

VŠB-TECHNICKÁ UNIVERZITA OSTRAVA

Fakulta stavební

Studijní obor: Teorie konstrukcí

Teze disertační práce

**VYUŽITÍ METODY KONEČNÝCH PRVKŮ
PŘI POSUDKU SPOLEHLIVOSTI
METODOU SBRA**

Doktorand: Ing. Petr Konečný

Školitel: Prof. Ing. Pavel Marek, DrSc.

Ostrava, květen 2005

Obsah

1	PRAVDĚPODOBNOTNÍ POSUDEK SPOLEHLIVOSTI STAVEBNÍCH KONSTRUKCÍ	4
1.1	ÚVOD.....	4
1.2	ASPEKTY POSUDKU SPOLEHLIVOSTI Z HLEDISKA PRAVDĚPODOBNOTNÍCH PŘÍSTUPŮ.....	4
1.2.1	<i>Náhodně proměnné veličiny.....</i>	<i>4</i>
1.2.2	<i>Zatížení.....</i>	<i>5</i>
1.2.3	<i>Transformační modely</i>	<i>5</i>
1.2.4	<i>Odezva konstrukce na zatížení</i>	<i>5</i>
1.2.5	<i>Referenční hodnoty a definice poruchy.....</i>	<i>6</i>
1.2.6	<i>Funkce spolehlivosti.....</i>	<i>6</i>
1.2.7	<i>Posudek spolehlivosti.....</i>	<i>6</i>
1.3	NÁSTROJE PRAVDĚPODOBNOTNÍCH POSUDKŮ SPOLEHLIVOSTI	6
1.3.1	<i>Analytické nástroje.....</i>	<i>7</i>
1.3.2	<i>Simulační nástroje.....</i>	<i>7</i>
1.4	PRAVDĚPODOBNOTNÍ METODA SBRA (VIZ. NAPŘ. [29], [30], [31], [40], [11], [23], [27] A [42])..	7
1.5	SOFTWARE PRO PRAVDĚPODOBNOTNÍ ANALÝZU	9
1.5.1	<i>Anthill for Windows [4]</i>	<i>9</i>
1.5.2	<i>Simulační modul pro Matlab 5 (viz. [39] a [62], přílohy 7.2 a 7.5.1.1).....</i>	<i>9</i>
1.5.3	<i>FREET [10], [35] a [36]</i>	<i>9</i>
1.5.4	<i>Přímý determinovaný pravděpodobnostní výpočet - PDPV [15], [16]</i>	<i>9</i>
1.5.5	<i>ANSYS [2], [3]</i>	<i>9</i>
1.5.6	<i>Speciální programy.....</i>	<i>10</i>
2	CÍLE DISERTAČNÍ PRÁCE	10
3	ANOTACE HLAVNÍCH KAPITOL DISERTAČNÍ PRÁCE	11
3.1	SPOLEHLIVOST STAVEBNÍCH KONSTRUKCÍ.....	11
3.1.1	<i>Současný stav metod posudku spolehlivosti aplikovaný v normách</i>	<i>11</i>
3.1.2	<i>Pravděpodobnostní posudek spolehlivosti stavebních konstrukcí</i>	<i>11</i>
3.2	TRANSFORMAČNÍ MODEL Y	11
3.2.1	<i>Analytické modely</i>	<i>11</i>
3.2.2	<i>Numerické modely.....</i>	<i>12</i>
3.3	PRAVDĚPODOBNOTNÍ METODA SBRA [30], [31], [40].....	12
3.4	VYUŽITÍ MKP SYSTÉMU ANSYS [3] V RÁMCI METODY SBRA [30], [40]	13

3.4.1	Úvod.....	13
3.4.2	Definice úlohy – transformační model.....	13
3.4.3	Makro	14
3.4.4	Parametry.....	14
3.4.5	Pravděpodobnostní modul programu ANSYS.....	14
3.4.6	Simulace Monte Carlo s využitím skriptovacího jazyku APDL.....	14
3.4.7	Referenční funkce.....	15
3.4.8	Funkce spolehlivosti.....	15
3.5	APLIKACE MKP PŘI POSUDKU SPOLEHLIVOSTI VYBRANÝCH PRVKŮ A DÍLCŮ METODOU SBRA..	15
3.6	ZÁVĚR	16
4	LITERATURA.....	17
5	ODBORNÉ ČLÁNKY A PUBLIKACE	21
6	REFERÁTY NA KONFERENCÍCH.....	22
7	PŘÍLOHY	24
7.1	ÚVOD.....	24
7.2	VYUŽITÍ NUMERICKÉHO MODELU V RÁMCI METODY SBRA	24
7.2.1	Numerický model výpočtu přetvoření	24
7.2.2	Zadání	25
7.2.3	Vstupy a náhodně proměnné	26
7.2.4	Pravděpodobnostní přístup SBRA.....	27
7.2.5	Shrnutí.....	28
7.3	VYUŽITÍ MKP SYSTÉMU ANSYS V RÁMCI METODY SBRA.....	28
7.3.1	Zadání	28
7.3.2	Vstupy a náhodně proměnné	29
7.3.3	Transformační model MKP.....	30
7.3.4	Analytický transformační model dle [51]	31
7.3.5	Pravděpodobnostní přístup SBRA.....	31
7.3.6	Odezva konstrukce na zatížení a kombinace účinků zatížení (ohybový moment M a osová síla N).....	32
7.3.7	Shrnutí.....	33
7.4	ZÁVĚRY	33
7.5	MAKRA UŽITÁ PŘI ŘEŠENÍ PŘÍKLADŮ 7.2 A 7.3	34
7.5.1	Makra pro Matlab.....	34
7.5.2	Makro APDL pro ANSYS.....	36

1 Pravděpodobnostní posudek spolehlivosti stavebních konstrukcí

1.1 Úvod

V posledních dekádách dochází k rapidnímu vzestupu zájmu o pravděpodobnostní posudky spolehlivosti stavebních konstrukcí, neboť pravděpodobnostní koncepce posudku spolehlivosti nabízí nesporně výstižnější vyjádření nahodile proměnných charakteristik řešených problémů. Pravděpodobnostní přístupy dále nabízí kvalitativně pokročilejší vyšetření současnosti účinků zatížení než je tomu u metody dílčích součinitelů (např. AISC-LRFD [1], Eurokódy [7]), či metody dovolených namáhání (např. AISC-ASD [1]), jak naznačuje mj. i parametrická studie [60].

Tyto pravděpodobnostně přístupy, jako např. metoda SBRA (Simulation-Based Reliability Assessment ([29], [30], [31], [40], [27], [23] a [42]) umožňující věrohodnější popis nahodilého charakteru vstupních parametrů výpočtu dovolují analyzovat vzájemnou interakci nahodile proměnné kombinace účinků zatížení E a odolnosti R . Výstupem probabilitních metod je obvykle kvalitativní popis míry spolehlivosti, ať už ve formě pravděpodobnosti poruchy P_f , či indexu spolehlivosti β .

1.2 Aspekty posudku spolehlivosti z hlediska pravděpodobnostních přístupů

Spolehlivost stavebních konstrukcí závisí zejména na dvou hlavních nahodile proměnných složkách: odezvě konstrukce na zatížení a referenční funkci. Tyto lze definovat jako funkce mnoha náhodně proměnných mezi veličin, mezi které patří dle [40] a [42] zejména:

- kvalita výroby, montáže a úroveň jejich kontroly,
- údržba konstrukce a předepsané inspekce v návaznosti na předpokládané vlivy prostředí,
- užívání konstrukce v souladu s předpoklady projektu,
- volba konstrukčního systému, jednotlivých prvků a konstrukčních detailů,
- výběr materiálu či kombinací materiálů,
- požadavky únosnosti, použitelnosti a trvanlivosti,
- zatížení a jeho kombinace,
- přesnost transformačních modelů,
- metoda zvolena pro návrh a posudek konstrukce,
- zvláštní vlivy.

1.2.1 Náhodně proměnné veličiny

Do procesu posudku spolehlivosti vstupují náhodně proměnné veličiny, pro jejichž popis je možno použít vhodné pravděpodobnostní rozdělení, kterými mohou být parametricky definované funkce či tzv. useknuté histogramy. Podklady pro modelování náhodných veličin mohou být

čerpány např. z monografií [30] a [40], ze sborníků vědeckých prací (např. [43]), ze skript [49], [12] a z webových stránek *Probabilistic ModelCode* [41]).

Náhodné proměnné mohou být jedno-komponentní (např. mez kluzu), či více-komponentní (např. větrová ružice skládající se ze směru a dvanácti rychlostí v odpovídajících směrech viz. např. [52]). vzájemně nezávislé, existenčně závislé, či korelované (např. nahodile proměnné průřezové charakteristiky prvků či dílců mohou být korelovány po délce prvku jak uvádí [41]).

1.2.2 Zatížení

Přechod k pravděpodobnostnímu přístupu znamená mj. nahrazení dosavadní reprezentace zatížení (viz charakteristické hodnoty a součinitele zatížení v metodě dílčích součinitelů) vhodným rozdělením v souladu s podstatou pravděpodobnostního posudku.

Jednou z možností netradičního vyjádření jednotlivých zatížení může být **křivka trvání zatížení** (a odpovídající histogram) zavedená v pravděpodobnostní metodě SBRA (Simulation-Based Reliability Assessment [30], [31, a [40]). Netradiční reprezentace zatížení a odpovídajících účinků zatížení otvírá cestu k výstižnějšímu rozboru současnosti zatížení a ke kombinací jedno- i více-komponentních účinků zatížení. Tyto křivky trvání zatížení mohou sloužit jako vstup do pravděpodobnostní analýzy s využitím simulační techniky Monte Carlo.

1.2.3 Transformační modely

Transformační modely slouží jako dostatečně přesná idealizací skutečného působení konstrukce, pro výpočet odezvy konstrukce na zatížení. Je vhodné mít ovšem na paměti, že výstupní hodnoty získané aplikací vhodných modelů jsou obecně rozdílné od podmínek spolehlivosti.

Volba transformačního modelu by měla zohlednit jedinečnost konkrétní návrhové situace, a je tedy závislá mj. na charakteru působícího zatížení, na materiálových vlastnostech, na geometrii konstrukce, na kriteriích bezpečnosti, použitelnosti, trvanlivosti a na významu konstrukce.

Zjednodušení aplikovaná na zvolený transformační model musí umožnit zvládnutelnost konkrétního problému při zachování dostatečné přesnosti.

1.2.4 Odezva konstrukce na zatížení

Odezva konstrukce na zatížení je jednou z hlavních komponent posudku spolehlivosti. Může být vyjádřena vnitřními silami, napětím, přetvořením, zrychlením apod. Z hlediska povahy problému (druhu použitého transformačního modelu) mohou být uvažovány modely pro následující odezvy konstrukce na zatížení:

- statickou či dynamickou,
- pružnou, pružně-plastickou,
- podle teorie I. či II. řádu (výpočet rovnováhy vnitřních sil na přetvořené konstrukci).

Kombinace různých typů odezvy konstrukce může být velmi komplikovaná především v závislosti na historii zatížení, vlastnostech konstrukce a aplikovaném kritériu spolehlivosti.

Odezva konstrukce může být jedno-komponentní (např. osová síla) či více-komponentní (např. interakce osově síly a ohybového momentu)

1.2.5 Referenční hodnoty a definice poruchy

Referenční hodnota sloužící k definici odolnosti a použitelnosti je druhou hlavní komponentou posudku spolehlivosti. Stanovení referenčních hodnot či funkcí může být založeno na:

- dostupných statistických datech,
- experimentech,
- odhadech,
- kalibraci,
- dohodě mezi uživatelem, projektantem, expertem či odpovědným úřadem.

1.2.6 Funkce spolehlivosti

Hlavními vstupy do posudku spolehlivosti jsou odezva konstrukce na zatížení E a odolnost R . Jejich vzájemnou interakci je možno analyzovat s využitím obvyklého tvaru funkce spolehlivosti $RF = R - E$.

1.2.7 Posudek spolehlivosti

Posudek spolehlivosti založený na pravděpodobnostním přístupu a filozofii mezních stavů může využívat pravděpodobnost poruchy P_f (či indexu spolehlivosti β), jako kvalitativní ukazatel spolehlivosti, který je následně porovnán s návrhovou úrovní spolehlivosti konstrukce P_d (či směrnou hodnotou indexu spolehlivosti β_d). Podmínka spolehlivosti může být vyjádřena např. ve tvaru:

$$P_f < P_d \text{ nebo } (\beta < \beta_d) \quad /1/$$

Ke zvolení hodnot návrhové pravděpodobnosti poruchy P_d může sloužit jako vodítko Příloha A normy ČSN 73 1401 (1998), která základní pravděpodobnosti poruchy tabelizuje pro návrhovou životnost konstrukce 80 let. Při uvažování jiné návrhové životnosti je nutné vhodně upravit návrhovou pravděpodobnost P_d (viz. např. [48], [20]).

1.3 Nástroje pravděpodobnostních posudků spolehlivosti

Pro aplikaci pravděpodobnostních metod posudku spolehlivosti je možno využít nástroje dostupné na několika úrovních, a to jak analytických tak simulačních. Mezi tyto metody patří např.: rozsáhle dokumentovaná a dlouhodobě vyvíjená metoda SBRA (Simulation-Based Reliability

Assessment ([29], [30], [40], [27], [23] a [42]), stochastické MKP (Stochastic FEM [49]) či Probabilistic Model Code [41]. Tyto metody mohou využívat mnoho dostupných nástrojů pro odhad míry spolehlivosti (pravděpodobnosti poruchy či indexu spolehlivosti [49], [12]).

