

VYSOKÁ ŠKOLA BÁŇSKÁ – TECHNICKÁ UNIVERZITA OSTRAVA
FAKULTA STAVEBNÍ

Základy stavební mechaniky

Oblouky

Jiří Brožovský

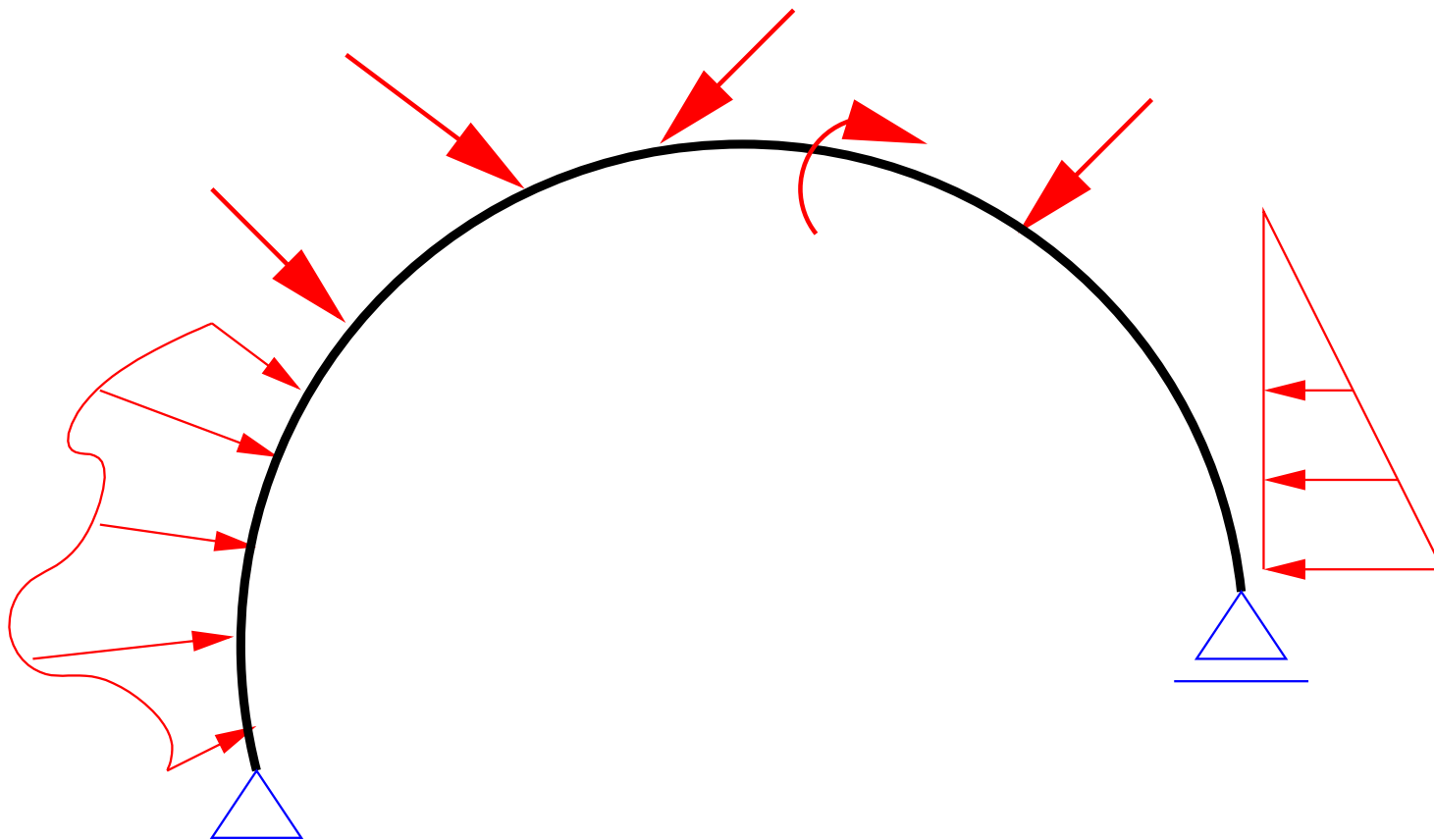
Kancelář: LP – H 406/3

Telefon: 597 321 321

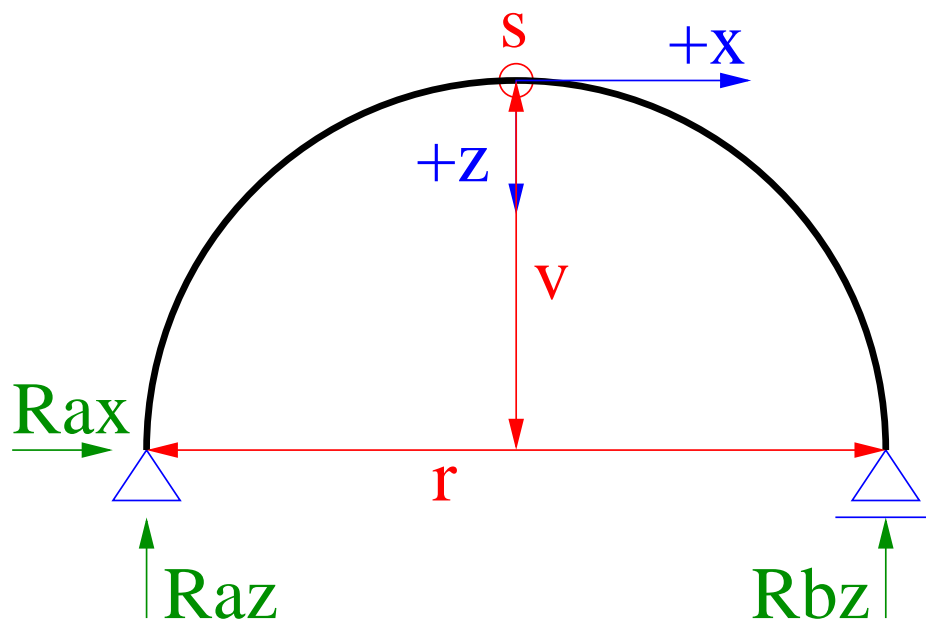
E-mail: jiri.brozovsky@vsb.cz

WWW: <http://fast10.vsb.cz/brozovsky>

Rovinný oblouk (rovinný zakřivený nosník)



Rovinný oblouk – popis



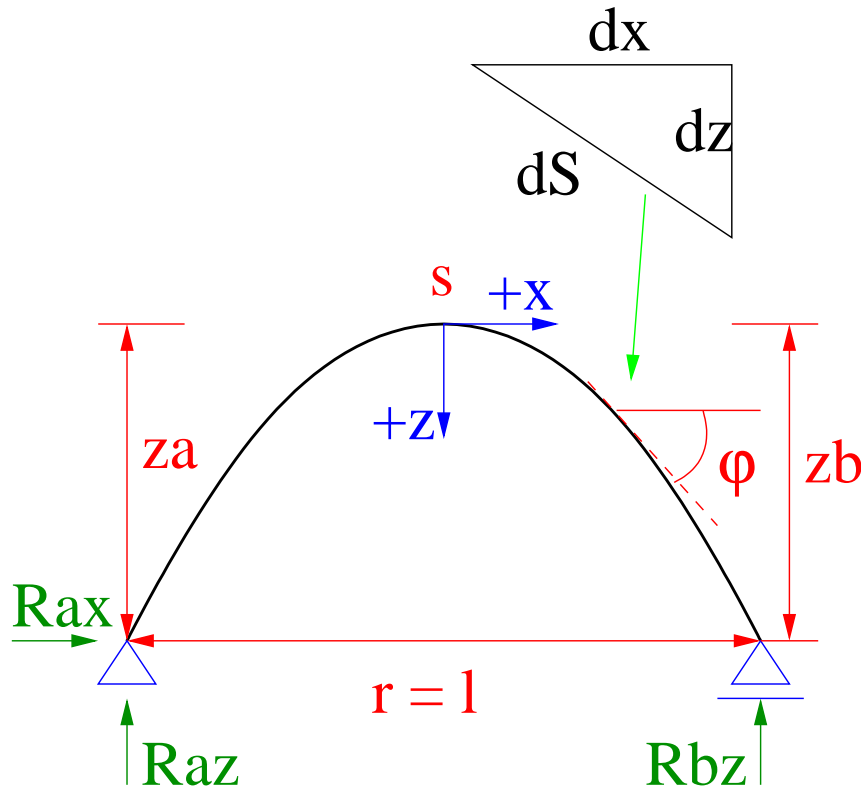
Geometrie:

