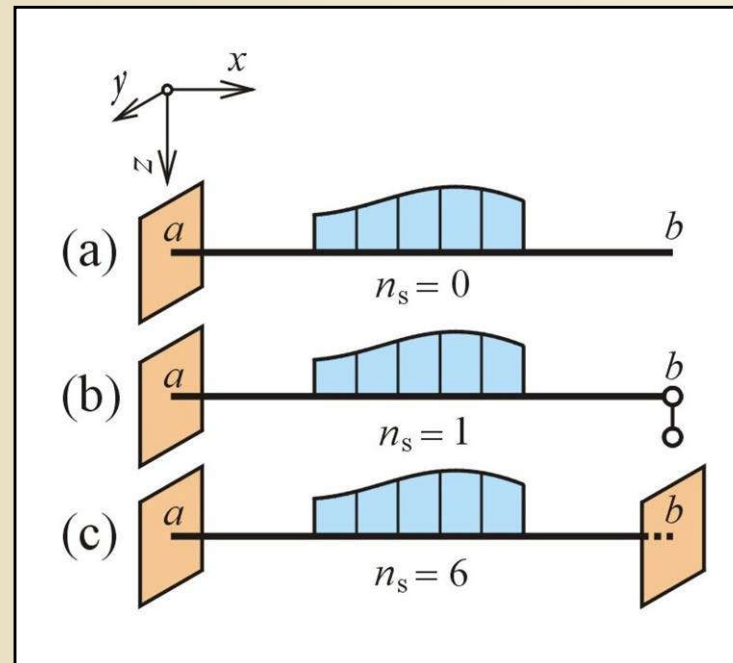
Jednoduchý staticky neurčitý nosník

Předpoklady:

- a) přímý prut s průřezem proměnlivým nebo konstantním,**
- b) osa prutu identická s osou x , jedna s hlavními rovinami prutu leží v rovině xz ,**
- c) prut je podepřen ve dvou bodech,**
- d) každá z vnějších vazeb proti posunutí je rovnoběžná s některou ze souřadných os,**
- e) každá z vnějších vazeb proti potočení působí v rovině, jejíž normálou je některá ze souřadných os,**
- f) prut může být zatížen prostorově.**

Jednoduchý staticky neurčitý nosník

Stupeň statické neurčitosti $n_s = v - n_v$ udává počet přebytečných vazeb, tj. počet vazeb, které je nutno odebrat, aby se nosník stal staticky určitým