1.3.1 Analytické nástroje

Mezi nejznámější analytické přístupy patří FORM (First Order Reliability Method) a (Second Order Reliability Method). Podstatou těchto přístupů je popis pravděpodobnostního problému formou exaktních matematických funkcí se kterými se pracuje v souladu s principy matematické statistiky. Tyto přístupy hledají ve standardizovaném prostoru náhodných proměnných tzv. návrhový bod ležící na funkci poruchy $g(Y)=0$ s nejkratší vzdáleností k počátku. Tato vzdálenost je index spolehlivosti β . Nevýhodou zmíněných přístupů jsou obtíže s hledáním návrhového bodu splňujícího podmínky globálního minima, a to zejména u silně nelineárních problémů.

1.3.2 Simulační nástroje

Vzhledem k enormnímu rozvoji výpočetní techniky v posledních dekádách minulého století, který nadále pokračuje získávají na významu přístupy simulační. Jedná se o nástroje založené na principu přímé simulace Monte Carlo, či zdokonalených derivátů využívajících technik redukce rozptylu. Mezi tyto nástroje patří např.: Importance Sampling, Stratified sampling a Latin Hypercube Sampling (viz. např. [39], [35]).

Tyto přístupy mohou vézt ke snížení výpočetní náročnosti, což i v dnešní době může být u rozsáhlých vysoce nelineárních úloh zapotřebí. V dlouhodobějším horizontu je možno předpokládat další růst výkonnosti výpočetní techniky, což může vézt ke ztrátě významu redukce rozptylu.

Dalším přístupem na pomezí simulace a numerické integrace je tzv. „Přímý determinovaný pravděpodobnostní výpočet“ (PDPV viz. [15]).

1.4 Pravděpodobnostní metoda SBRA (viz. např. [29], [30], [31], [40], [11], [23], [27] a [42])

Pravděpodobnostní metoda SBRA autorů Pavla Marka a Milana Guštara je moderní výpočetní nástroj, který je předmětem dlouhodobého vývoje již od konce osmdesátých let minulého století [29], [30], [31], [40] a je rozvíjena i na FAST VŠB-TU Ostrava (viz. např. práce [27], [23], [42], [25], [60] či [81]).

Tato metoda, umožňující využít potenciál odpovídající rozvoji teorie spolehlivosti a výpočetní techniky. Je založena na principu mezních stavů a zejména na aplikaci přímé simulace Monte Carlo pro výpočet pravděpodobnosti poruchy P_f .

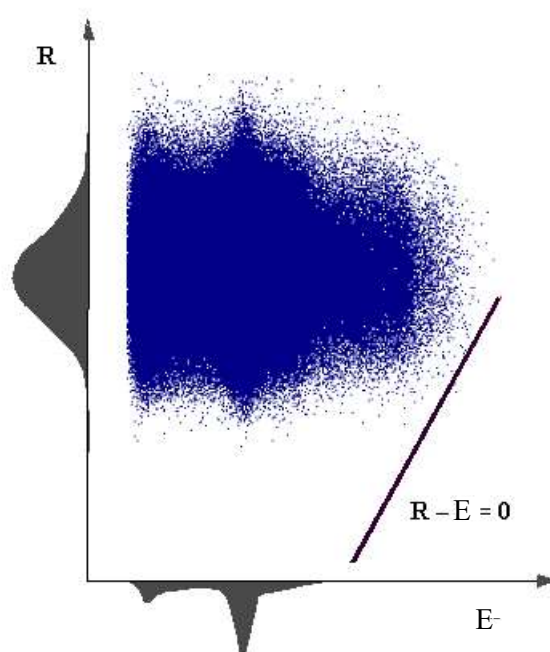
K vyjádření náhodně proměnných veličin užívá SBRA „křivky trvání zatížení“ popsateľné useknutými histogramy a umožňuje rovněž zakomponovat více-komponentní i korelované proměnné do pravděpodobnostní analýzy.

Metoda SBRA dovoluje analyzovat interakci nahodile proměnných veličin účinku zatížení E a odolnosti R prostřednictvím pravděpodobnostní analýzy funkce spolehlivosti RF . Mírou spolehlivosti je pravděpodobnost poruchy definovatelná následovně:

$$P_f = P(R - E < 0) = P(RF < 0) \quad /2/$$

Spolehlivost konstrukce je analyzována porovnáním pravděpodobnosti poruchy P_f a návrhové pravděpodobnosti poruchy P_d .

Podstata metody může být vysvětlena pomocí Obr. 1, kde je zobrazen vztah mezi histogramem účinku zatížení E (vodorovná osa) a histogramem únosnosti R (svislá osa) formou 2D grafu, tzv. „mraveniště“. Body grafu představují dostatečný počet dvojic E a R . Každý bod odpovídá jednomu simulačnímu kroku. Poměr mezi počtem bodů reprezentujících poruchu (pod přímkou $R - E = 0$, která představuje kritérium spolehlivosti) a celkovým počtem bodů představuje pravděpodobnost poruchy P_f . Graf je vytvořen za pomoci programu Anthill [4], který je součástí programového balíku užívaného v rámci SBRA.



Obr. 1. Interakce únosnosti R [kN] a účinků zatížení E [kN]

Metodu SBRA lze využít pro řešení širokého spektra problémů, ve kterých mají vstupní veličiny náhodně proměnný charakter. Jako příklad může sloužit rozbor „vícekomponentních“ účinků zatížení vyjádřených nejméně dvěma vzájemně statisticky nezávislými složkami vnitřních sil. V takovém případě může být nalezení rozhodující kombinace účinků zatížení na základě deterministických metod velmi obtížné, zejména pokud se jedná o nelineární chování konstrukce (viz. např. [51], či [81]).

1.5 Software pro pravděpodobnostní analýzu

1.5.1 Anthill for Windows [4]

Anthill je přehledný, uživatelsky příjemný software, který je vybaven dobrým generátorem náhodných čísel. Tento software je limitován zejména na užití matematických fyzikálních modelů vyjádřených v uzavřeném tvaru. *Anthill* umožňuje „předgenerovat“ vektory realizací náhodně proměnných veličin pro numerickou analýzu odpovídajícím externím numerickým řešičem. Dosud neumožňuje zpětné načtení hodnot vypočtených externím řešičem.

1.5.2 Simulační modul pro Matlab 5 (viz. [39] a [62], přílohy 7.2 a 7.5.1.1)

Zmíněný nedostatek Anthillu v oblasti využití numerických řešičů je možno obejít např. využitím simulačního nástroje (viz. [84]) naprogramovaného na podkladě jádra programu P. Prakse (viz. [39] a [62]) v prostředí Matlab 5 [32]. Tento nástroj umožňuje spolehlivostní analýzu, jak s využitím přímé metody Monte Carlo, tak s využitím metody redukce rozptylu Importance Sampling. Prostředí Matlabu bylo využito vzhledem ke své jednoduchosti, velkému množství dostupných matematických a statistických funkcí a snadné programovatelnosti parametrických studií. Jistou nevýhodou je nižší rychlost vlastní simulace v porovnání s programy zkompilovanými do „EXE“ formy.

1.5.3 FREET [10], [35] a [36]

Dalším komplexním českým pravděpodobnostním balíkem je software FREET, umožňující spolehlivostní analýzu s využitím několika simulačních metod zejména Updated LHS, či přímé metody Monte Carlo. Tento software je otevřený, kromě základních matematických operací s parametrickými rozděleními umožňuje implementování rozsáhlejší numerické analýzy formou programu zkompilovaného do tzv. „externí DLL knihovny“. Bohužel není vybaven pro práci s useknutými histogramy.

1.5.4 Přímý determinovaný pravděpodobnostní výpočet - PDPV [15], [16]

Software autorů P. Janase a M. Krejso je založen na principu *PDPV*. Při jeho využití lze postupovat dle metodiky uplatňované v rámci metody *SBRA*. Tento software umožňuje práci s histogramy a je rovněž otevřený, neboť by měl být, dle [16], schopen pracovat s „DLL knihovnami“.

1.5.5 ANSYS [2], [3]

Komplexní MKP systém ANSYS, umožňující řešení náročných inženýrských úloh, obsahuje rovněž pravděpodobnostní modul. Tento pravděpodobnostní modul je orientován zejména na

simulační metodu LHS. Náhodně proměnné veličiny je možno charakterizovat pouze parametricky definovanými rozděleními. Generování náhodně proměnných veličin jejichž hustota pravděpodobnosti je popsána histogramem se jeví s využitím pravděpodobnostního modulu ANSYS, jako pomalá.

Nadějnější postup umožňující popsat náhodně proměnné i histogramem naznačují práce Králíka a Vargy [21], [22], či Micky [34]. Zmíněný postup kombinuje MKP model vytvořený v ANSYSu a zapsaný ve formě APDL s externím generátorem náhodných čísel. Tento model je cyklicky opakován s využitím realizací náhodně proměnných veličin předpočtených např. v programu Anthill [4].

1.5.6 Speciální programy

Není-li dostupný vhodný programový balík je rovněž možné naprogramovat úlohu pomocí speciálního programu. Například kombinaci simulace Monte Carlo (či LHS) a MKP řešiče prutových soustav s ohledem na efekty teorie II. řádu uvádí Kala v práci [19].

2 Cíle disertační práce

Cílem disertační práce je rozšíření možností aplikace metody SBRA [30], [31], [40] využitím metody konečných prvků v pravděpodobnostním posudku spolehlivosti stavebních konstrukcí s ohledem na definici kritéria poruchy.

Doposud byla obvykle spolehlivost prvku či konstrukce vztažena k vhodně zvolenému kritickému průřezu. Využitím metody konečných prvků (či numerickým řešením obecně) při posudku spolehlivosti vyvstává problém lokalizace kritického průřezu či vlákna a definice poruchy. Výzkum bude zaměřen zejména na problematiku posudku spolehlivosti prvků a dílců ocelových konstrukcí s ohledem na využití prutových, plošných či prostorových prvků v rámci pravděpodobnostního posudku metodou SBRA.

Při aplikaci MKP bude brán zřetel na charakterizaci vstupních náhodně proměnných veličin useknutými histogramy a vhodnou definici referenční funkce (poruchy). Při popisu poruchy bude brán zřetel na zvolenou referenční úroveň (např. pružnou oblast působení) a užitý konečně prvkový model.

V rámci práce budou zejména studovány možnosti využití dostupného komerčního MKP systému ANSYS [3], včetně jeho kombinace se simulačním softwarem Anthill [4] (viz. např. práce [21], [22] a [34]).

3 Anotace hlavních kapitol disertační práce

3.1 Spolehlivost stavebních konstrukcí

3.1.1 Současný stav metod posudku spolehlivosti aplikovaný v normách

V této kapitole budou definovány základní pojmy a postupy aplikované v oblasti spolehlivosti stavebních konstrukcí s ohledem na současné normy (zejména Eurokódy [7], [8], [9]). Pozornost bude věnována mj. zatížení, účinku zatížení, jejich kombinacím, odolnosti a spolehlivosti konstrukce.

3.1.2 Pravděpodobnostní posudek spolehlivosti stavebních konstrukcí

Posudek spolehlivosti stavebních konstrukcí bude v této kapitole rozebrán s ohledem na:

- vstupní náhodně proměnné parametry a jejich možnou korelaci (mj. zatížení, geometrické a materiálové charakteristiky),
- transformační modely,
- kombinace účinků zatížení,
- odezvu konstrukce na zatížení E (odezva dle teorie I. či II. řádu, pružná, pružně-plastická či plastická odezva, statická či dynamická odezva),
- definice referenčních funkcí R (např. kritérium Huber - Mises - Hencky dovolující popsat vyčerpání pružné oblasti průřezu, volba podmínky porušení rovněž souvisí s volbou konečně prvkového modelu),
- pravděpodobnostní analýzu funkce spolehlivosti $RF = R - E$.

3.2 Transformační modely

Transformační model stanovuje pro dané zatížení charakteristiku statické popř. dynamické odezvy konstrukce. Určuje výstupní veličiny odpovídající historii zatížení dané konstrukce vyjádřené např. napětím, přetvořením, zrychlením apod. V práci bude věnována pozornost zejména statickým modelům prutových prvků či dílců, které umožní sledovat závislost napětí, či přetvoření na zatížení je-li zrychlení konstrukce zanedbatelné. Transformační modely mohou být empirické (založené na experimentu), teoretické (využívají matematický aparát k popisu skutečného chování), či jejich kombinace. Teoretické modely lze obecně rozdělit na analytické a numerické. Podrobněji se problematice transformačních modelů věnují např. [24], [28], či [40]).

3.2.1 Analytické modely

Principem analytických modelů je formulování úlohy do tvaru soustavy rovnic, a jejich řešení v tzv. uzavřeném tvaru. Tyto modely zabírají široký okruh problémů. Jsou vhodné pro jednodušší

úlohy, u nichž lze řešení v uzavřené formě nalézt. U komplikovanějších úloh se řešení daří nalézt spíše výjimečně, zejména za předpokladu speciálních okrajových podmínek. Jejich nespornou výhodou je možnost dobrého pochopení statického působení konstrukce i metodiky výpočtu. Tyto modely se mohou s výhodou aplikovat v pravděpodobnostních přístupech vzhledem ke své relativně nízké výpočetní náročnosti.

3.2.2 Numerické modely

Numerické metody se používají zejména tam, kde nelze nalézt řešení v uzavřené formě. Tyto modely mohou být založeny na metodách řešících soustavy diferenciálních rovnic (variační metody, metody konečných diferencí, metody sítí a jiné). Tyto modely byly používány zejména v dobách, kdy již byly k dispozici samočinné počítače schopné řešit soustavy lineárních algebraických rovnic, ale nebyla ještě rozvinuta metoda konečných prvků do dnešní dokonalosti.