- o ... vrchol
- r ... rozpětí
- v ... vzepětí

Tvar střednice:

- kvadratická parabola
- parabola 4^0
- kružnice

Rovinný oblouk: kvadratická parabola

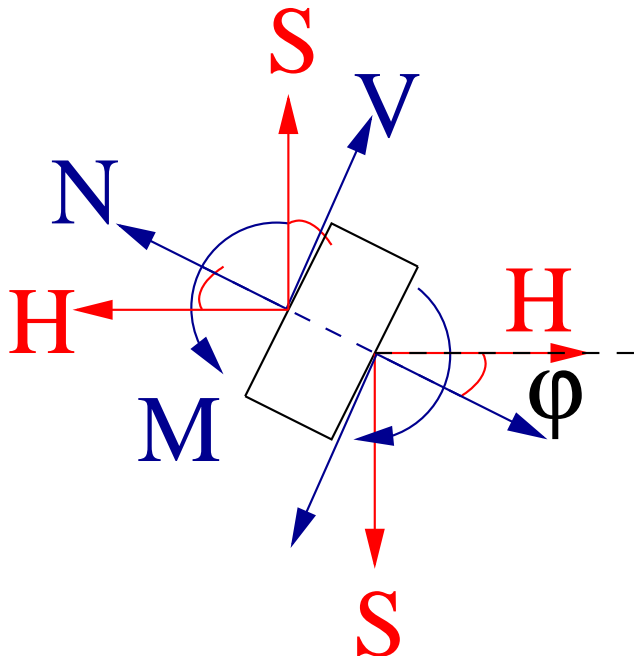


$$z(x) = k \times x^2$$

$$k = \frac{z_a}{x_a^2} = \frac{z_b}{x_b^2}$$

$$\begin{aligned} \tan \varphi &= \frac{dz}{dx} = [k \times x^2]' \\ &= 2 \times k \times x \end{aligned}$$

Kvadratická parabola: vnitřní síly v průřezu



$$\tan \varphi = 2 \times k \times x$$

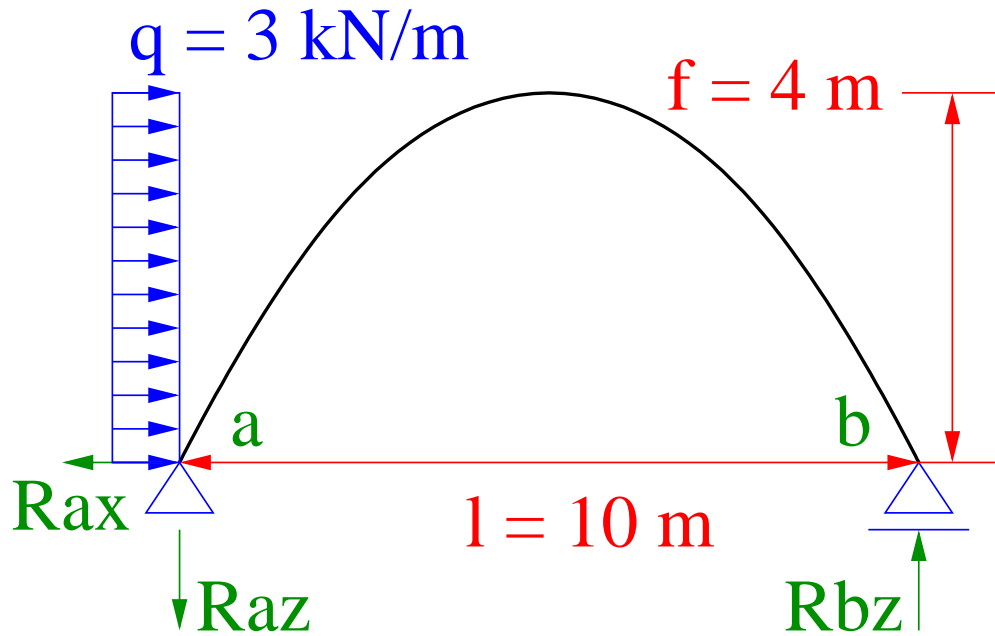
$$N = H \cos \varphi + S \sin \varphi$$

$$V = -H \sin \varphi + S \cos \varphi$$

$$\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \varphi}}$$

$$\sin \varphi = \frac{\tan \varphi}{\sqrt{1 + \tan^2 \varphi}}$$

Kvadratická parabola: příklad (1)



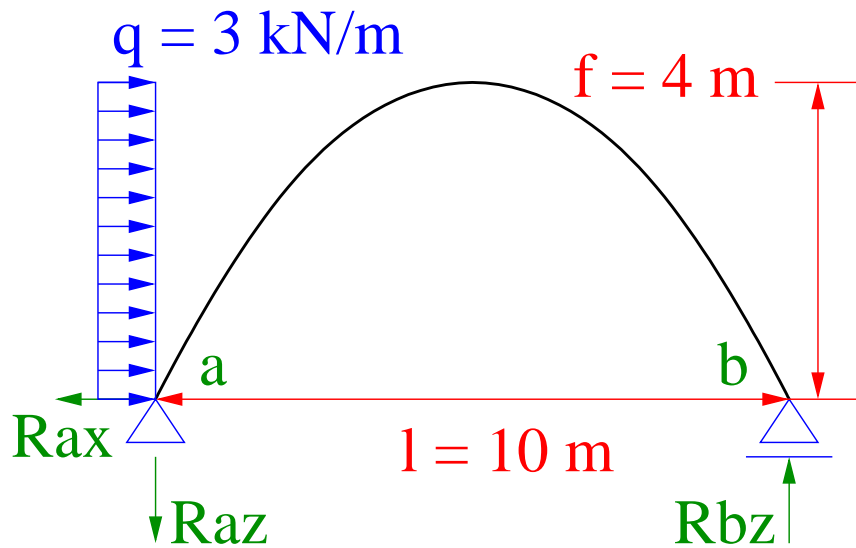
$$z(x) = k \times x^2$$

$$\tan \varphi = 2 \times k \times x$$

$$\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{(1 + \tan^2 \varphi)}}$$

$$\sin \varphi = \frac{\tan \varphi}{\sqrt{(1 + \tan^2 \varphi)}}$$

Kvadratická parabola: příklad (2)