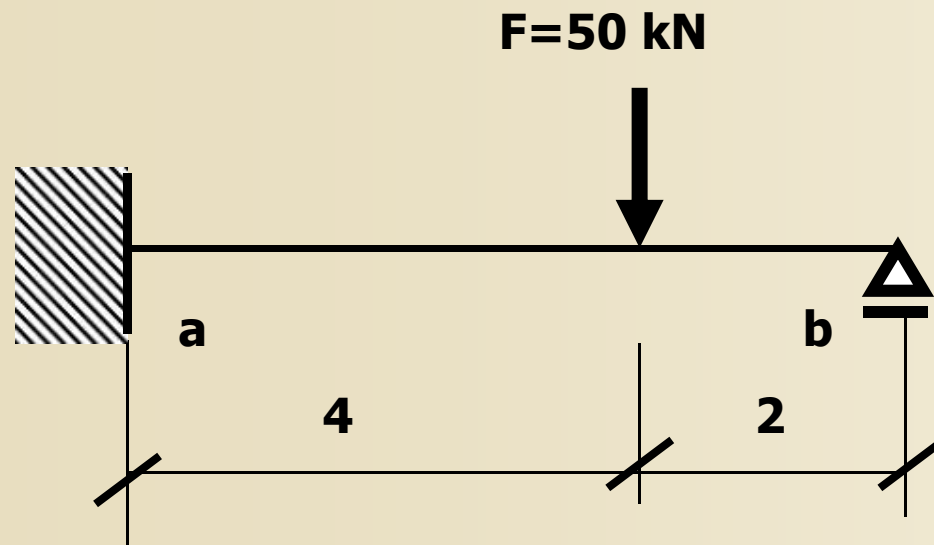


Prostorová úloha jednoduchého přímého nosníku

Obr. 3.1. / str. 55

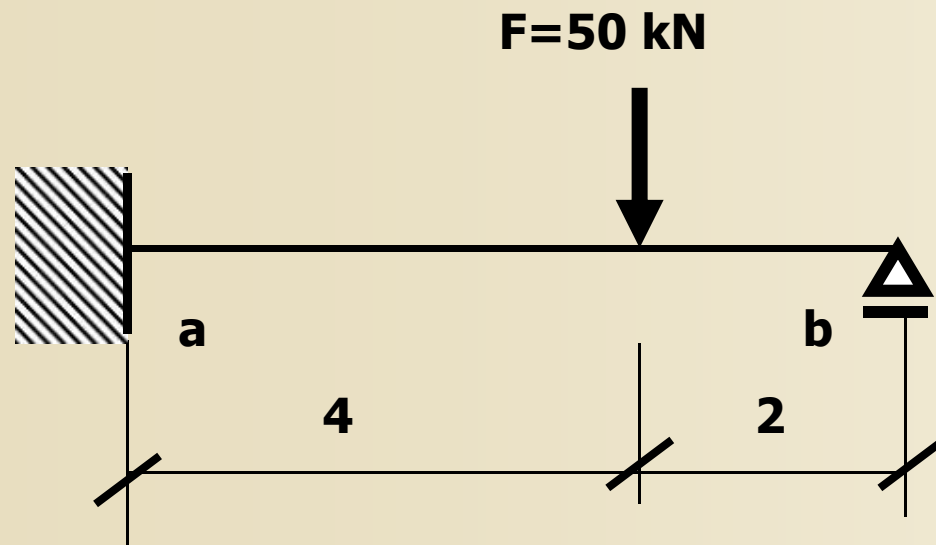
Příklad 1

Jednoduchý staticky neurčitý nosník

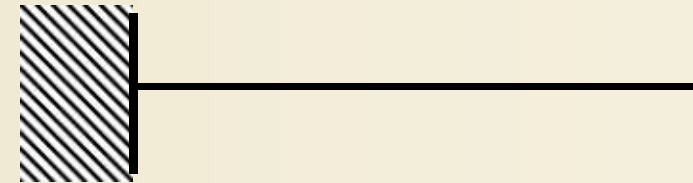


$E.I = \text{konst.}$

Příklad 1 – uvolnění nadbytečné vazby