Moderní metody umožňují idealizovat konstrukci za pomoci diskrétních elementů (např. široce používaná metoda konečných prvků - MKP) a pro popis působení prvků se vychází téměř výhradně z variačních principů.

Numerické metody se oproti analytickým modelům vyznačují obrovským polem působnosti vykoupeným mnohonásobně vyšší výpočetní náročností omezující jejich aplikovatelnost v pravděpodobnostním rozboru spolehlivosti vzhledem k vysokým nárokům na strojový čas.

V příloze 7.2 na str. 24 je naznačena možnost využití numerického modelu založeném na principu jednotkových sil v kombinaci s metodou SBRA v posudku spolehlivosti ocelového prostě podepřeného nosníku vystavenému osově síle a příčnému zatížení s ohledem na efekty teorie II. řádu a pružnou oblast působení.

3.3 Pravděpodobnostní metoda SBRA [30], [31], [40]

K pravděpodobnostním rozborům spolehlivosti bude sloužit již zmiňovaná simulační metoda SBRA. Tato metoda, využívající obvykle simulační nástroj Monte Carlo, je založená na principu mezních stavů. SBRA popisuje nahodile proměnné veličiny vstupující do posudku spolehlivosti zejména formou „useknutých“ histogramů. Při aplikaci histogramů bude čerpáno z pramenů dostupných v literatuře, (např. [40], [41], [43], [44], [50], [63]), ale může být využita i experimentální technika. SBRA umožňuje analýzou interakce odolnosti R a účinku zatížení E vyjádřit míru spolehlivosti formou pravděpodobnosti poruchy P_f .

Poznámka: Funkci spolehlivosti je možné rovněž dle [40] zapsat ve tvaru $SF = R - S$, kde je S účinek zatížení a R je odolnost. Tento formální zápis je užit v příkladech 7.2 a 7.3 uvedených v příloze.

Dosavadní aplikace metody SBRA v posudcích prutových konstrukcí (viz. např. [51]) byly zaměřeny zejména na aplikaci analytických modelů, na posudek spolehlivosti ve zvoleném kritickém průřezu a na vyčerpání pružné oblasti působení.

3.4 Využití MKP systému ANSYS [3] v rámci metody SBRA [30], [40]

3.4.1 Úvod

Je-li možno získat analyticky vyjádřenou odezvu konstrukce E na zatížení, lze pro pravděpodobnostní posudek využít dostupný software Anthill [4]. Přesné analytické řešení v uzavřeném tvaru je, jak bylo zmíněno, obvykle dostupné pro základní okrajové podmínky, jako např. jednostranně vetknutý sloup vystavený osově a příčné síle, či rám s opřenými sloupy (viz. např. [51], či [81]).

Snaha o vystižení skutečného působení ocelových prutů a dílců namáhaných např. více-komponentním účinkem zatížení (tlakem a ohybem ve více rovinách při zohlednění efektů teorie II. řádu) vede k volbě numerických fyzikálně matematických modelů (např. modely MKP) dovolující respektovat libovolné počáteční tvary střednice, proměnnost příčného řezu po délce prutu, skutečný průběh vlastních pnutí, různé mechanické vlastnosti oceli napříč průřezu, podmínky uložení konců prutů, vliv zvýšených teplot apod.

Možnost využití MKP systému Ansys v kombinaci s metodou SBRA v posudku spolehlivosti ocelového vetknutého sloupu s ohledem na efekty teorie II. řádu a pružnou oblast působení je naznačena v příloze 7.3 na str. 28.

V následujících odstavcích je stručně popsán postup řešení pravděpodobnostního posudku spolehlivosti metodou SBRA s využitím programu ANSYS.

3.4.2 Definice úlohy – transformační model

Prvním krokem je vytvoření vhodného konečně prvkového modelu odpovídajícího řešené úloze s využitím uživatelského rozhraní (GUI – Graphic User Interface) programu ANSYS. Každá operace je programem interpretována do formy příkazů pro jádro programu. Tyto příkazy se ukládají do tzv. „log“ souboru.

Model sestává zejména z:

- definice prvku a jeho vlastností,
- vykreslení geometrie,
- definice dělení prvků,
- dělení na konečné prvky,
- zavedení okrajových podmínek (podepření, zatížení),
- výběru typu analýzy,

- řešení,
- rozbor výsledků.

3.4.3 Makro

S využitím příkazů zapsaných v „log“ souboru je možno sestavit vhodné makro, které umožní automatizaci úlohy v rámci programu ANSYS. Makro je samozřejmě možno sestavit, při dostatečné znalosti příkazů ANSYSu, i bez využití GUI, neboť se jedná o běžný textový soubor s příponou „mac“.

3.4.4 Parametry

Aby bylo možno úlohu využít k pravděpodobnostnímu posudku spolehlivosti je nutné deterministické hodnoty v makru nahradit proměnnými, zvanými v ANSYSu parametry. Tyto parametry je vhodné nadefinovat na počátku makra.

3.4.5 Pravděpodobnostní modul programu ANSYS

Takto připravený model je možno přímo využít v pravděpodobnostním modulu programu ANSYS, přiřadit jednotlivým parametrům vhodné rozdělení pravděpodobnosti, zvolit výstupní proměnné a provést simulaci přímou metodou Monte Carlo, či LHS. Tento modul však nenabízí reprezentaci náhodně proměnných pomocí histogramů.

3.4.6 Simulace Monte Carlo s využitím skriptovacího jazyku APDL

Další variantou je cyklické opakování v makru předem definovaného transformačního modelu s náhodně proměnnými načtenými z externího souboru, či generovanými na základě odpovídající distribuční funkce.

Zdá se sice, že je rychlejší náhodně proměnné generovat přímo v prostředí makra, ale ve zvoleném příkladu jsou tyto načítány z externího souboru. Pro opakování MKP úlohy je možno využít smyčku **do* zakončenou povelom **enddo*. Pro načítání náhodně proměnných z externího souboru je použit příkaz **vread*. Je nutné přesně popsat formát čísel v externím souboru obsažených za pomoci deskriptorů programovacího jazyka FORTRAN. Je otázkou. Proběhne-li řešení úlohy, je možno přiřadit požadovanou veličinu – odezvu konstrukce na zatížení za pomoci funkce **get* vhodnému parametru. Příklad makra pro načítání předgenerovaných proměnných a probabilitní MKP analýzu je uveden v příloze 7.5 na str. 34.

V případě mnohokrát opakovaného řešení předmětné úlohy vyvstává otázka zacházení s náhodně proměnnými z hlediska paměťové náročnosti. S náhodně proměnnou je možno zacházet jako s vektorem, jehož délka odpovídá počtu simulací, či jako se skalárem, který mění svou hodnotu simulaci od simulace. Je zjevné, že první varianta, může vést v případě několika milionu simulací

k plýtvání paměťovou kapacitou počítače. V případě, že je s veličinami počítáno jako se skaláry, je nutné je průběžně ukládat do výstupního souboru za účelem následného vyhodnocení (přiraz **vwrite*, včetně příslušných deskriptorů jazyka FORTRAN).

3.4.7 Referenční funkce

Odolnost konstrukce je možno popsat vhodnou referenční funkcí a naprogramovat ji do makra za pomoci jazyka *APDL*. Popisu referenčních hodnot bude věnována zvýšená pozornost zejména s ohledem na využití prutových, plošných a prostorových prvků v rámci pravděpodobnostního posudku.

3.4.8 Funkce spolehlivosti

Pravděpodobnostním rozbořem funkce spolehlivosti v obvyklém tvaru $/2/$ je možno získat pravděpodobnost poruchy (překročení definované referenční hodnoty).

3.5 Aplikace MKP při posudku spolehlivosti vybraných prvků a dílců metodou SBRA

Kombinace metody SBRA a MKP skýtá široké možnosti provádění pravděpodobnostních posudků spolehlivosti řádově komplikovanějších úloh obtížně vyjádřitelných v uzavřené formě. Možnost využití MKP modelů v rámci pravděpodobnostních posudků spolehlivosti metodou SBRA bude naznačena zejména na vybraných prvcích, či dílcích ocelových konstrukcí. Příklad možného postupu naznačuje příklad 7.3 na straně 28.

Při posudku spolehlivosti s využitím MKP bude zřejmě nutné kontrolovat kritérium spolehlivosti ve všech konečných prvcích, a bude nutné vhodně definovat pravděpodobnost poruchy P_f . Porucha může být definována v jednom simulačním kroku Monte Carlo např. tak, že překročení referenční hodnoty v jednom, či více prvcích znamená překročení referenční hodnoty pro celou konstrukci. Pravděpodobnost poruchy lze pak definovat standardně jako poměr mezi počtem poruch celé konstrukce a celkovým počtem simulačních kroků.

Aplikací pružné referenční hodnoty (např. dosažení meze kluzu u ocelových konstrukcí) při užití plošných či prostorových konečných prvků může být však kritérium vyčerpání pružné oblasti v jednom jediném prvku příliš konzervativní pro definici poruchy celé konstrukce (vzhledem k možným redistribucím napětí). Bude vhodné ověřit možná další kritéria poruchy vztažena např. k dovolenému počtu prvků u nichž lze tolerovat překročení meze kluzu.

Vzhledem k výpočetní náročnosti stochastické MKP analýzy bude vhodné hledat způsoby její redukce. Jako alternativa k přímé simulaci Monte Carlo bude ve zvolených případech užitá metoda redukce rozptylu Importance Sampling [39], [62]. Budou rovněž otestovány různé varianty práce s náhodně proměnnými veličinami (generování v rámci makra, načítání z externího souboru apod.).

Význam náhodně proměnných zahrnutých do posudku spolehlivosti bude ve vybraných případech zhodnocen s využitím citlivostní analýzy, a bude posouzen vliv korelace náhodně proměnných vstupních veličin. Korelace vstupních veličin budou vhodně modelovány za pomoci běžně dostupných postupů pro normální rozdělení (viz. např. [33]), či bude posouzena možnost generování korelovaných histogramů, jak naznačuje např. K. K. Phoon v pracích [37], [38].

3.6 Závěr

Dlouhodobý rozvoj pravděpodobnostních posudků spolehlivosti podporovaný bouřlivým vývojem výpočetní techniky a informačních technologií umožňuje rozšiřovat jeho aplikace za hranice transformačních modelů v uzavřeném tvaru a otvírá cestu využití numerických metod včetně MKP. Vývoj moderních postupů posudků spolehlivosti s využitím MKP a pravděpodobnostních metod se jeví jako nadějný a je žádoucí studovat možnosti jeho dalšího rozvoje.

4 Literatura

- [1] AISC (Draft 2003) *Specification for Structural Steel Buildings*, American Institute of Steel Constructions, Chicago.
- [2] **PROGRAMOVÝ SYSTÉM ANSYS (2002)**, *ANSYS Inc. Theory, Release 8.1, SAS IP.*
- [3] ANSYS [ON-LINE] dostupné NA WWW HTTP://WWW.ANSYS.COM/.
- [4] Anthill for Windows: dostupný on-line na <http://www.sbra-anthill.com/>
- [5] ASCE (1998) *Minimum Design Loads for Buildings and Other Structures*, American Society of Civil Engineers.
- [6] ČSN 731401, *Navrhování ocelových konstrukcí*, ČNI Praha 1998.
- [7] ČSN EN 1990 (2004): Eurokód: *Zásady navrhování konstrukcí*, ČNI Praha, 2004.
- [8] ČSN EN 1991-1-1 (2004): *Eurokód 1: Zatížení konstrukcí - Část 1-1: Obecná zatížení - Objemové tíhy, vlastní tíha a užitná zatížení pozemních staveb*, ČNI Praha 2004.
- [9] ČSN P ENV 1993-1-1 (1994): *Eurocode 3: Design of steel structures, Part 1-1: General rules and rules for buildings*, (in Czech), ČNI Praha, 1994.
- [10] FREET [ON-LINE] dostupné NA WWW HTTP://WWW.FREET.CZ/.
- [11] **GUŠTAR, M.** (2003). *Moderní metody simulace systémů – metoda SBRA (Modern Methods of Systems' Simulation. SBRA Method)*. Doktorská dizertační práce, VŠB – Technická univerzita Ostrava, Fakulta Stavební, Fakulta elektrotechniky a informatiky, Duben 2003.
- [12] **HOLICKÝ, M.** (1998): *Zásady ověřování spolehlivosti a životnosti staveb*; Praha: ČVUT, 1998; ISBN 80-01 01880-6; str.101.
- [13] ISO 2394 (1998): *General Principles on Reliability for Structures*, CEN 1998.
- [14] **JANAS, P.** (2002). *Statika stavebních konstrukcí III – přednášky*, FAST VŠB-TU Ostrava.
- [15] **JANAS, P., KREJSA, M.** (2004). *Přímý determinovaný pravděpodobnostní výpočet a jeho využití při posuzování spolehlivosti konstrukcí*. 1. celostátní konference „Pravděpodobnost porušování konstrukcí“, 7. - 8. 10. 2004, FAST VUT v Brně, ISBN 80-214-2718-3, str. 97-106.
- [16] **JANAS, P., KREJSA, M.** (2005). *Výpočet pravděpodobnosti poruchy přímým determinovaným pravděpodobnostním výpočtem*. Sborník referátů VI. Ročníku celostátní akce se zahraniční účastí „Spolehlivost konstrukcí“, DT Ostrava, 6. 4. 2005. ISBN 80-02-01708-0 .
- [17] **KADLČÁK, J. KYTÝR, J.** (1998) *Statika stavebních konstrukcí I*, Vutium Brno, 1998, 2001 ISBN 80-214-1204-6.
- [18] **KADLČÁK, J. KYTÝR, J.** (2001) *Statika stavebních konstrukcí II*, Vutium Brno, 2001, ISBN 80-214-1648-3.