$$\sum F_{i,x} = 0 :$$

$$R_{a,x} - 3 \times 4 = 0$$

$$R_{a,x} = 12 \text{ kN} (\leftarrow)$$

$$\sum M_{a,i} = 0 :$$

$$-3 \times 4 \times \frac{4}{2} + R_{b,z} \times 10 = 0$$

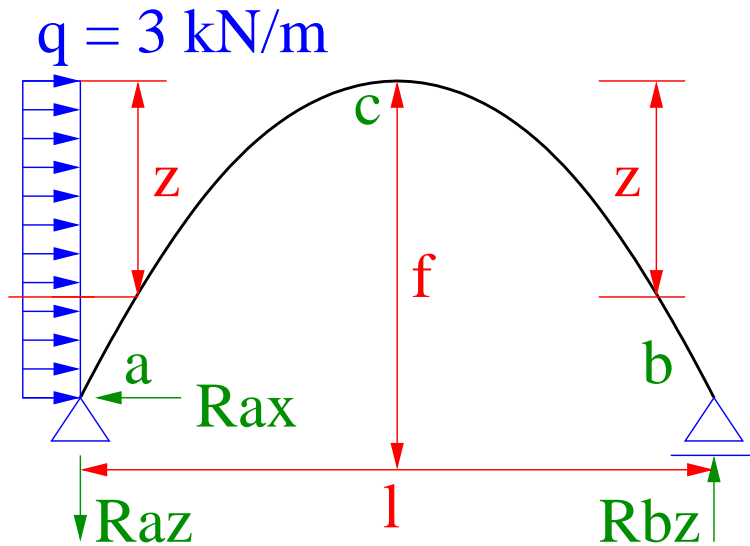
$$R_{b,z} = \frac{3 \times 4 \times 2}{10} = 2,4 \text{ kN} (\uparrow)$$

$$\sum M_{b,i} = 0 :$$

$$-3 \times 4 \times \frac{4}{2} + R_{a,z} \times 10 = 0$$

$$R_{a,z} = \frac{3 \times 4 \times 2}{10} = 2,4 \text{ kN} (\downarrow)$$

Kvadratická parabola: příklad (3)

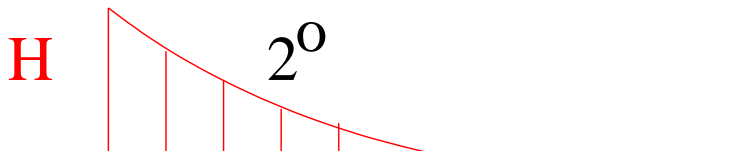


H – levá polovina:

$$H = R_{a,x} - q(f - z)$$

H – pravá polovina:

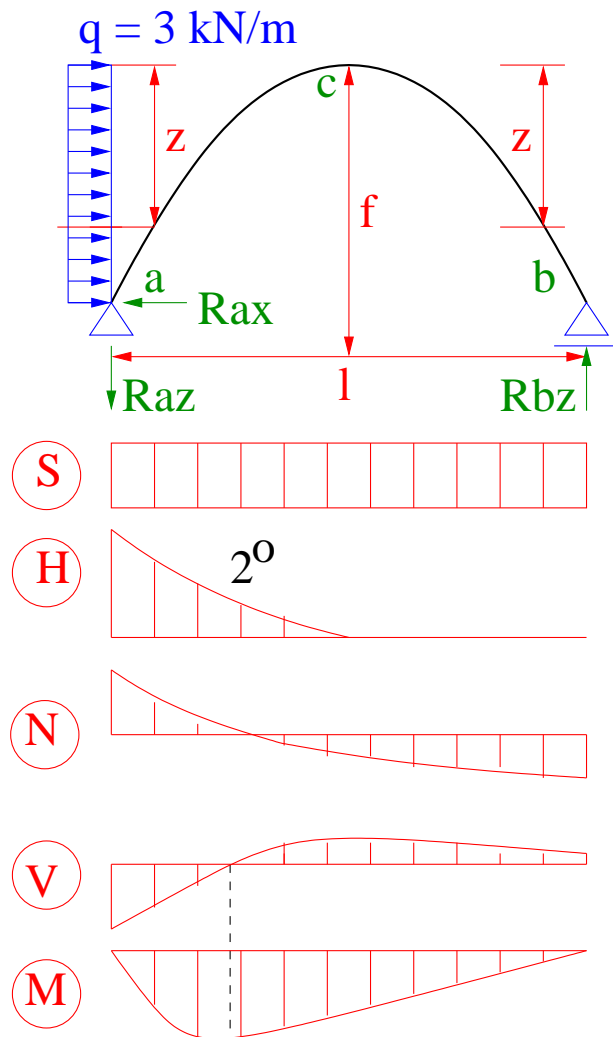
$$H = R_{a,x} - qf$$



S – celý nosník:

$$S = -R_{a,z}$$

Kvadratická parabola: příklad (4)



$$N = H \cos \varphi + S \sin \varphi$$

$$V = -H \sin \varphi + S \cos \varphi$$

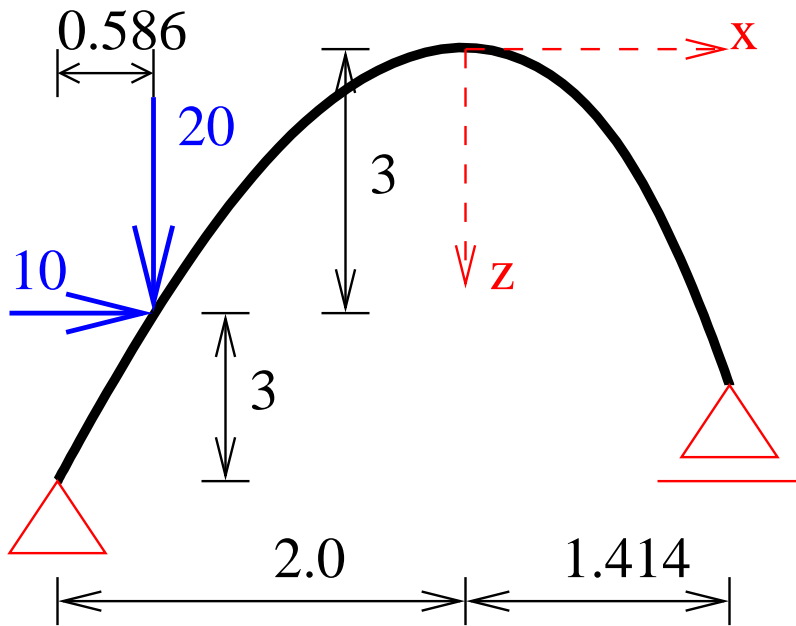
M – levá polovina:

$$M = R_{a,x}(f-z) - R_{a,z}\left(\frac{l}{2} + x\right) - \frac{q(f-z)^2}{2}$$

M – pravá polovina:

$$M = R_{a,x}(f-z) - R_{a,z}\left(\frac{l}{2} + x\right) + q \times f \left(\frac{f}{2} - z\right)$$

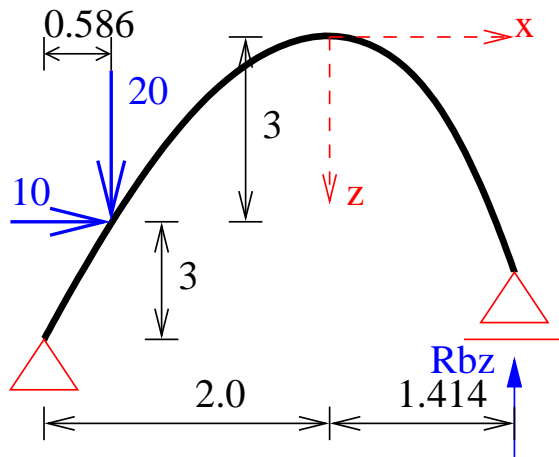
Kvadratická parabola: příklad 2 (1)



Stanovte reakce a vnitřní síly zadaného parabolického oblouku:

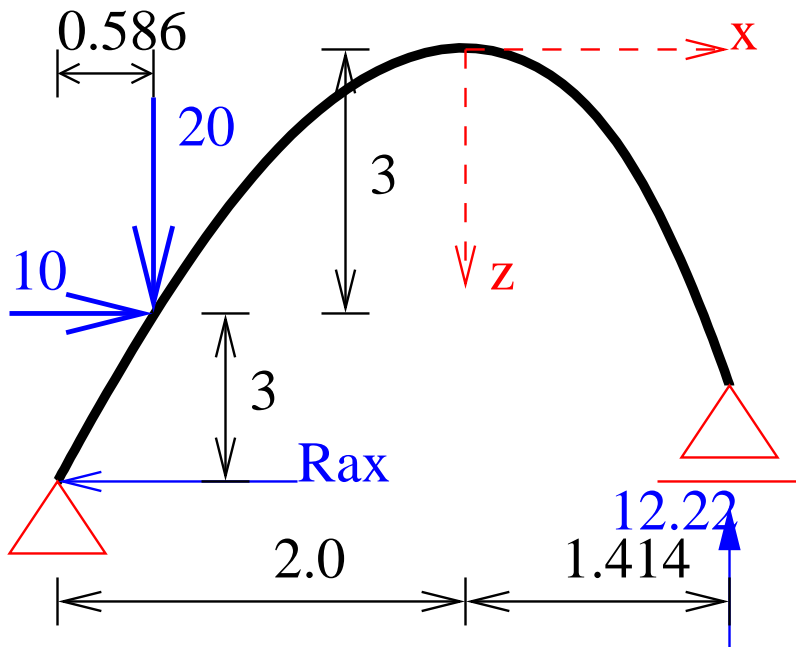
$$k = \frac{z_a}{x_a^2} = \frac{6}{2^2} = 1,5$$

Kvadratická parabola: příklad 2 (2)



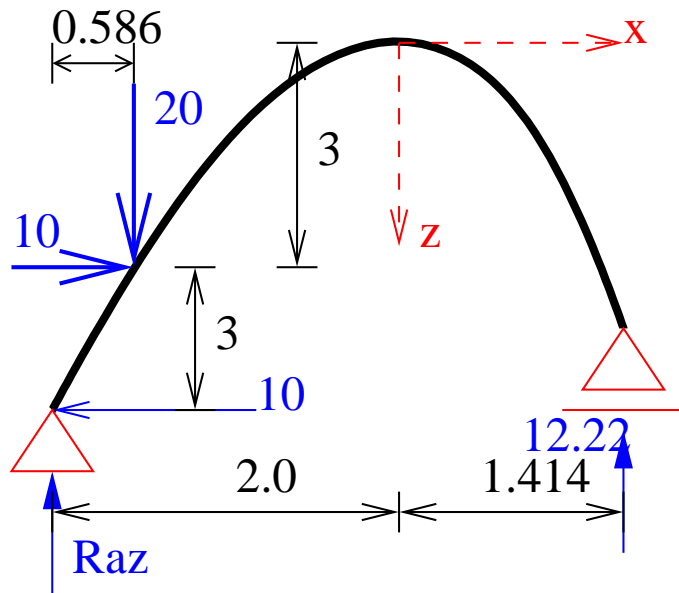
$$\sum M_{i,a} = 0 :$$
$$R_{bz} \times 3.314 - 10 \times 3 + 20 \times 0.586 = 0$$
$$R_{bz} \times 3.314 - 10 \times 3 + 20 \times 0.586 = 0$$
$$R_{bz} = 12.220 \text{ kN (} \uparrow \text{)}$$

Kvadratická parabola: příklad 2 (3)



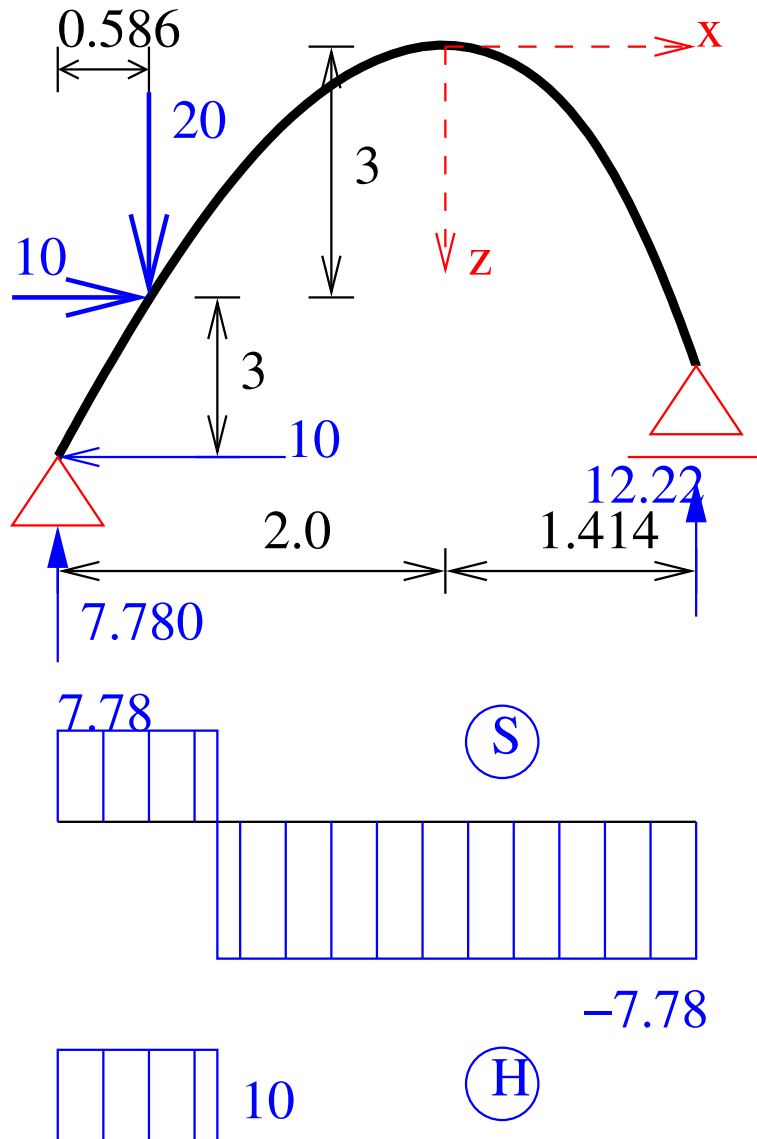
$$\begin{aligned}\sum F_{i,x} &= 0 : \\ R_{az} - 10 &= 0 \\ R_{az} &= 10 \text{ kN}(\leftarrow)\end{aligned}$$

Kvadratická parabola: příklad 2 (4)



$$\sum M_{i,b} = 0 :$$
$$-R_{az} \times 3.314 - 10 \times 3 + 20 \times 2.828 = 0$$
$$R_{az} = 7.780 \text{ kN (} \uparrow \text{)}$$