**Základní staticky
určitá soustava**

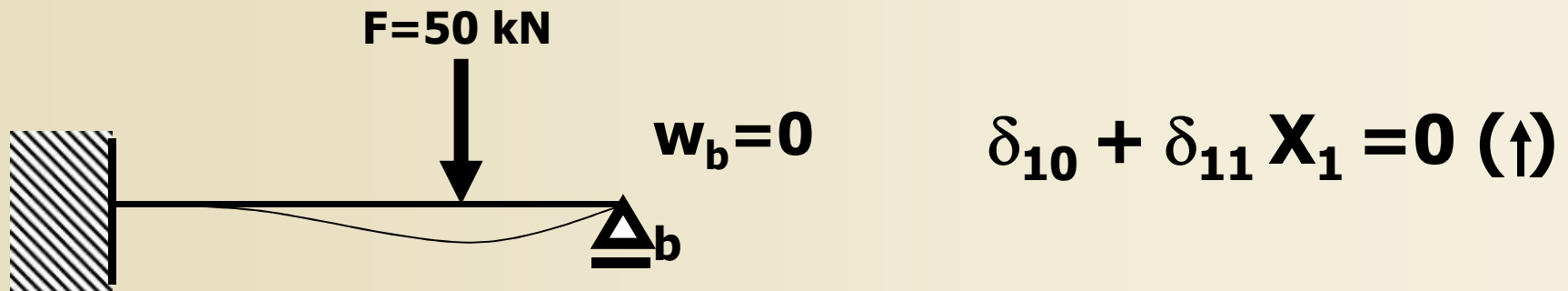


alternativa

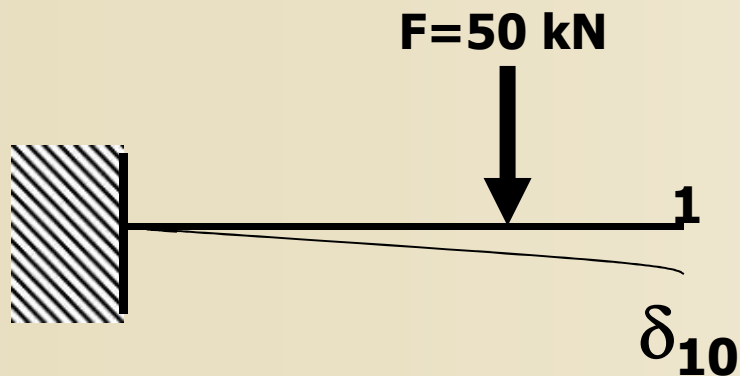


Příklad 1 – deformační podmínka

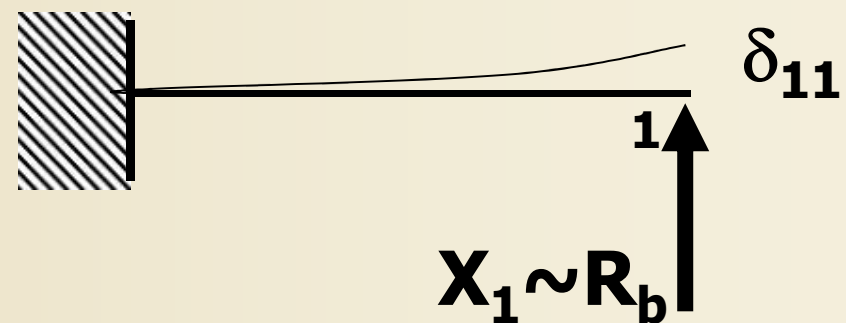
Statically indeterminate system



0. zatěžovací stav

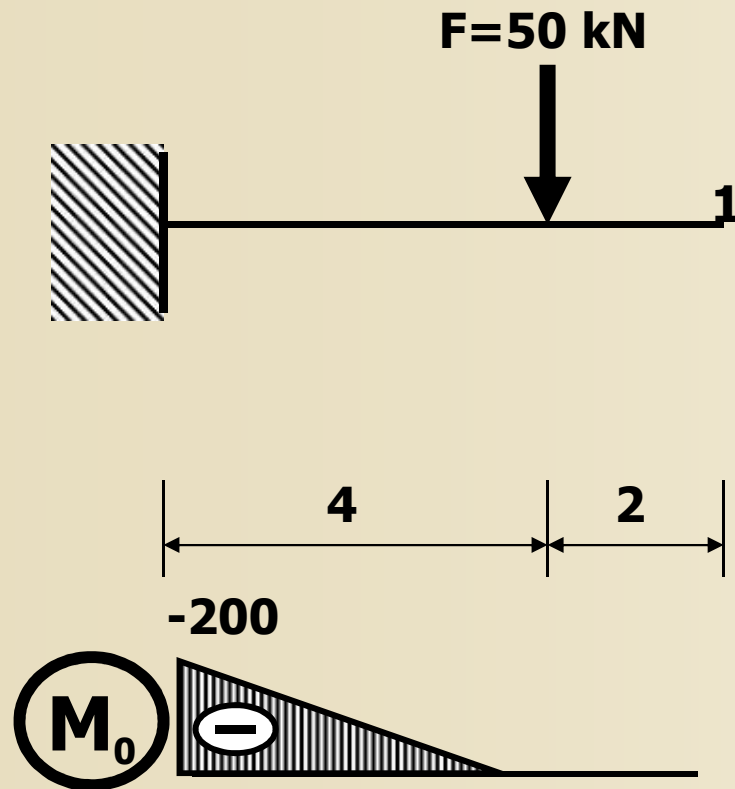