- [19] **KALA, Z. (2005).** *Pravděpodobnostní a citlivostní analýza ocelového rovinného rámu.* Sborník referátů VI. Ročníku celostátní akce se zahraniční účastí „Spolehlivost konstrukcí“, DT Ostrava, 6. 4. 2005. ISBN 80-02-01708-19.
- [20] **KMEŤ, S. (2005):** *Hodnoty návrhovej pravdepodobnosti Pfd.* Sborník referátů VI. Ročníku celostátní akce se zahraniční účastí „Spolehlivost konstrukcí“, DT Ostrava, 6. 4. 2005. ISBN 80-02-01708-0.
- [21] **KRÁLÍK, J., VARGA, T. (2004).** *Pravděpodobnostná analýza združeného rámu ocelového rámu za požiaru.* Sborník referátů V. Ročníku celostátní akce se zahraniční účastí „Spolehlivost konstrukcí“, DT Ostrava, 24. 3. 2005. ISBN 80-248-0573-1.
- [22] **KRÁLÍK, J., VARGA, T. (2005).** *Pravděpodobnostná a deterministická analýza požiarnej odolnosti združeného ocelového rámu v systéme Anthill a ANSYS.* Sborník referátů VI. Ročníku celostátní akce se zahraniční účastí „Spolehlivost konstrukcí“, DT Ostrava, 6. 4. 2005. ISBN 80-02-01708-0.
- [23] **KREJSA, M. (2001).** *Využití spolehlivostní metody SBRA při navrhování ocelových konstrukcí.* Doktorská dizertační práce, VŠB – Technická univerzita Ostrava, Fakulta Stavební, Katedra Stavební Mechaniky, Prosinec 2001.
- [24] **KŘÍSTEK, V., MAREK, P., PIRNER, M., (1984).** *Ke vztahu výpočetních modelů a podmínek spoelhlivosti při navrhování stavebních konstrukcí,* Stavebnický časopis, č. 1 / 1984, str. 45-57.
- [25] **KŘIVÝ, V., MAREK, P. (2004).** *Posudek spolehlivosti polotuhých styčníků ocelových konstrukcí.* Stavební obzor, květen 2004, r. 13, č. 5, str. 132-137.
- [26] **KŘIVÝ, V., MAREK, P. (2005).** *Pravděpodobnostní posudek spolehlivosti rovinných ocelových rámových konstrukcí.* Sborník referátů VI. Ročníku celostátní akce se zahraniční účastí „Spolehlivost konstrukcí“, DT Ostrava, 6. 4. 2005. ISBN 80-02-01708-0.
- [27] **LOKAJ, A. (2001).** *Využití spolehlivostní metody SBRA při navrhování dřevěných konstrukcí.* Doktorská dizertační práce, VŠB – Technická univerzita Ostrava, Fakulta Stavební, Katedra Stavební Mechaniky, Prosinec 2001.
- [28] **MAREK, P. (1981)** *Mezní stavy kovových stavebních konstrukcí,* RD Jeseník.
- [29] **MAREK, P., GUŠTAR, M. (1988).** *Pravděpodobnostní rozbor kombinací odezev na zatížení = zdroj úspor oceli. (Probabilistic Analysis of the Simultaneous Load Effects = Source of Steel Savings).* Proceedings: Conference “ Steel Structures, Ocelové konstrukce pro skladové hospodářství”, ZP ČSVTS OK Mostárna Hustopeče, Dec. ‘88. (Note: First paper published on SBRA Method). (in Czech).

- [30] **MAREK, P., GUŠTAR, M., ANAGNOS, T.** (1995): *Simulation-Based Reliability Assessment for Structural Engineers*, CRC Press, Inc., Boca Raton, Florida, 1995, ISBN 0-8493-8286-6.
- [31] **MAREK, P., GUŠTAR, M., BATHON, L.** (1998). *Tragwerksbemessung. Von deterministischen zu probabilistischen Verfahren. (Reliability Assessment of Structures. From deterministic to probabilistic Concepts)*. ACADEMIA - Publisher of the Academy of sciences of the Czech Republic, Prague. ISBN 80-902227-6-5 and 80-200-0706-7. (in German).
- [32] **Matlab** [ON-LINE] dostupné NA WWW HTTP://WWW.MATLAB.COM/.
- [33] **MENČÍK, J.** (2003) Simulační posuzování spolehlivosti při korelovaných veličinách. in Sborník 4. Konference „Spolehlivost“, Ostrava, 23.-24.4. 2003, DT Ostrava, ISBN 80-02-01551-7, s. 151-156.
- [34] **MICKA, M.** (2005) *Pravděpodobnostní výpočet konstrukce s programy ANSYS a Anhill*, Výzkumný záměr AV0Z 20710524, ÚTAM AV ČR Praha.
- [35] **NOVÁK, D. RUSINA, R., VOŘECHOVSKÝ, M.**(2002) *FREET – Software pro pravděpodobnostní posudky výpočtově náročných problémů mechaniky kontinua*, in Sborník 3. Konference „Spolehlivost“, Ostrava, 10.4.2002, DT Ostrava, ISBN 80-02-01489-8.
- [36] **NOVÁK, D., VOŘECHOVSKÝ, M., RUSINA, R.** (2003): *Small-sample probabilistic assessment – FREET software*, Applications of Statics and Probability in Civil Engineering, Der Kiureghian, Madanat & Pestana (eds), Millpress, Rotterdam, ISBN 90 5966 004 8.
- [37] **PHOON, K., K.** (2004) *Application of fractile correlations and copulas to non-Gaussian random vectors*, in CD-ROM Proceedings of the 2.nd International ASRANet Colloquium (5-7 July 2004), Barcelona, Spain.
- [38] **PHOON, K., K., QUEK, S., T., HUANG, H.** (2004). *Simulation of non-Gaussian Processes using fractile correlation*, in Probabilistic Engineering Mechanics, vol 19, p. 287-292, 2004.
- [39] **PRAKS, P.** (2002). *Numerical aspects of Simulation Based Reliability Assessment of Systems*. Proceedings: International Colloquium Euro-SiBRAM'2002. Volume II. Institute of Theoretical and Applied Mechanics, Academy of Sciences of the Czech Republic, Prague, June 2002. ISBN 80-86246-17-5. (in English).
- [40] *Probabilistic Assessment of Structures using Monte Carlo Simulation. Basics, Exercises, Software.* **MAREK P., BROZZETTI J., GUŠTAR M., TIKALSKY P.,** Editors. (2003): *Second extended edition*. ITAM - Academy of Sciences of Czech Republic, Prosecká 76, 190 00 Prague 9, Czech Republic. ISBN 80-86246-19-1.

- [41] *Probabilistic model code* (2001): Joined Committee for Structural Safety, ETH Zürich, <http://www.jcss.ethz.ch/>
- [42] **PUSTKA, D. (2002).** *Využití spolehlivostní metody SBRA při navrhování ocelových, betonových a ocelobetonových konstrukcí. (Application of reliability method SBRA in design of steel, concrete and steel-concrete structures).* Doktorská dizertační práce, VŠB – Technická univerzita Ostrava, Fakulta Stavební, Katedra Stavební Mechaniky, Prosinec 2002.
- [43] **ROZLÍVKA, L., FAJKUS, M. (2003)** *Reálné pevnostní hodnoty konstrukčních ocelí a rozměrové úchytky válcovaných materiálů pro pravděpodobnostní posuzování spolehlivosti ocelových nosných prvků a konstrukcí metodou SBRA,:* Spolehlivost konstrukcí – Sborník referátů, Dům techniky Ostrava, Ostrava, 2003 ISBN 80-02-01551-7.
- [44] **ROZLÍVKA, L., FAJKUS, M. (2005).** *Návrhové pevnostní hodnoty konstrukčních ocelí.* Sborník referátů VI. Ročníku celostátní akce se zahraniční účastí „Spolehlivost konstrukcí“, DT Ostrava, 6. 4. 2005. ISBN 80-02-01708-0.
- [45] *Simulation-Based Reliability Assessment* web page: dostupné on-line na <http://www.sbra-anthill.com/>
- [46] **STUDNIČKA, J. - HOLICKÝ, M. (1998).** *Ocelové konstrukce 20, Zatížení staveb;* Praha: ČVUT, 1998; ISBN 80-01-01805-9; str. 78.
- [47] **STUDNIČKA, J., HOLICKÝ, M. (1998):** *Ocelové konstrukce 20 – Zatížení staveb,* ČVUT Praha, ISBN 80-01-01805-9.
- [48] **ŠEJNOHA J., BLAŽEK V. (2005):** *Základy inženýrského pojetí spolehlivosti a jejího hodnocení.* Sborník referátů VI. Ročníku celostátní akce se zahraniční účastí „Spolehlivost konstrukcí“, DT Ostrava, 6. 4. 2005. ISBN 80-02-01708-0.
- [49] **TEPLÝ, B., NOVÁK, D. (1999):** *Spolehlivost stavebních konstrukcí. Teorie, numerické metody, navrhování, software.* Stavební fakulta VUT Brno, 1999.
- [50] *Uplatnění pravděpodobnostních metod při navrhování konstrukcí.* Sborník semináře. (2003), ČVUT Kloknerův ústav, ISBN 80-01-02826-7.
- [51] **VÁCLAVEK, L., MAREK, P. (2001):** Probabilistic Reliability Assessment of Steel Frame with Leaning Columns. *Journal: Computational Structural Engineering – An International Journal*, Vol. 1, No. 2., s. 97-106, Korea 2001.

5 Odborné články a publikace

- [52] **KONEČNÝ, P.** (2001). *Application of two-component wind rosette* is included in the textbook Probabilistic Assessment of Structures using Monte Carlo Simulation. ITAM CAS Prague
- [53] **KONEČNÝ, P.** (2002). *Posudek spolehlivosti vybraných konstrukčních dílců podle norem Eurocode a metodou SBRA*. Diplomová práce, Ostrava 2002
- [54] **KONEČNÝ, P.** (2003). *Example 5.18 Application of database of geometrical and material properties for dimensioning of steel structures* is included in the textbook Probabilistic Assessment of Structures using Monte Carlo Simulation – 2nd. edition, ITAM CAS Prague. (in English).
- [55] **KONEČNÝ, P., MAREK, P.** (2003). 7.20. *Application of a Two-Component Wind Rosette* is included in [40]. (in English).
- [56] **KONEČNÝ, P., MAREK, P.** (2003). *Example 8.11. Buckling of a Steel Column* is included in [40]. (in English).
- [57] **KONEČNÝ, P., VOKOUN, S.** (2003). *Example 8.13 Safety Of Steel Column Subjected to Three Component Load Effect Combination* is included in [40]. (in English).
- [58] **KONEČNÝ, P.** (2003). **Example 8.14. Reliability of a Steel Column Exposed to Horizontal and Vertical Forces** is included in [40]. (in English).
- [59] **KONEČNÝ, P., KUČERA, P.** (2003). *Example 13.17 Probability of Failure of Steel Component Exposed to Fire* is included in [40]
- [60] **KONEČNÝ, P., MAREK, P.** (2003). *Example 15.17 Parametric Study of a Safety of a Steel Bar* is included in [40]
- [61] **KONEČNÝ, P., KUČERA, P.** (2003). *Example 13.17 Probability of Failure of Steel Component Exposed to Fire* is included in [40]. (in English).
- [62] **KONEČNÝ, P., PRAKS, P.** (2003). *Chapter 23 Direct Monte Carlo Method vs. Improved Methods Considering Applications in Designers Every Day Work* is included in [40]. (in English).
- [63] **Fajkus, M., KONEČNÝ, P., Rozlívka, L.** (2003). *Chapter 26 Starting a data-base of steel properties applicable in SBRA based design* is included in [40]. (in English).