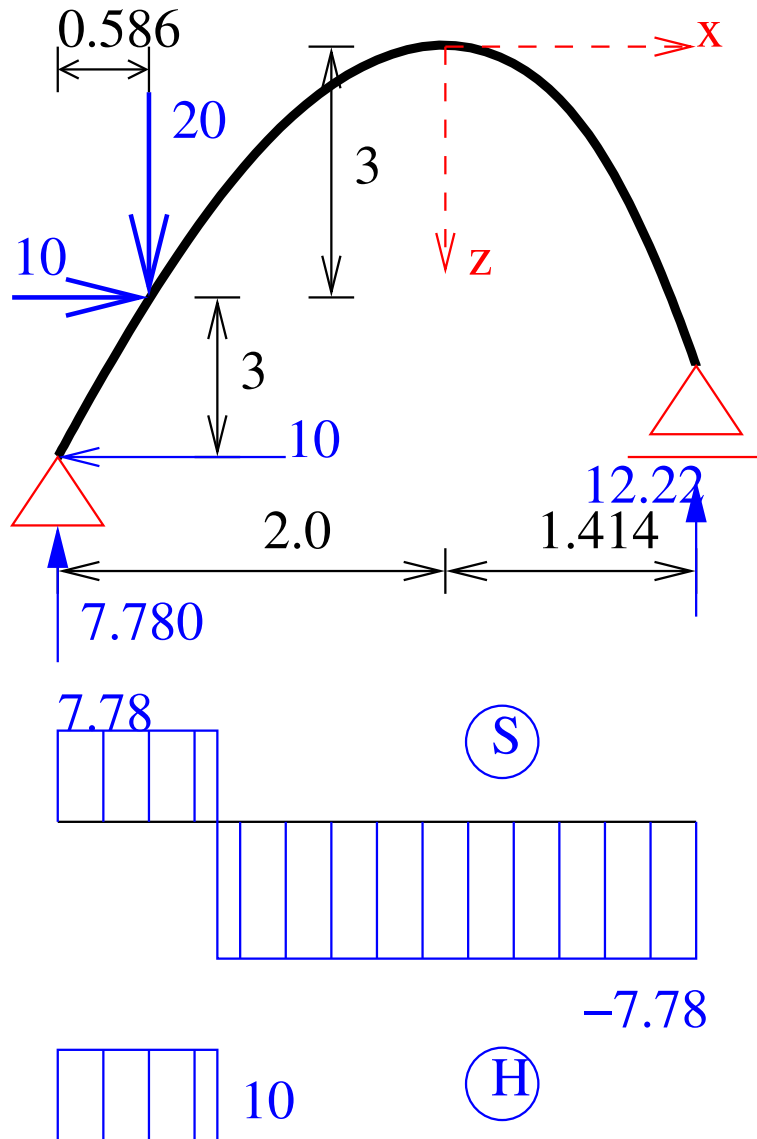
Kvadratická parabola: příklad 2 (5)



Výpočet pomocných vnitřních sil na pomocném přímém nosníku:

- S ... svislá síla („posouvající“)
- H ... vodorovná síla („normálová“)

Kvadratická parabola: příklad 2 (6)



Dopočet vnitřních sil (N, V, M):

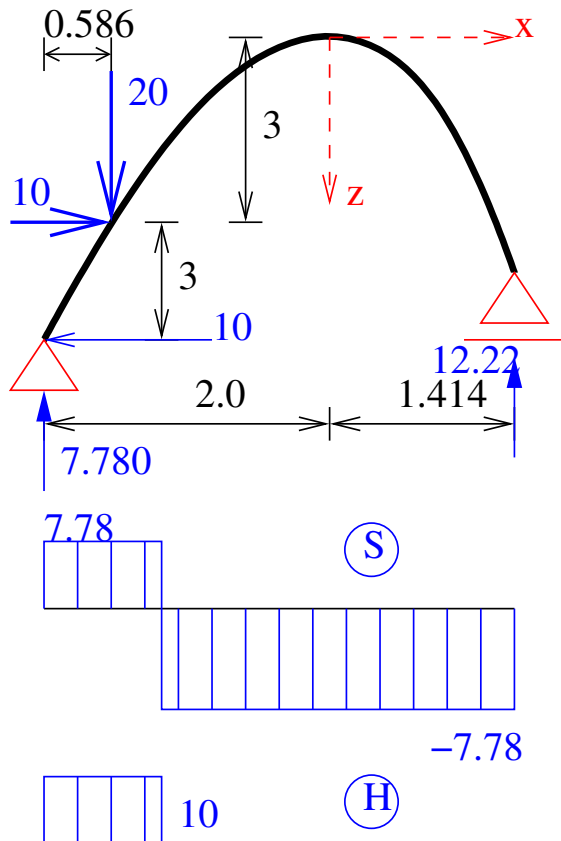
$$\tan \varphi = 2 \times k \times x$$

$$N = H \cos \varphi + S \sin \varphi$$

$$V = -H \sin \varphi + S \cos \varphi$$

M dopočteme $\sum M_{i,x}$.

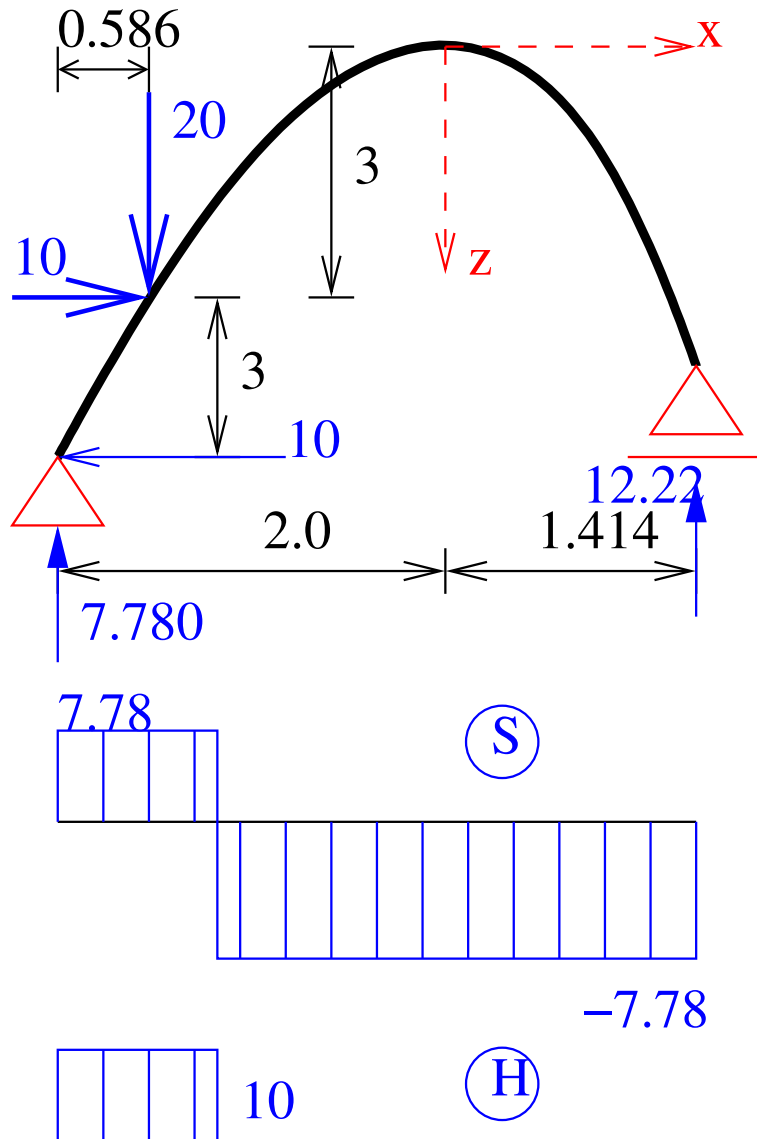
Kvadratická parabola: příklad 2 (7)



Dopočet vnitřních sil (N, V, M):