1. zatěžovací stav

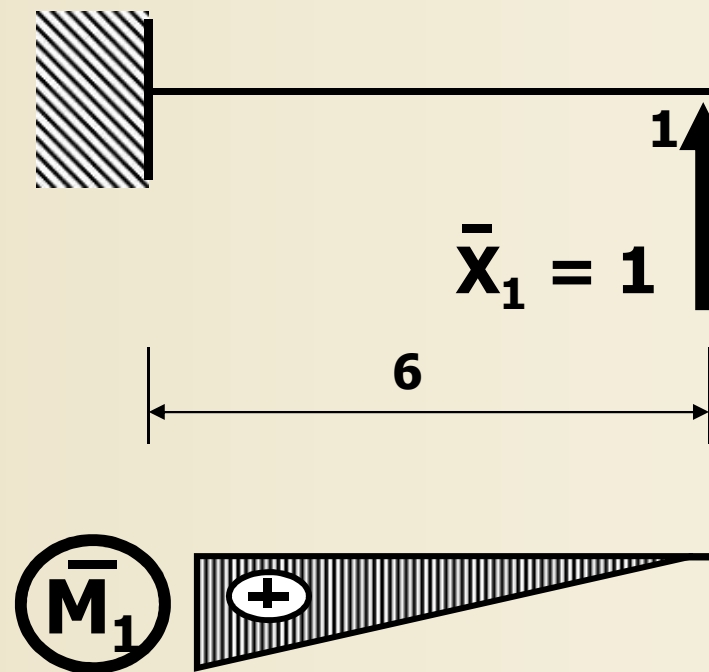


Příklad 1 – přetvoření δ_{10} 0-zatěžovací stav

Skutečné zatížení



Virtuální zatížení

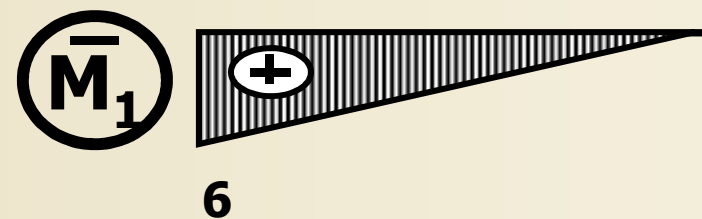
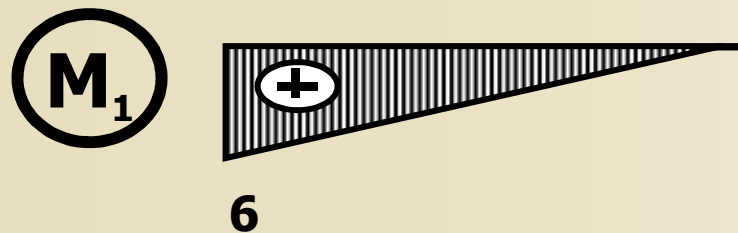
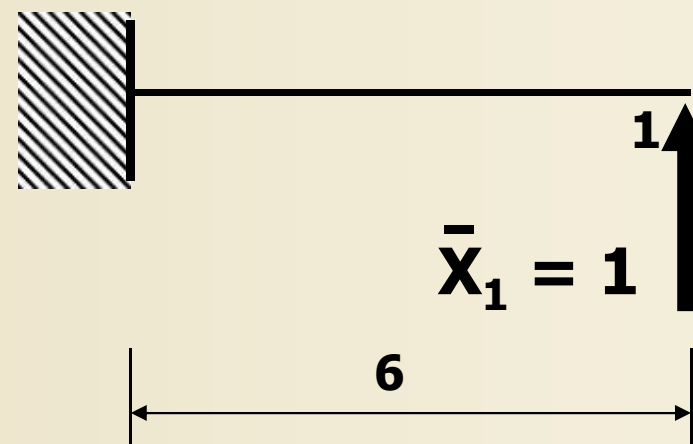
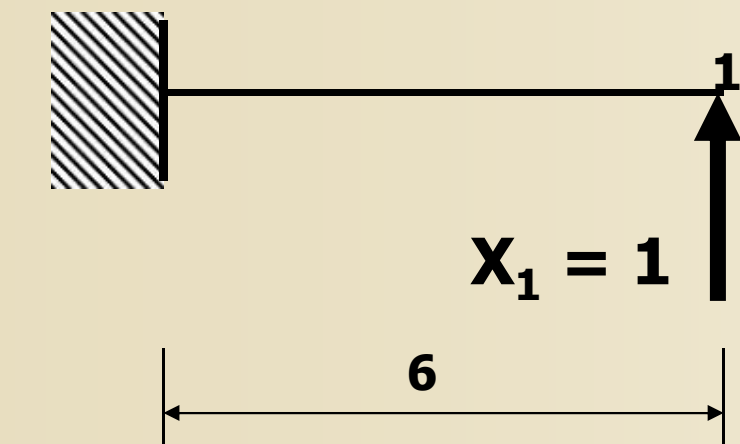