6 Referáty na konferencích

- [64] **KONEČNÝ, P. (2000)** *Větrová růžice – dvoukomponentní křivka zatížení*. Sborník 1. Konference „Spolehlivost“, Ostrava, 15.3. 2000, DT Ostrava
- [65] **KONEČNÝ, P. (2001)** *Kombinace zatížení a posudek táhla dle EC3 a SBRA*. Sborník 2. Konference „Spolehlivost“, Ostrava, 21.3. 2001, DT Ostrava
- [66] **KONEČNÝ, P. (2002)** *Vyšetření vnitřních sil a posouzení ocelové nosné soustavy*. Sborník 3. Konference „Spolehlivost“, Ostrava, 10.4. 2002, DT Ostrava
- [67] **KONEČNÝ, P. (2002)**. *Parametric Study of the Safety of the Steel Bar*. International Colloquium SiBRAM 2002, Prague, Proceedings Vol. 1 June 2002, (in English).
- [68] **KONEČNÝ, P. (2002)**. *Parametric Study of the Safety of the Steel Bar (PowerPoint presentation)*. International Colloquium SiBRAM 2002, Prague, CD-ROM of Proceedings Vol. 2 June 2002, (in English).
- [69] **KONEČNÝ, P. (2002)**. *Safety Assessment of a Frame*. International Colloquium SiBRAM 2002, Prague, Proceedings Vol. 1 June 2002, (in English).
- [70] **KONEČNÝ, P. (2002)**. *Safety Assessment of a Frame (PowerPoint presentation)*. International Colloquium SiBRAM 2002, Prague, CD-ROM of Proceedings Vol. 2 June 2002, (in English).
- [71] **KONEČNÝ, P. (2002)**. *Safety Assessment of a Frame*. International Colloquium SiBRAM 2002, Prague, CD-ROM of Proceedings Vol. 2 June 2002, (in English).
- [72] **KONEČNÝ, P., MAREK, P. (2003)** *Vzpěrná pevnost ocelového sloupu metodou SBRA*. Sborník 4. Konference „Spolehlivost“, Ostrava, 23.-24.4. 2003, DT Ostrava, ISBN 80-02-01551-7.
- [73] **KONEČNÝ, P., Praks, P. (2003)** *Kombinace účinků zatížení metodou SBRA s využitím přímé metody Monte Carlo a Importance Sampling*. Sborník 4. Konference „Spolehlivost“, Ostrava, 23.-24.4. 2003, DT Ostrava, ISBN 80-02-01551-7.
- [74] **KŘIVÝ, V., KONEČNÝ, P., MAREK, P. (2003)**. *Reliability Assessment of Semi-Rigid Steel Joints using Eurocode and SBRA Method*. In: Proceedings 8th International Conference on Inspection, Appraisal, Repairs and Maintenance of Structures., Singapore, 18.-20.12.2003, Singapore, ISBN: 981-04-8559-X, (in English).
- [75] **MAREK P., GUŠTAR M., PUSTKA, D., Konečný P. (2003)**. *SBRA Method Selected Applications and New Achievements*. In: Proceedings 8th International Conference on Inspection, Appraisal, Repairs and Maintenance of Structures, Singapore, 18.-20.12.2003, Singapore, ISBN: 981-04-8559-X, (in English).

- [76] **MAREK, P., PUSTKA, D., KONEČNÝ, P. (2003).** *Durability Assessment of Steel Structures using SBRA Method* . In: Proceedings 8th International Conference on Inspection, Appraisal, Repairs and Maintenance of Structures., Singapore, 18.-20.12.2003, Singapore, ISBN: 981-04-8559-X, (in English).
- [77] **KONEČNÝ, P., KUČERA, P. (2004)** *Posudek spolehlivosti ocelového nosníku vystaveného účinkům požáru metodou SBRA* Sborník 6. Odborná konference „Juniorstav“, Brno, 4. a 5.2. 2004, VUT Brno, ISBN 80-214-2560-1.
- [78] **KONEČNÝ, P., KUČERA, P. (2004)** *Analýza spolehlivosti ocelového nosníku vystaveného účinkům požáru metodou SBRA* Sborník semináře Modelování v Mechanice, Ostrava, 28.1. 2004, FAST VŠB-TU Ostrava.
- [79] **KONEČNÝ, P., ŠPIČÁK, J. (2004)** *Odhad výkonu větrné elektrárny metodou SBRA*, in Sborník 5. Konference „Spolehlivost konstrukcí“, Ostrava, 24.3. 2004, DT Ostrava, ISBN 80-248-0573-1.
- [80] **KONEČNÝ, P., MAREK, P. (2004)** *Stabilita ocelového prvku metodou SBRA a dle stávajících norem*, in Sborník 5. Konference „Spolehlivost konstrukcí“, Ostrava, 24.3. 2004, DT Ostrava, ISBN 80-248-0573-1.
- [81] **KONEČNÝ, P., MAREK, P. (2004)** *Probabilistic Simulation-Based Reliability Assessment of Steel Columns – Pilot Study*, in CD-ROM Proceedings of the 2.nd International ASRANet Colloquium (5-7 July 2004), Barcelona, Spain, (in English).
- [82] **KONEČNÝ, P., MAREK, P. (2004)** *Vybrané stabilitní problémy ocelových konstrukcí řešené metodou SBRA*. Sborník: , I. celostátní konference „Pravděpodobnost porušování konstrukcí“, 7. až 8. října 2004, FAST VUT v Brně, ISBN 80-214-2718-3, str.97-106.
- [83] **MYNARZ, M., KONEČNÝ, P., PRAKS, P. (2004).** *Comparison of Methods for Probabilistic Aseessment of Beam using SBRA Method*. Proceeding of Third International Conference on Modeling in Mechanics 2004, Ostrava, Czech Republic, ISBN 80-248-0546-4.
- [84] **KONEČNÝ, P., (2005)** *Stabilita prutu s využitím numerického řešení v rámci metody SBRA* Sborník mezinárodní konference „Modelování v mechanice“, Ostrava, 10.2. 2005, FAST VŠB-TU Ostrava, ISBN 80-248-0776-9.
- [85] **KONEČNÝ, P., MAREK, P. (2005).** *Zatížení*. Sborník referátů VI. Ročníku celostátní akce se zahraniční účastí „Spolehlivost konstrukcí“, DT Ostrava, 6. 4. 2005. ISBN 80-02-01708-0.

7 Přílohy

7.1 Úvod

Následující příklady naznačují využití numerického transformačního modelu (viz. příklad 7.2) a transformačního modelu MKP (viz. příklad 7.3) v rámci metody SBRA.

Pro výpočet přetvoření ocelového prutu jsou zohledněny efekty teorie II. řádu, při statické a pružné odezvě konstrukce na zatížení za předpokladu:

- náhradní počáteční imperfekce ve tvaru funkce sinus,
- vyšetření vnitřních sil na přetvořené konstrukci
- zanedbání vlivu osových a posouvajících sil na výpočet přetvoření prutu,
- omezení únosnosti dosažením meze kluzu v krajních vláknech průřezu,
- zajištění proti kroucení,
- zajištění proti vybočení prutu z roviny,
- vliv vlastních pnutí je zohledněn v náhradní počáteční imperfekci prutu
- nahodile proměnné veličiny jsou uvažovány jako vzájemně statisticky nezávislé s výjimkou zjednodušeně uvažované závislosti průřezových charakteristik, dle [63].

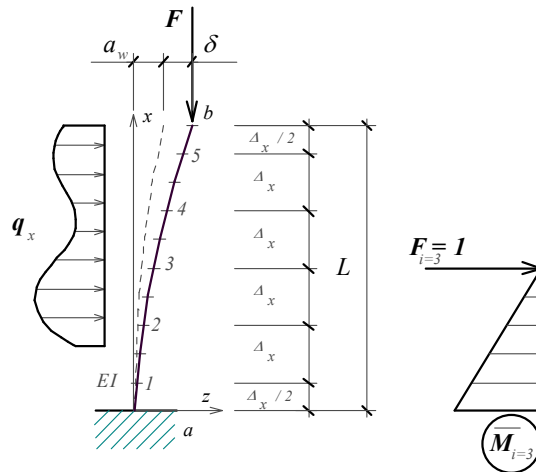
Makra užitá pro zvolené příklady jsou uvedena v části 7.5.

7.2 Využití numerického modelu v rámci metody SBRA

7.2.1 Numerický model výpočtu přetvoření

Prut vystavený libovolné kombinaci osového a příčného zatížení v rovině prutu je zobrazený na Obr. 2 (vetknutý sloup). Pro prut je odezva prutu na zatížení, a to jak osově, tak příčně, vyšetřována na přetvořené konstrukci dle teorie II. řádu. Model umožňuje předpokládat prut s počáteční imperfekcí o libovolném tvaru. Pro výpočet přetvoření prutu je využit princip virtuálních prací, konkrétně metoda jednotkových sil (viz. např. [14], [18]). Přetvoření konstrukce je počítáno iterativně neboť může růst vlivem přírůstku ramene osově síly. Výpočet je opakován dokud je výrazný rozdíl mezi poslední a předešlou deformací.

Model je postaven na následujících předpokladech. Je uvažováno silové zatížení v rovině prutu, které vyvolává pružné přetvoření konstrukce. Materiál je předpokládán lineárně pružný, pro nějž platí Hookeův zákon. Deformace rovinné prutové konstrukce jsou uvažovány velmi malé ve srovnání s délkovými rozměry. Podmínky statické rovnováhy jsou sestavovány, jak již bylo zmíněno, na přetvořené konstrukci podle teorie II. řádu. Není možno využít princip úměrnosti a superpozice účinků zatížení.



Obr. 2. Schéma jednostranně vetknutého prutu (vlevo)
virtuální ohybový moment \overline{M}_i pro pořadnici $i=3$ (vpravo)

Posunutí průřezu δ_i nosníku je vypočteno metodou jednotkových sil (viz. např. [18]), přičemž lze zanedbat virtuální práce sil normálových a posouvajících. Integrál může být nahrazen sumací, a prut je rozdělen na např. $n = 50$ dílků o kroku x_i a vzdálenosti Δx . Přetvoření prutu δ_i je počítáno dle vztahu:

$$\delta_i = \int_0^s \frac{M \overline{M}}{EI} ds = \sum_{j=1}^n \frac{M_j \overline{M}_{i,j}}{EI} \Delta x, \quad /3/$$

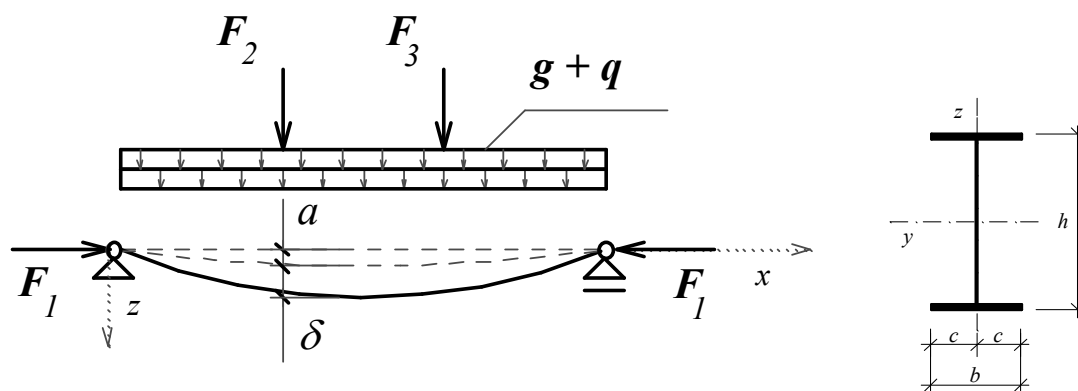
kde M_j je ohybový moment od zatížení v j -té pořadnici, $\overline{M}_{i,j}$ je virtuální ohybový moment v j -té pořadnici, a EI je součin modulu pružnosti a momentu setrvačnosti. Virtuální ohybový moment od jednotkového zatížení $F_i=1$ které působí v i -té pořadnici závisí na způsobu podepření, a pro vetknutý sloup je zobrazen vpravo na Obr. 2. Iterování algoritmu je ukončeno pokud je rozdíl mezi extrémem deformace δ na prutu a extrémem předchozí iterace δ_{pr} menší než konvergenční hodnota ε .

Obdobný numerický model může být podroben pravděpodobnostní analýze ve zmíněném prostředí simulačního nástroje naprogramovaného v prostředí Matlab (viz. [39], [62], [84]).

7.2.2 Zadání

Posuďte metodou SBRA bezpečnost prostě podepřeného ocelového nosníku v polovině rozpětí z hlediska kombinace osové síly a ohybového momentu od příčného zatížení s ohledem k efektům teorie II. řádu při pružné a statické odezvě konstrukce na zatížení. Nosník, o rozpětí $L = 3$ m, válcovaném průřezu IPE100, oceli třídy S235 je zobrazen na Obr. 3. Je předpokládáno zatížení nosníku osovou silou F_1 (krátkodobé zatížení), příčnými silami F_2 a F_3 (dvěmi vzájemně nezávislými dlouhodobými zatíženími), spojitými rovnoměrnými zatíženími g (stálé zatížení)

a q (krátkodobé zatížení). Uvažujte nahodile proměnnou počáteční imperfekci tvaru sinusoidy o extrémní hodnotě $a_{max} = L / 600$.



Obr. 3. Ocelový nosník – schéma a průřez

7.2.3 Vstupy a náhodně proměnné

Jednotlivá zatížení je možno vyjádřit obecně jako $F_i = F_{i,max} \times F_{i,var}$. Součinitele reprezentující rozptyly zatížení včetně příslušných histogramů jsou uvedeny v Tab. 1. Geometrické a materiálové charakteristiky jsou uvedeny v Tab. 2, přičemž např. $A = A_{nom} \times A_{var}$. Nahodile proměnné průřezové charakteristiky jsou zjednodušeně uvažovány jako vzájemně statisticky závislé dle [63].