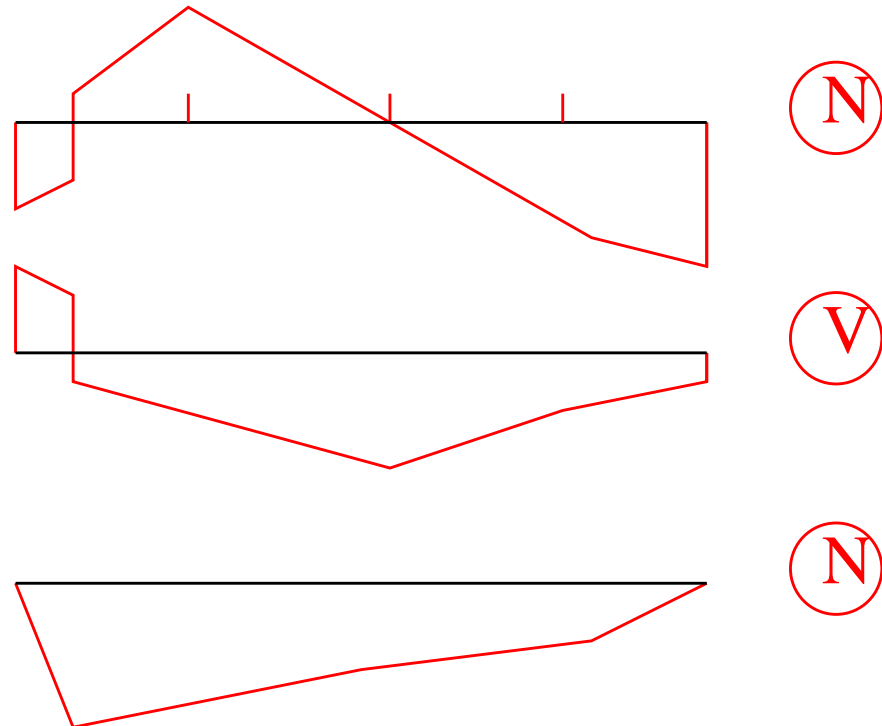
x	H	S	N	V	M
-2	10	7.78	-6.03	11.14	0
-1	0	-12.22	11.57	-3.86	25.44
0	0	-12.22	0	-12.2	17.28
1	0	-12.22	-11.57	-3.86	5.06
1.414	0	-12.22	-11.87	-2.80	0

Kvadratická parabola: příklad 2 (8)

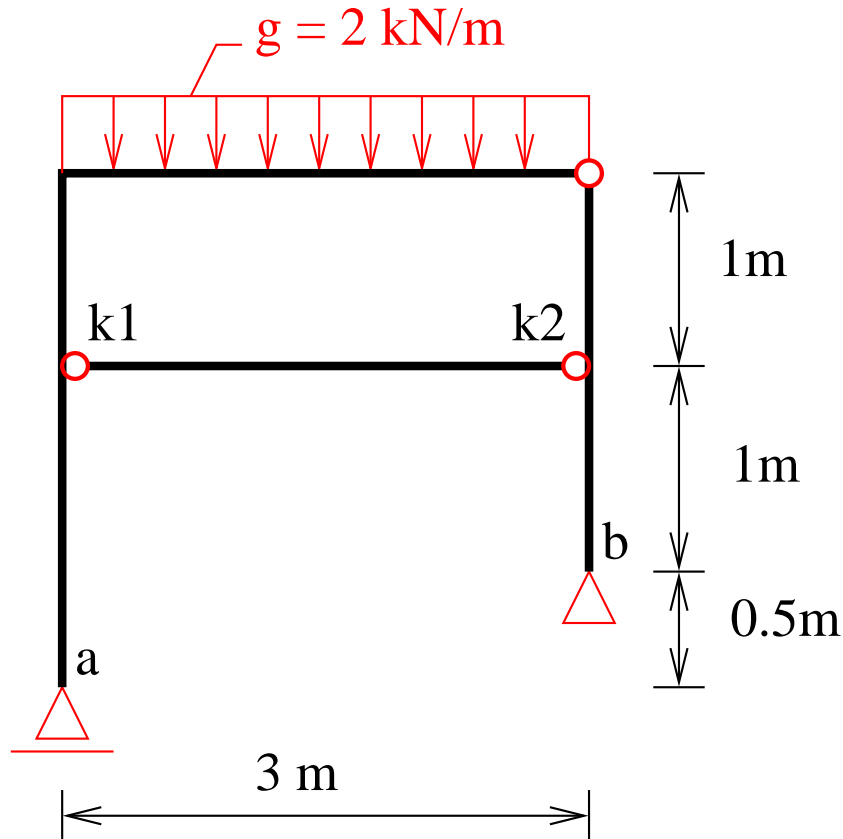


Dopočet vnitřních sil (N, V, M):

Aproximace průběhů (bylo by vhodné spočítat více bodů, v okolí síly budou průběhy **nespojité**).

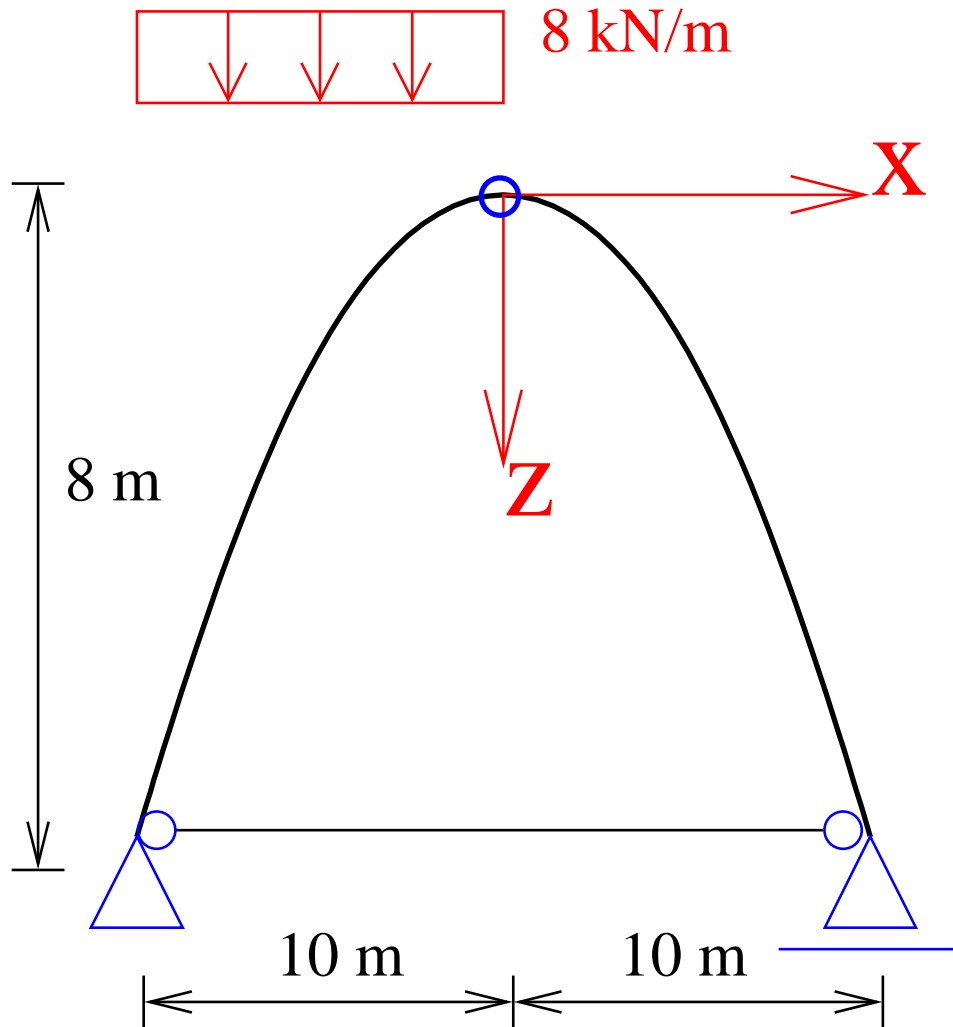


Rám nebo oblouk s táhlem



- **Táhlo:** prvek s klouby na koncích
- Obvykle tažený (tlačený ... *vzpěra*)
- **Není-li zatížen:** pouze normálová síla (V , M jsou nulové)
- Rám s táhlem už jsme probírali...