$$\delta_{10} = -\frac{1867}{EI}$$

Příklad 1 – přetvoření δ_{11} 1-zatěžovací stav

Skutečné zatížení

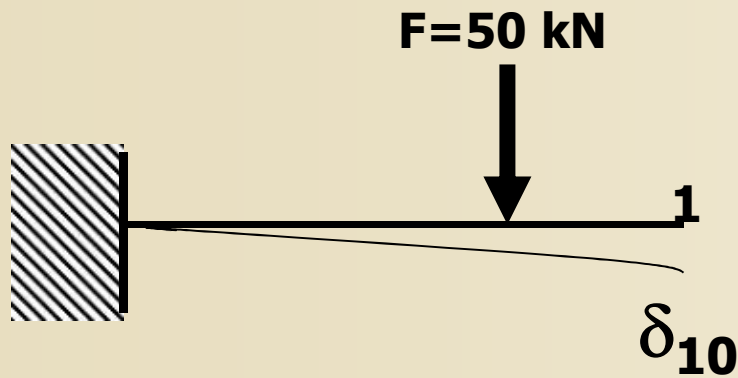
Virtuální zatížení



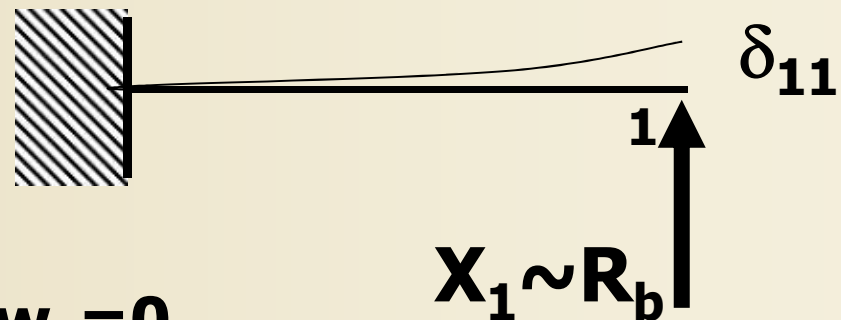
$$\delta_{11} = \frac{72}{EI}$$

Příklad 1

0. zatěžovací stav



1. zatěžovací stav



Deformační podmínka $w_b = 0$

$$\delta_{10} + \delta_{11} X_1 = 0 \quad (\uparrow)$$

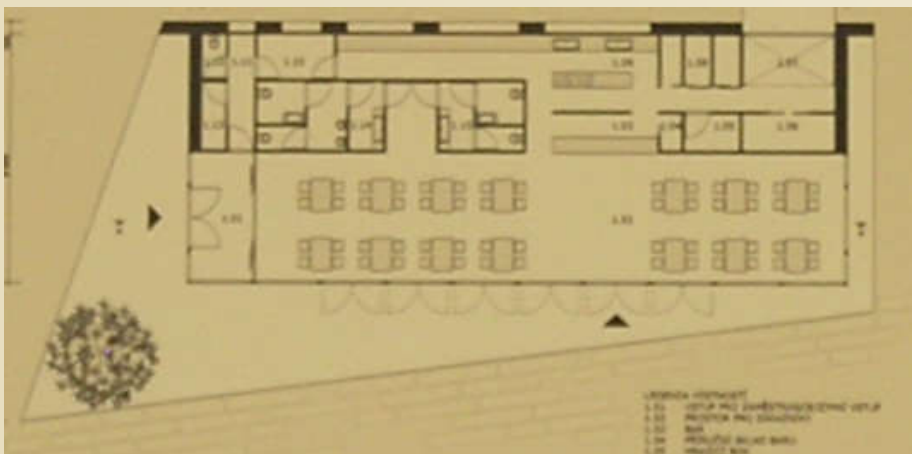
$$X_1 = -\frac{\delta_{10}}{\delta_{11}} = -\frac{-1867}{\frac{EI}{72}} \Rightarrow R_b = X_1 = 25.93 \text{ kN}$$

Architektonické a konstrukční řešení

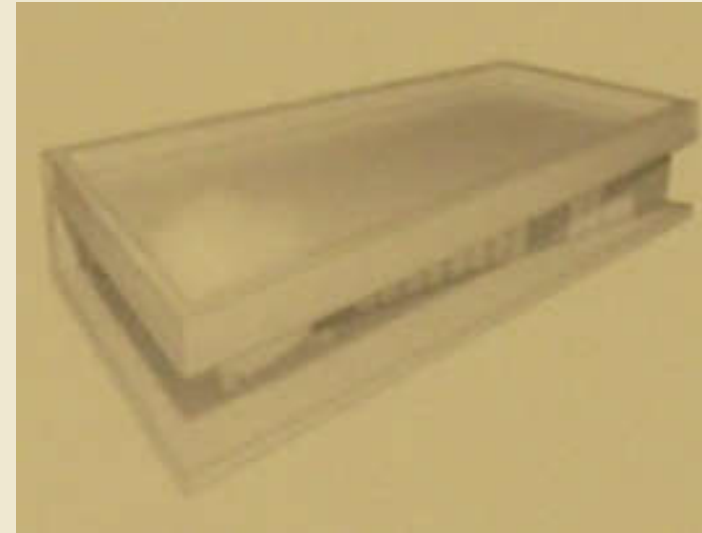


Restaurace - studentská práce FAST

Architektonické a konstrukční řešení



Restaurace - studentská práce FAST



Kriteria

- firmitas – s obtížemi;
 - podpora a tuhost stropní desky
- utilitas – ANO;
- venustas – ANO.