Tab. 1. Zatížení

		Stálé	Krátkodobé	Vítr	Dlouhodobé	Dlouhodobé
		g	q	F ₁	F ₂	F ₃
		[kN.m ⁻¹]	[kN.m ⁻¹]	[kN]	[kN]	[kN]
Maximální hodnota	Konstanta	g _{max}	q _{max}	WL _{max}	LL2 _{max}	LL3 _{max}
		2	2	10	5	5
Histogram	Proměnná	g _{var}	q _{var}	SL _{var}	LL2 _{var}	LL3 _{var}
	Soubor	Dead-S	Short1	Wind1	Long1	Long1
	Interval	<0.818..1.0>	<0..1>	<0..1>	<0..0.625..1>	<0..0.625..1>

Tab. 2. Geometrické a materiálové vlastnosti ocelového válcovaného průřezu IPE100

		Mez kluzu	Modul pružnosti	Průřezová plocha	Modul průřezu	Moment setrvačnosti
		[MPa]	[MPa]	[m ²]	[m ³]	[m ⁴]
Nominální hodnota	Konstanta	-	E	A _{nom}	W _{y, nom}	I _{y, nom}
	Hodnota	-	210 000	0,00103	3,42×10 ⁻⁵	1,71×10 ⁻⁶
Histogram	Proměnná	0,9×fyvar	-	Avar	Wyvar	Iyvar
	Soubor	DS235FYPR01		DS235ARPR01		
	Rozdělení	N(292;15,9)		N(1,03;0,03)		
	Interval	<244,3;339,7>		<0,94;1,12>		

Náhodně proměnná počáteční imperfekce nosníku má extrémní hodnotu $a_{max} = L / 600$, přičemž A_{var} je charakterizován useknutým histogramem o normálním rozdělení $N(\mu; \sigma) = N(0,5; 0,1667)$:

$$a = (a_{max} \times a_{var}) \quad /4/$$

7.2.4 Pravděpodobnostní přístup SBRA

Pravděpodobnost poruchy je odhadovaná s využitím procedury naprogramované pod MATLAB (viz. [39], [62], [84] a 7.5.1.1). Je aplikováno 500 tisíc simulací Monte Carlo. Zvolený počet simulačních kroků není optimální pro přesný odhad pravděpodobnosti poruchy, ale je postačující pro účely otestování aplikace numerického modelu v rámci SBRA. Úroveň spolehlivosti je vyhodnocena porovnáním odhadu pravděpodobnosti poruchy P_f s návrhovou pravděpodobností P_d . Spolehlivost je dostatečná pokud je splněno kritérium $P_f < P_d$.

V každém simulačním kroku metody Monte Carlo je průhyb δ uprostřed nosníku vypočten numericky s ohledem k teorii druhého řádu (viz. část 7.2.1 a 7.5.1.2). Numerický přístup využívá metodou jednotkových sil pro výpočet deformací.

$$\delta_i = \sum_{j=1}^n \frac{M_j \overline{M_{i,j}}}{EI} \Delta x, \quad /5/$$

Jednotkový vektor ohybových momentů $\overline{M_{i,j}}$ je patřičně upraven pro prostý nosník.

Následně je vypočteno rameno y osově síly $N = F_l$ a ohybový moment M , který odpovídá uvažovanému kritickému průřezu v polovině rozpětí nosníku

$$M = F_l \times (\delta + a) + (g + q) \times L^2 / 8 + (F_3 - F_2) \times L / 6 + F_2 \times L / 3 \text{ [kNm]}. \quad /6/$$

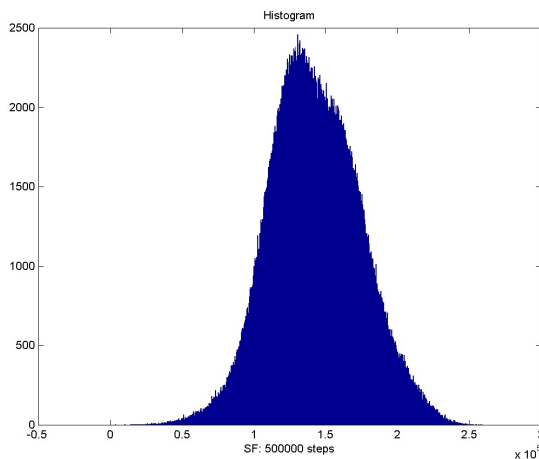
Interakčním vztahem je vypočteno napětí v horních tlačných vláknech

$$\sigma_{max} = \frac{N}{A_{nom} \times A_{var}} \pm \frac{M}{W_{nom} \times A_{var}} \text{ [kPa]} \quad /7/$$

a pravděpodobnost poruchy je odhadnuta analýzou funkce spolehlivosti SF .

$$P_{f1} = P(SF < 0) = P[(fy - \sigma_{max} < 0)] = 4 \times 10^{-6} \quad /8/$$

Návrhová pravděpodobnost poruchy je pro kritérium bezpečnosti uvažena jako $P_d = 7 \times 10^{-5} > P_f = 4 \times 10^{-6}$. Spolehlivost nosníku je tedy dle zvolených předpokladů vyhovující. Histogram funkce spolehlivosti je zobrazen na Obr. 4.



Obr. 4. Funkce spolehlivosti SF [kPa]

7.2.5 Shrnutí

Příklad naznačuje přístup k vyšetření spolehlivosti nosníku zatíženém momentem a osovou silou s využitím numerického modelu s respektováním vlivu teorie II. řádu pravděpodobnostní metodou SBRA. Spolehlivost je vyjádřena porovnáním pravděpodobnosti poruchy P_f a návrhové pravděpodobnosti P_d .

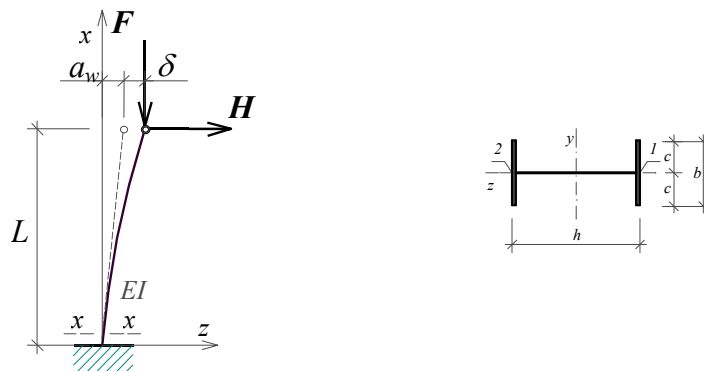
Bezpečnost kloubově uloženého nosníku je vyšetřena v příspěvku pravděpodobnostní analýzou vztahu mezi složenými náhodně proměnnými veličinami účinkem zatížení a odolností sloupu závislými na náhodně proměnných: zatížení, mezi kluzu, počáteční imperfekcí a geometrických vlastností průřezu). Účinek zatížení (např. přetvoření δ) je vyjádřen s respektováním vlivu teorie druhého řádu pomocí numerického modelu založeném na principu virtuálních prací.

7.3 Využití MKP systému ANSYS v rámci metody SBRA

7.3.1 Zadání

Posuďte metodou SBRA bezpečnost vetknutého ocelového sloupu vzhledem k tuhé ose z hlediska kombinace osově síly a momentu ve vetknutí s přihlédnutím k efektům teorie II. řádu při uvažování pružné a statické odezvě konstrukce na zatížení. Užijte 1 mil. simulačních kroků a metodu Monte Carlo. U sloupu vyrobeném z válcovaného profilu IPE180 a oceli S235 uvažujte počáteční imperfekci ve tvaru sinusoidy o maximální amplitudě $2L / 600$. Pro posudek užijte, jak

MKP, tak analytický model dle [51]. Sloup zatížený svislou silou F a vodorovnou silou H je zobrazen na Obr. 5.



Obr. 5. Ocelový vetknutý nosník
schéma a průřez

7.3.2 Vstupy a náhodně proměnné

Nahodile proměnná svislá síla F sestává ze zatížení stálého DL , zatížení dlouhodobého nahodilého LL a zatížení krátkodobého SL . Vodorovná síla H je tvořena větrným zatížením WL . Součinitele reprezentující rozptyly zatížení včetně příslušných histogramů jsou uvedeny v Tab. 3. Geometrické a materiálové charakteristiky jsou uvedeny v Tab. 4, přičemž např. $A = A_{nom} \times A_{var}$. Nahodile proměnné průřezové charakteristiky jsou zjednodušeně uvažovány jako vzájemně statisticky závislé dle [63].

Tab. 3. Zatížení

		Stálé	Dlouhodobé	Krátkodobé	Vítr
		DL	LL	SL	W
		[kN]	[kN]	[kN]	[kN]
Maximální hodnota	Konstanta	DL_{max}	LL_{max}	SL_{max}	WL_{max}
		150	150	150	3
Histogram	Proměnná	DL_{var}	LL_{var}	SL_{var}	WL_{var}
	Soubor	Dead-S	Long1	Short1	Wind1
	Interval	<0.818..1.0>	<0..0.625..1>	<0..1>	<0..1>

Náhodně proměnná náhradní počáteční imperfekce vetknutého sloupu má extrémní hodnotu $a_{max} = 2L / 600$, přičemž A_{var} je charakterizována useknutým histogramem o normálním rozdělení $N(\mu; \sigma) = N(0,5; 0,1667)$:

$$a = (a_{max} \times a_{var})$$

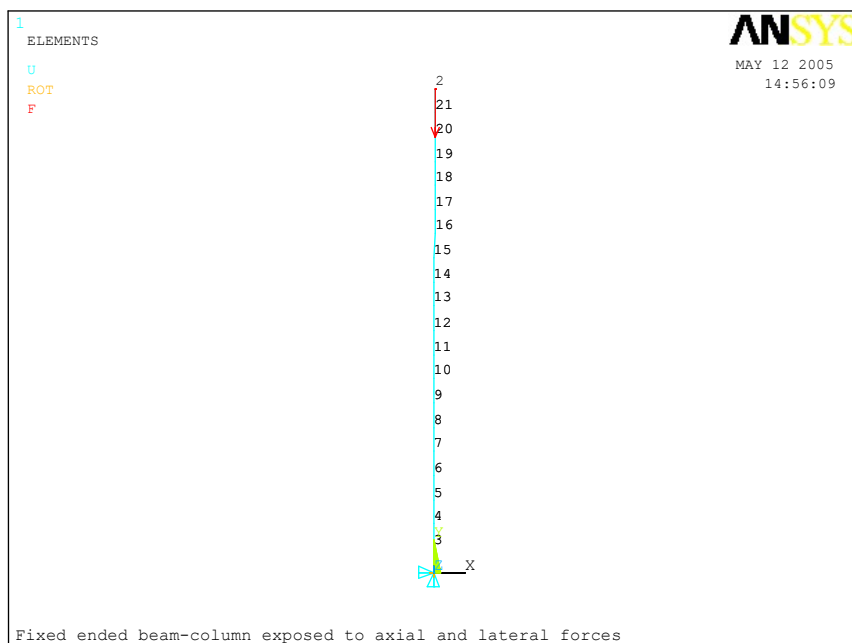
/9/

Tab. 4. Geometrické a materiálové vlastnosti ocelového válcovaného průřezu IPE180

		Mez kluzu	Modul pružnosti	Poissonův součinitel	Průřezová plocha	Modul průřezu	Moment setrvačnosti	
		[MPa]	[MPa]	[...]	[m ²]	[m ³]	[m ⁴]	
Nominální hodnota	Konstanta	f_y	E	μ	A_{nom}	$W_{y,nom}$	$I_{y,nom}$	
	Hodnota	$0,9 \times f_{yvar}$	210 000	0.3	0,00239	$1,47 \times 10^{-4}$	$1,32 \times 10^{-5}$	
Histogram	Proměnná	f_{yvar}	-	-	A_{var}	W_{yvar}	I_{yvar}	
	Soubor	DS235FYPR01			DS235ARPR01			
	Rozdělení	N(292;15,9)			N(1,03;0,03)			
	Interval	<244,3;339,7>			<0,94;1,12>			

7.3.3 Transformační model MKP

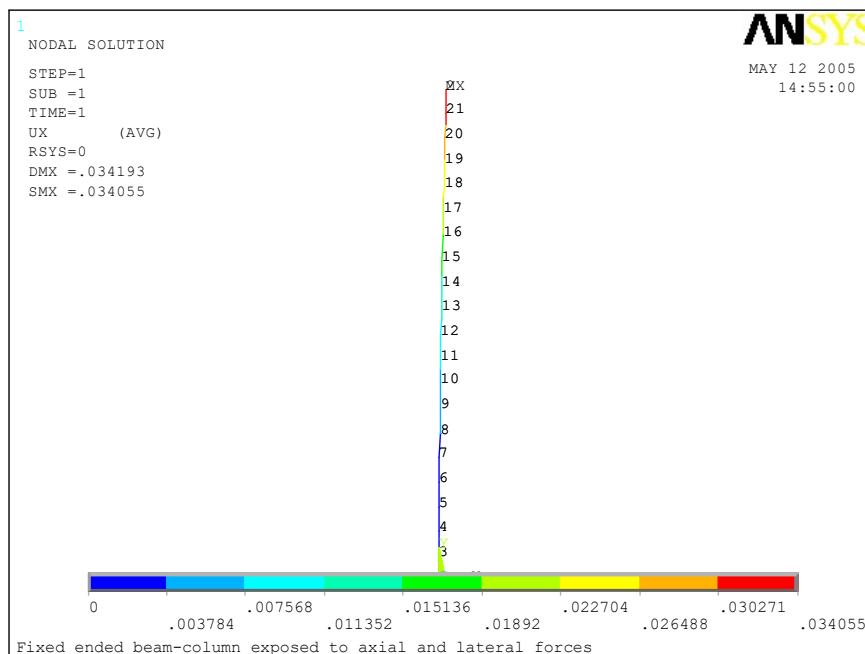
Rovinný model vetknutého sloupu sestává z prutových prvků *BEAM3*. Model prutu s počátečním zakřivením ve tvaru sinusoidy je tvořen za pomoci oblouku (příkaz *LARC*) třemi klíčovými body (vrcholem, vetknutím a bodem v polovině výšky sloupu) a je zobrazen na Obr. 6. Zakřivený prut je rozdělen na 20 konečných prvků. Na uzel 1 jsou aplikovány okrajové podmínky odpovídající vetknutí, zatímco uzel 2 (vrchol) je zatížen svislou silou F a vodorovnou silou H . Řešení problému je s ohledem na efekty teorie II. řády provedeno s využitím nelineárního řešiče ANSYSu pro velká přetvoření.