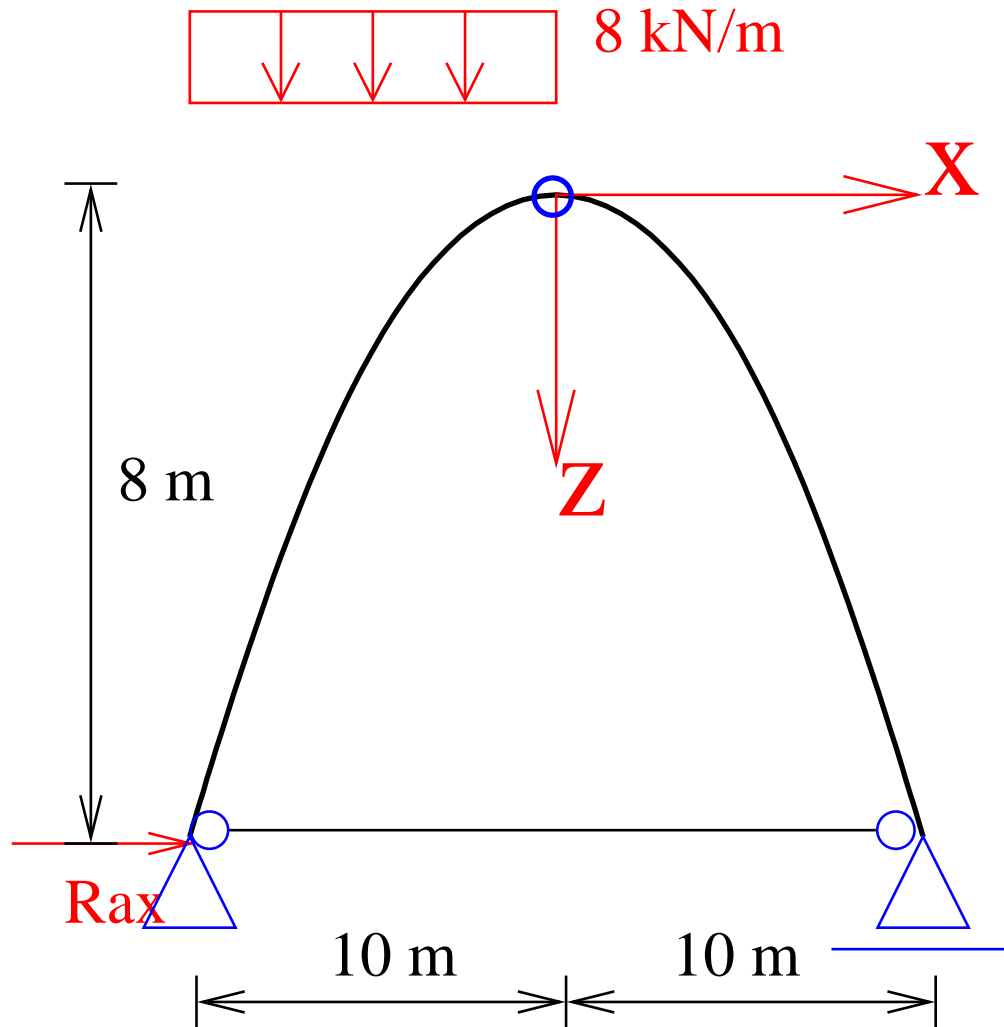
Oblouk s táhlem - příklad (1)



Stanovte reakce oblouku s táhlem.

$$k = \frac{z}{x^2} = \frac{8}{10^2} = 0.08$$

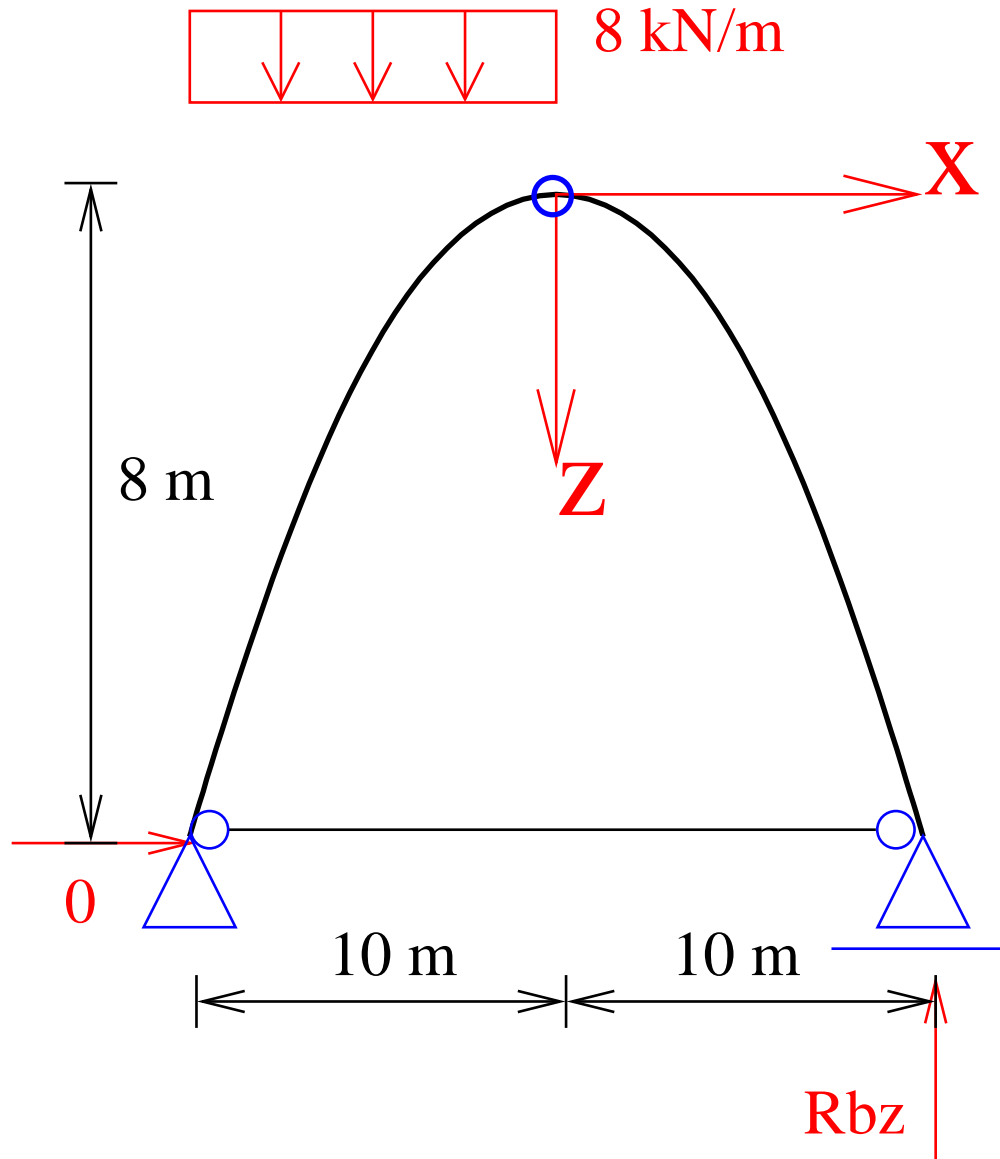
Oblouk s táhlem - příklad (2)