Obr. 6. Schéma vetknutého sloupu
(deterministické zadání v programu ANSYS)

Poznámka: Na Obr. 6 není vodorovná síla patrná, neboť je v porovnání se silou vertikální velmi malá.

Je-li zvolená úloha řešena pro deterministické zadání hodnot (bez uvažování rozptylu) dle Tab. 3 a Tab. 4 vychází vodorovné posunutí vrcholu sloupu $\delta = 0.03405$ m (u_x uzlu 2, viz. Obr. 7).



Obr. 7. Vodorovné přemístění u_x
(deterministické zadání v programu ANSYS)

7.3.4 Analytický transformační model dle [51]

$$\delta = \left\{ \left[1 - \left(\frac{2\omega l}{\pi} \right)^2 \right]^{-1} - 1 \right\} f + \left(\frac{\tan(\omega l)}{\omega l} - 1 \right) \frac{H}{F} l \quad /10/$$

Pro deterministicky uvažované zadání extrémními hodnotami vychází vodorovné posunutí vrcholu sloupu $\delta = 0.03426$ m, což se blíží hodnotám získaným v části 7.3.5 ANSYSem.

7.3.5 Pravděpodobnostní přístup SBRA

Pro pravděpodobnostní posudek spolehlivosti metodou SBRA je využito makro naprogramované v jazyce APDL [2], [3] (viz. Příloha 7.5.2 a také část 3.4 na str. 13). Toto makro obsahuje načítání náhodně proměnných veličin dle useknutých histogramů realizovaných za pomoci programu Anthill, výše definovanou konečně prvkovou úlohu, a také kontrolní analytický model výpočtu posunutí δ (viz. /10/).

Programem Anthill [4] je vygenerováno 1 mil. realizací náhodně proměnných veličin. Tyto jsou uloženy do textového souboru tzv. „logu“. Ve zmíněném souboru odpovídá počet řádků počtu

simulací a počet sloupců počtu náhodně proměnných veličin. Data je nutno vhodně upravit pro načtení do ANSYSu.

V průběhu simulačního cyklu je načten i -tý řádek „logu“ odpovídající náhodným proměnným i -tého simulačního cyklu. Je provedeno řešení MKP úlohy a analytického modelu. V každém simulačním kroku je měněna geometrie konstrukce (velikost extrémní počáteční imperfekce) včetně průřezových charakteristik, meze kluzu a zatížení. Následně je prut rozdělen na 20 konečných prvků, jsou vypočtena posunutí všech elementů, a je získáno posunutí vrcholu sloupu.

V průběhu pravděpodobnostní analýzy je po řádově několika tisících cyklech nutné ANSYS restartovat za účelem vyčištění paměti v opačném případě dojde v závislosti na parametrech počítače k výraznému zpomalení (až zastavení) průběhu výpočtu.

Při načítání náhodně proměnných z externího souboru v každém simulačním cyklu je vhodné rovněž věnovat pozornost i délce tohoto souboru. Při délce souboru větší než cca. 100 tisíc dochází ke zřetelnému zpomalení procesu načítání dat, které již výrazně ovlivňuje potřebný strojový čas.

Vzhledem k časové náročnosti výpočtu je úloha manuálně paralelizována. „Log“ z Anthillu (nagenerované data pro vstup do ANSYSu) je rozdělen na 5 částí. Každá část je vyhodnocena na jednom PC, které řeší pouze 200 tis. simulací. Potřebný výpočetní čas je tedy redukován na cca. 1/5. Výsledná pravděpodobnost poruchy P_f je aritmetickým průměrem dílčích P_f .

Spolehlivost je vyhodnocena porovnáním odhadu pravděpodobnosti poruchy P_f s návrhovou pravděpodobností P_d .

7.3.6 Odezva konstrukce na zatížení a kombinace účinků zatížení

(ohybový moment M a osová síla N)

Jako odezva prutu na zatížení slouží vodorovné přemístění vrcholu sloupu δ . S využitím posunutí δ je vypočten účinek zatížení s ohledem na efekty teorie II. řádu. Tento účinek je dvoukomponentní, a je vyjádřen pomocí osově síly N , rovné síle F , a ohybového momentu M , který odpovídá kritickému průřezu x-x (vetknutí sloupu):

$$M = H \times L + F \times (a + \delta) \quad [\text{Nm}] \quad /11/$$

Interakčním vztahem je vypočteno napětí v krajních vláknech

$$\sigma_{1,2} = \frac{F}{A_{nom} \times A_{var}} \pm \frac{M}{W_{nom} \times A_{var}} \quad [\text{kPa}] \quad /12/$$

a pravděpodobnost poruchy je odhadnuta analýzou funkce spolehlivosti SF , tato pravděpodobnost poruchy je shodně získána jak analytickým, tak MKP modelem.

$$P_{f1} = P(SF < 0) = P[(f_y - \max(\sigma_{1,2}) < 0] = 1.9 \times 10^{-5} < P_d = 7 \times 10^{-5} \quad /13/$$

Spolehlivost nosníku je tedy dle zvolených předpokladů vyhovující.

7.3.7 Shrnutí

Příklad nastiňuje možnosti využití MKP modelu v rámci koncepce SBRA pro vyšetření spolehlivosti konstrukce na příkladě ocelového vetknutého sloupu zatíženém svíslou a vodorovnou silou, s přihlédnutím k mnoha náhodně proměnným veličinám charakterizovaným useknutými histogramy, včetně náhradní počáteční imperfekce ve tvaru funkce kosinus, a s respektováním vlivu teorie II. řádu při výpočtu rovinného přetvoření. Spolehlivost je vyjádřena porovnáním pravděpodobnosti poruchy P_f a návrhové pravděpodobnosti P_d vztažené k překročení pružné oblasti působení.

Uvedený příklad využívá programovacího jazyka APDL pro tvorbu makra umožňujícího opakované řešení MKP úlohy s ohledem na respektování principů metody SBRA za pomoci předgenerovaných náhodně proměnných veličin programem Anthill for Windows [4]. Výpočet za pomoci ANSYSu je poměrně časově náročný. Aplikovaných 1 mil. simulačních kroků by trvalo na jednom PC Intel Pentium IV (3,0 GHz a 1 GB Ram) cca 177 hodin, proto je úloha rozdělena pro 5 PC.

7.4 Závěry

V rámci numerického modelu 7.2 je možnost provádět pravděpodobnostní analýzu prutů s ohledem k efektům teorie II.řádu, přičemž je možno poměrně snadno měnit okrajové podmínky (vetknutí, natočení a pokles podpor apod). Úloha je však limitována na řešení zejména rovinných prutových problémů. Pro řešení komplikovanějších úloh včetně klopení a boulení je vhodné aplikovat konečně prvkový model.

Odezvou na potřebu řešení obecných problémů stability je příklad 7.3 naznačující schůdnost využití MKP modelu v rámci metody SBRA, a tedy i možnost probabilistně řešit komplikovanější úlohy.

Výzkum by měl být zaměřen na aplikaci modelů umožňujících zohlednit nejen rovinnou, ale i prostorovou stabilitu, a to jak pomocí prutových, tak i rovinných či prostorových prvků. Pozornost by měla být zaměřena na definici podmínek spolehlivosti a definici referenční funkce.

Jedním z problémů využití MKP modelů v rámci pravděpodobnostních úloh je časová náročnost. Zkrácení potřebného strojového času může být dosaženo jednak volbou vhodného modelu odpovídajícího povaze řešené úlohy, aplikací metod redukce rozptylu (např. Importance Sampling), paralelizací výpočetní úlohy, a také vhodnou prací s náhodně proměnnými (omezením práce s hard diskem počítače).

7.5 Makra užitá při řešení příkladů 7.2 a 7.3

7.5.1 Makra pro Matlab

7.5.1.1 Monte Carlo simulace

Poznámka: založeno na práci P. Prakse [39]

```
function [VYSTUP] =
drun_9_11(N_STEPS,ZAT_DET,VST_DET,OUT_FILE,POC_I);
%250105b
%*****
%LOKÁLNÍ PROMĚNNÉ
% N_STEPS - CELKOVÝ POČET SIMULACÍ
% N_STEPS_DEL - Dělitel počtu kroků (pro určení frekvence vypisování
průběžných informací
% ZATIZENI - Náhodný vektor zatížení
% VSTUP - Náhodný vektor vstupních veličin [materiál, geometrie]
% ZAT_DET - Deterministický vektor zatížení
% VST_DET - Deterministický vektor vstupních veličin [materiál,
geometric]
% VYSTUP - Vektor výstupních veličin [SF1 SF2 ...]
% VYST_L - Vektor logů výstupních veličin [SF1 SF2 ...]
% OUT_FILE - soubor pro ukládání jednotlivých simulací ['res_1.txt']
% STEP - aktuální simulace
% POC_PROM - počet vyhodnocovaných proměnných (logů)
% F_TEMP(1,2) - vektor počtu poruch (pro vyhodnocení průběžné psti
poruchy)
% HIS_i - proměnná histogram
% i, j, k - řídicí proměnné cyklů
% POC_I - opakování simulace
%*****
%Předdefinice konstant
%*****
STEP=0; %inicializace kroku (vnitřní cyklus)
%Alokace proměnných
POC_PROM = 2; %počet proměnných
% VYST_L = zeros(N_STEPS,POC_PROM);%alokace paměti pro 6
výstupních proměnných
F_TEMP = [0;0];%alokace paměti pro 2 mezní stavy
%*****
%ZATÍŽENÍ A VSTUPY DETERMINISTICKY
%*****
L = VST_DET(1)
E = VST_DET(6); % [kPa]
SERV_LIM = L * VST_DET(8); %[...]
%*****
%načtení histogramu (využity funkce P.Prakse crea_his)
[his_1]=crea_his('DS235FyPR01.dis');
[his_2]=crea_his('DS235ARPR01.dis');
[his_4]=crea_his('Dead-s.dis');
[his_5]=crea_his('Long1.dis');
[his_6]=crea_his('Short1.dis');
[his_7]=crea_his('Normal2.dis');
%*****
disp('-----')
disp('Monte Carlo analysis...')
disp('-----')
for i=1: N_STEPS
STEP=STEP+1; %skutečný krok
%*****
%Přiřazení histogramu (generování náhodně proměnné)
%(využity funkce P.Prakse crea_sa)
RND = rand(8,1);
FYvar = crea_sa2(his_1,RND(1));
Avar = crea_sa2(his_2,RND(2));
SLvar = crea_sa2(his_6,RND(3));
gLvar = crea_sa2(his_4,RND(4));
qLvar = crea_sa2(his_6,RND(5));
LL2var = crea_sa2(his_5,RND(6));
LL3var = crea_sa2(his_5,RND(7));
%normální rozdělení
EOvar = crea_sa2(his_7,RND(8))/6 + 0.5; % nor_sam(0.5,1/6);
```

```
%*****
%ZATÍŽENÍ A VSTUPY PRAVDĚPODOBNOSTNĚ
%*****
%ZATÍŽENÍ = []
F1 = ZAT_DET(1)* SLvar; % kN
qL = 0.5 * ZAT_DET(2) * gLvar + 0.5 * ZAT_DET(2) * qLvar;
% kN
F2 = ZAT_DET(3) * LL2var; % kN
F3 = ZAT_DET(4) * LL3var; % kN
FY = 0.9 * FYvar * 1000; % kPa
A = VST_DET(4)*Avar; % m2
I = VST_DET(3)*Avar; % m4
W = VST_DET(5)*Avar; % m3
AWvar=VST_DET(7)*(EOvar);
AW_b = AWvar*L;
%*****
%VOLÁNÍ EXTERNÍ FUNKCE
%*****
% Volání externí funkce nos_Iir2 (numerická analýza přetvoření viz.
7.5.1.2)
VYSTUP = nos_Iir2([L FY I A W E AW_b SERV_LIM],[F1 qL
F2 F3]);
VYST_L(STEP,1) = VYSTUP_A(1); % SF_A
VYST_L(STEP,2) = VYSTUP_A(2); % SF2
%Poruchy
F_TEMP(1) = F_TEMP(1) + sum(VYSTUP(1)<0);
F_TEMP(2) = F_TEMP(2) + sum(VYSTUP_A(1)<0);
%Operace - výpis počtu kroků a spol
end;%Konec Cyklu Monte Carlo 'i×I'
%*****
%POST PROCESSING
%*****
%Pravděpodobnost poruchy
VYSTUP = [F_TEMP(1) / N_STEPS F_TEMP(1) / N_STEPS ];
%Uložení výsledků do textového souboru
cd results
disp(['Vysledky jsou uloženy v souboru ' OUT_FILE])
fidout= fopen(OUT_FILE,'a+'); % Přepíše soubor
% zápis času
% Datum
fprintf(fidout,('Version:\t'));
fprintf(fidout,'%10.0f,clock');
fprintf(fidout,'\n');
%Zápis Pf1
fprintf(fidout,'Pf: \t'); %'\n' tabulátor
fprintf(fidout,'%10.10f,VYSTUP(1)); %'\t' tabulátor
fprintf(fidout,'\n'); %'\n' tabulátor
%Zápis Pf2
fprintf(fidout,'Pf_A: \t'); %'\n' tabulátor
fprintf(fidout,'%10.10f,VYSTUP(2)); %'\t' tabulátor
fprintf(fidout,'\n'); %'\n' tabulátor
fclose(fidout);
cd ..
```

7.5.1.2 Numerický řešič, dle 7.2.1 na str. 24

```
function VYSTUP = nos_Ilr2(VSTUP,ZATIZENI)
% Numericky vypočte deformaci nosníku dle teorie II.řádu, nebo určí že
% napětí překročí mez kluzu
% Oboustraně kloubově uložený nosník
% 310804
%*****
% LOKÁLNÍ PROMĚNNÉ
% N_D počet dílku
% ZATIZENI vektor zatezovacích prvků
% E modul tuhosti
% I moment setrvačnosti
% W modul pružnosti
% A plocha
% L délka
% X[i] vektor definující korodiny poradnic X
% DELTA[i] vektor deformací
% DELTA_m hledaná (největší) deformace
% DELTA_m deformace horního, pravého prutu
% FY mez kluzu
% AW_a max impekce
% AW_b max impekce
% AW[i] počáteční impekce
% KROK vzdalenost mezi X[i] a X[i+1]
% VYSTUP[SF1,SF2] vrací funkce spolehlivosti
% VSTUP[SF1,SF2] vstupní vektor
% DELTA_a deformace spodního, levého uzlu
% UCINKY výsledne promenne
% SERV_LIM limit deformace
% EPSILON kriterium konvergence
% DIFERENCE rozdíl mezi simulačními kroky
% WHILE_LIM omezení cyklu max počtem iterací
% STEP krok iterace
% DELTA_PR předchozí deformace
% Mmax maximální moment
% SIGMA_D napětí v dolních vláknech
% SIGMA_H napětí v horních vláknech
% SF1d fce spolehlivosti bezpečnost - dolní
% SF1h fce spolehlivosti bezpečnost - horní
% SF1 minimální fce spolehlivosti bezpečnost
% SF2 fce spolehlivosti použitelnost
% SF_kontr - kontrolní funkce bezpečnosti (analyticky)
% RELIAB - KRITERIUM SPOLEHLIVOSTI (je-li SF1 i SF2 nesplněno
VRÁTÍ 1)
%*****
%Vstupní veličiny
%*****
L = VSTUP(1); %3 %m
FY = VSTUP(2); % 0.9*235/1.15*10^3 %kPa
I = VSTUP(3); % 1.3200e-005 %m4 IPE180 k tuhé ose %?
0.0000010142204 Moment setrvačnosti
A = VSTUP(4); % 2390*10^(-6) %m2
W = VSTUP(5); % 0.000146667 % %m3 0.00002229055824
E = VSTUP(6); % 210*10^6 %kPa
AW_b = VSTUP(7); % L / 600 %m
SERV_LIM = VSTUP(8); % L / 300
%*****
% ZATIZENI
%*****
F = ZATIZENI(1);
H = ZATIZENI(2);
%*****
% Počet dílků
N_D = 10; % MUSÍ BÝT VĚTŠÍ NEŽ 5 !!!
%*****
%Iniciace while DIFERENCE
STEP = 0; %První deformace je initial out-of-straightness
RELIAB = 0; % žádná porucha
WHILE_LIM = 1200;
EPSILON = 0.0001 * L / 300; % Řídí přesnosti iterací
DIFERENCE = EPSILON * 1.5; % Prvotní diference (možno jakákoliv
větší než EPSILON)
%*****
%Přiřazení označení prvků i, pořadnic X[i] a počátečních deformací
%*****
DELTA
KROK = L / N_D;
```

```
i = 1:N_D;
X = (i - 0.5) * KROK;
AW = AW_b*(sin(pi * X / L)); %počáteční impekce
% AW = AW_b*(1 - sin(pi * X / (2*L) + pi/2)); %počáteční
impekce konzola
AW_a = AW_b*(1 - sin(pi * 0 / (2*L) + pi/2));
DELTA = ones(1,N_D); % Počáteční deformace - vynulování
vektoru
DELTA = DELTA * EPSILON*100;
DELTA_m = 0; %
%*****
***
% Hlavní cyklus iterace deformací
%*****
***
while xor(xor(abs(DIFERENCE) > EPSILON, STEP >
WHILE_LIM) == 1, RELIAB == 1)
% pro ukončení: DIFERENCE < EPSILON nebo STEP >
WHILE_LIM nebo RELIAB == 1)
STEP = STEP + 1;
DELTA_PR = DELTA; %Předchozí iterace
%*****
%Volání externích funkcí momentů
%*****
% Moment od zatížení
M = m_FH2(X, DELTA, DELTA_m, AW, AW_b, ZATIZENI, L);
% Jednotkové momenty
M1 = m1klab([L N_D]); % klouby v podpoře a,b
DELTA = zeros(1,N_D); % Vynulování vektoru (Aby se další
integrace nanačítala k předchozí)
%*****
% Výpočet deformace
%*****
for j = 1 : N_D, %pusobiste jednotkove sily
for i = 1 : N_D, %vyšetřované místo
DELTA(j) = DELTA(j) + M(i) * M1(i,j) * KROK; % Vlastí
integrace j-té deformace
end %for i
end %for j
DELTA = DELTA / E / I % Dopočtení deformace (Vliv EI)
DELTA_m(STEP) = max(DELTA); % Nosník
DELTA(N_D-1)/2; % Výpočet (extrapolace) deformace v bodu b;
%*****
DIFERENCE = max(abs(DELTA)) - max(abs(DELTA_PR)); %
Kontrolní veličina konvergence
%*****
%KONTROLA NAPĚTÍ
%*****
Mmax = H * L / 4 + F * (AW_b + DELTA_m(STEP)); % Nm
Nosník síla uprostřed
SIGMA_D = ((F/A)-Mmax/W); %kPa
SIGMA_H = ((F/A)+Mmax/W); %kPa
SF1_D = (FY-abs(SIGMA_D)); %kPa
SF1_H = (FY-abs(SIGMA_H)); %kPa
SF1 = min(SF1_D,SF1_H);
SF2 = SERV_LIM - abs(AW_b+DELTA_m(STEP));
%*****
%KRITERIUM SPOLEHLIVOSTI
%*****
RELIAB = SF1 < 0'
end %while DIFERENCE
%INFORMACE O PŘEDČASNÉM UKONČENÍ
if STEP > WHILE_LIM
disp('*****')
disp('MALÝ POČET ITERACÍ!')
disp('nutno zvětšit počet WHILE_LIM!')
disp('*****')
end
%*****
%OUTPUT
%*****
VYSTUP = [SF1, SF2, DELTA_m(STEP), Y, y_sk]; % Vystup - to
```

7.5.2 Makro APDL pro ANSYS

```

ANSYS
/BATCH
!/input,menust,tmp,",,,,,,,,,,,,,1
!-----
!Monte Carlo
!-----
!300505
!*
!Pravděpodobnostní analýza vetknutého sloupu vystaveného osově a příčné
síle s počáteční imperfekcí půl sinusoidou
/PREP7
!-----
!POČET SIMULACÍ
!-----
N_SIM = 1000000
!-----
!RŮZNÉ
!-----
F=0 !Inicializace funkce poruchy
F_K=0 !Inicializace funkce poruchy pro kontrolu
!-----
!Otevření a zavření výstupních souborů
!-----
*CFOPEN,'dmc_brno_pr2_var','out',,
*VWRITE,N: ',N_SIM, , , , , , , ,
(1A3,1f10.0) !
*VWRITE,'OD:',N_SIM_OD, , , , , , , ,
(1A3,1f10.0) !
*VWRITE,N: ',DELTA_X','DELTA_X_', 'DELTA_ANT','SIGMA','SF','F',
F_K','F_ANT','N','H','A','I','E1','FY'
(12A11) !
*CFCLOSE !*
*CFOPEN,'dmc_brno_pr2','out',,
*VWRITE," , , , , , , , ,
(1A1) !
!-----
! CYKLUS MONTECARLO
!-----
*DO,I_MC,1,N_SIM,1
*DIM, INPUTDATA, Array,1,15,1 !dimenze vstupní matice
/PREP7
/tit,Fixed ended beam-column exposed to axial and lateral forces
!-----
! NOMINÁLNÍ HODNOTY
!-----
DLnom=150000 ![N]
LLnom=150000 ![N]
SLnom=150000 ![N]
WLnom=3000 ![N]
Enom=210e9 ![Pa]
!Geometrie
Lnom=3 ![m]
E1nom=1/600*2*Lnom ![...]
!IPE180
Anom=0.00239 ![m2]
Inom=1.32e-5 ![m4]
Hnom=0.18 ![m]
pi=acos(-1)
!-----
! DEFINICE PRVKU A JEHO VLASTNOSTÍ
!-----
/PREP7
ET,1,BEAM3
MPTEMP,,,,,,,,
MPTEMP,1,0
MPDATA,EX,1,,Enom
MPDATA,PRXY,1,,0.3
!-----
!GENEROVÁNÍ NÁHODNĚ PROMĚNNÝCH NAČTENÍM ZE
SOUBORU VSTUP.TXT
!-----
*VREAD,INPUTDATA(1,1,1),'vstup','txt',,ijk,1,15,1,PORADI-1
(15e16.7)
!-----
!Přiřazení proměnných
DLvar = INPUTDATA(1,1,1)
LLvar = INPUTDATA(1,2,1)
SLvar = INPUTDATA(1,3,1)
WLvar = INPUTDATA(1,4,1)
Avar = INPUTDATA(1,5,1)
E1var = INPUTDATA(1,6,1)
Fyvar = INPUTDATA(1,7,1)*10**6 ![Pa]
DELTA_ANT = INPUTDATA(1,15,1)
SF_ANT = INPUTDATA(1,8,1)
!-----
! VSTUPY
!-----
DL=DLnom*DLvar
LL=LLnom*LLvar
SL=SLnom*SLvar
WL=WLnom*WLvar
A=Anom*Avar
I=Inom*Avar
E1s=(E1nom*E1var) !Konzola [m]
FY=0.9*Fyvar
!*Síly
!-----
N=DL+LL+SL
H=WL
!-----
/PREP7
! PRE-PROCESSING
!-----
! GEOMETRIE A PRŮŘEZOVÉ VLASTNOSTI
!-----
R,1,A,I,Hnom, , , , ! Průřezové charakteristiky
K,,0,0,0, ! Key pointy
K,,E1nom,Lnom,0
K,,E1nom*(1-sin(pi*0.5*Lnom/(2*Lnom)+pi/2)),Lnom/2,0!*
LARC, 1, 2, 3 ! Oblouk
lsscale,1,,E1var,1,1,0,1,1
!-----
! Definice sítě a její dělení
!-----
LESIZE,ALL, , ,20, ,1, , ,1,
LMESH, 1
!-----
! OKRAJOVÉ PODMÍNKY A ŘEŠENÍ
!-----
/PNUM,KP,0
/PNUM,LINE,0
/PNUM,AREA,0
/PNUM,VOLU,0
/PNUM,NODE,1
/PNUM,TABN,0
/PNUM,SVAL,0
/NUMBER,0
ANTYPE,0
D,1, , , , ,ALL, , , , ,
F,2,FY,-N
F,2,FX,H
FINISH
/SOL
ANTYPE,0
NLGEOM,1
NSUBST,1,0,0
/STATUS,SOLU
SOLVE
FINISH
!-----
! POST-PROCESSING A ZÍSKÁNÍ VÝSLEDKŮ
!-----
/POST1
SET,FIRST
AVPRIN,0, !
!-----
!Posunutí uzlu 2
!-----
*GET,DELTA_X,NODE,2,U,X
!-----
!Napětí v horních a dolních vláknech
!-----
SIGMA1=N/A+(N*(E1s+DELTA_X)+H*Lnom)/I*Hnom/2 ![Pa]

```

```

SIGMA2=N/A-(N*(E1s+DELTA_X)+H*Lnom)/I*Hnom/2 ![Pa]
SIGMA=(abs(SIGMA1)>abs(SIGMA2))*1 ![Pa] výběr větší
!*
SF=FY-abs(SIGMA) ![Pa] !Funkce spolehlivosti
!-----
!*Funkce poruchy
!-----
*IF,SF,LT,0,THEN
F=F+1 ! Počet poruch
*ENDIF
!-----
!KONTROLA ANALYTICKÝM MODELEM
!-----
OMEGA=(N/Enom/I)**0.5
DELTA_X_K = ((1-(2*OMEGA*Lnom/PI)**2)**(-1)-
1)*E1s+(tan(OMEGA*Lnom)/(OMEGA*Lnom)-1)*H/N*Lnom
!Kosinusovka
!-----
!Napětí v horních a dolních vláknech
!-----
SIGMA1_K=N/A+(N*(E1s+DELTA_X_K)+H*Lnom)/I*Hnom/2 ![Pa]
SIGMA2_K=N/A-(N*(E1s+DELTA_X_K)+H*Lnom)/I*Hnom/2 ![Pa]
SIGMA_K=(abs(SIGMA1_K)>abs(SIGMA2_K))*1 ![Pa] výběr větší
!*
SF_K=FY-abs(SIGMA_K) ![Pa] !Funkce spolehlivosti
!-----
!*Funkce poruchy
!-----
*IF,SF_K,LT,0,THEN
F_K=F_K+1 ! Počet poruch
*ENDIF
!-----
!Zápis náhodně proměnných do výstupního souboru
!-----
*VWRITE,I_MC,DELTA_X,DELTA_X_K,DELTA_ANT,SIGMA,SF,F,F
_K,F_ANT,N,H,A,I,E1s,FY
(1f11.0,14e11.3) !
!-----
!Vymazání prvků
!-----
FINISH
/PREP7
LCLEAR,ALL$DELETE,ALL,,,$skdele,all
!-----
!KONEC CYKLU MC
!-----
*ENDDO !DO I_MC (MONTE CARLO)
!-----
!Zápis poruchy a uzavření výstupního souboru
!-----
*VWRITE,'PF=',F/N_SIM,,,,, !*zapíše PF do souboru
(1A3,1e11.3) !
*CFCLOSE !* uzavře soubor
FINISH

```