$$\sum F_{i,x} = 0$$

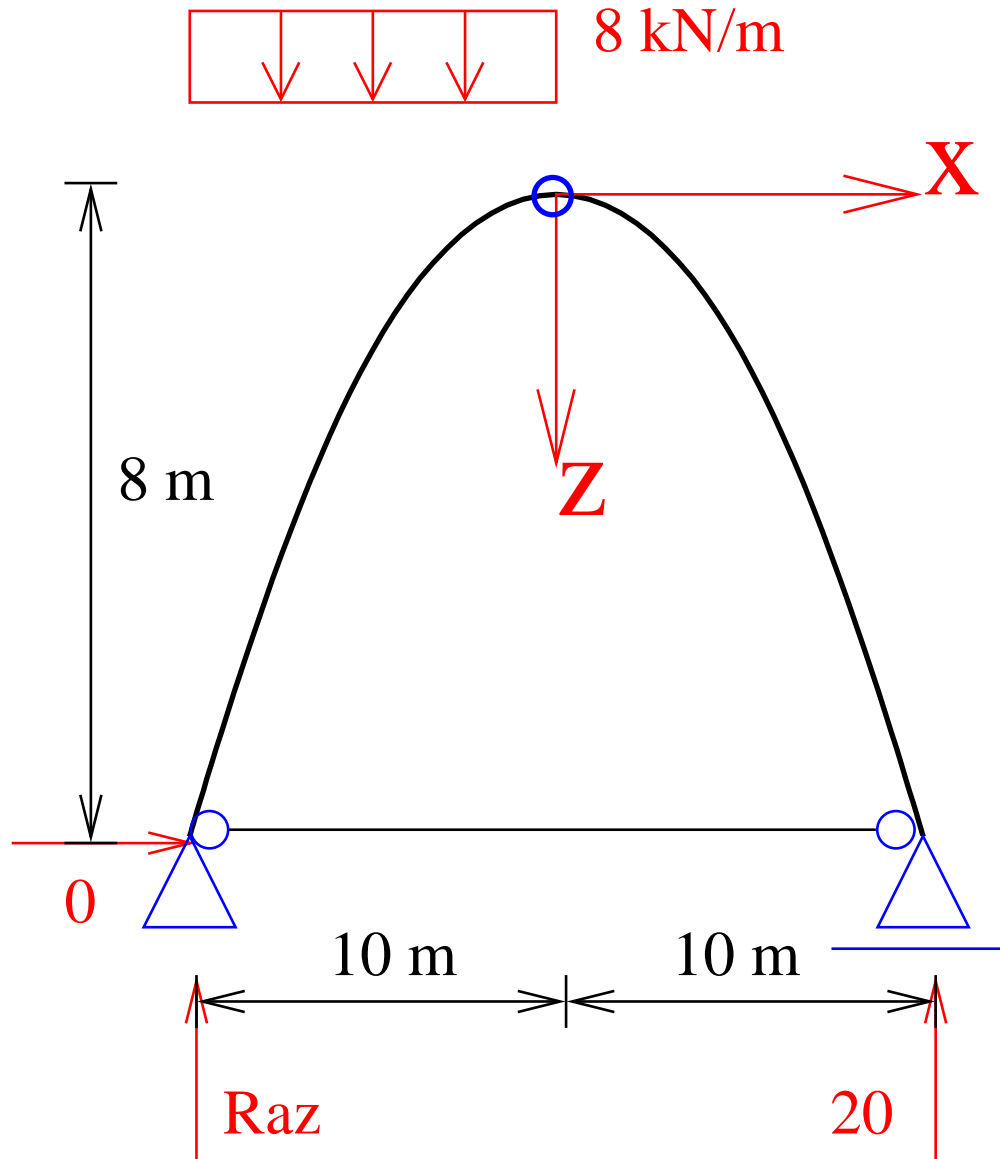
$$R_{a,x} = 0 \text{ kN}$$

Oblouk s táhlem - příklad (3)



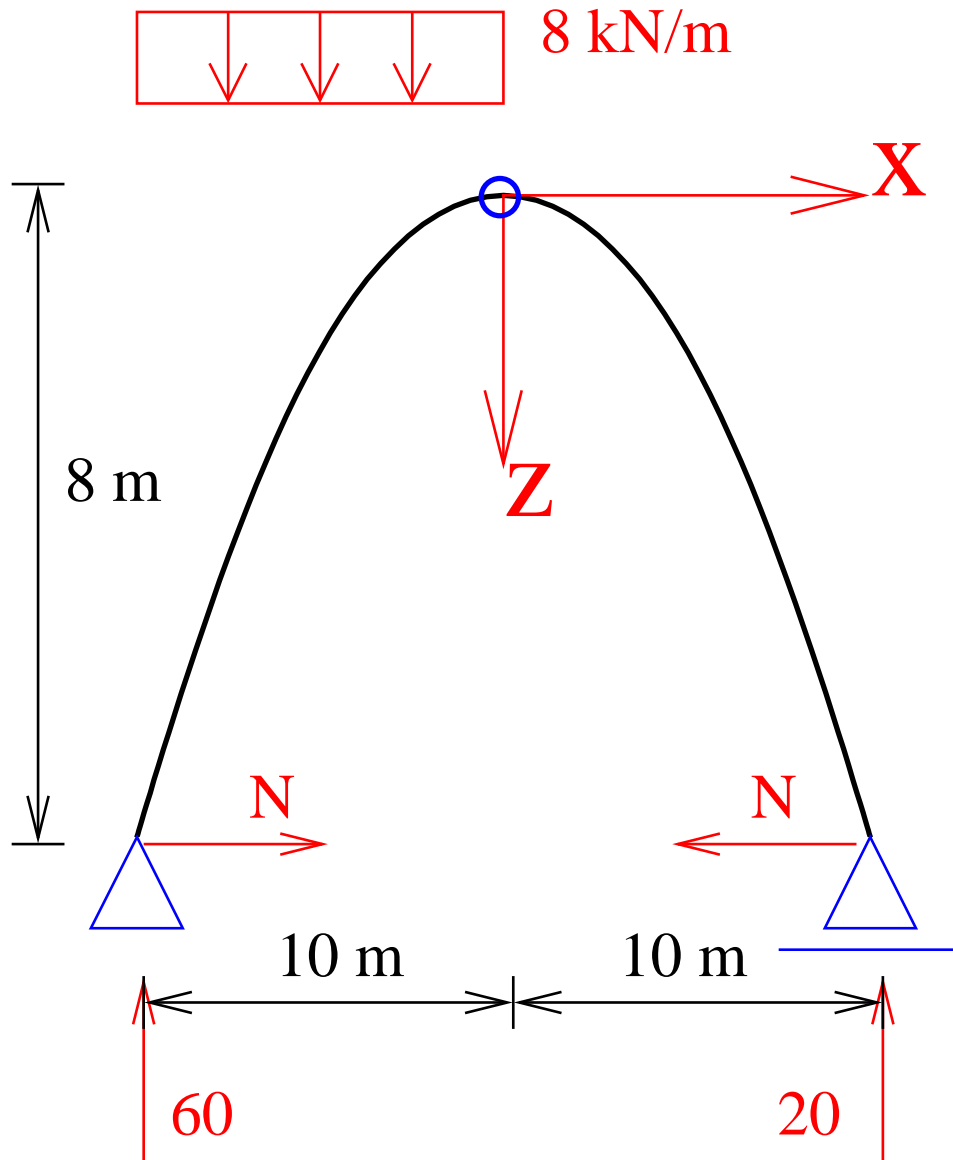
$$\begin{aligned}\sum M_{i,a} &= 0 \\ R_{b,z} - 8 \times 10 \times 5 &= 0 \\ R_{b,z} &= 20 \text{ kN} (\uparrow)\end{aligned}$$

Oblouk s táhlem - příklad (4)



$$\begin{aligned}\sum M_{i,b} &= 0 \\ -R_{a,z} + 8 \times 10 \times 15 &= 0 \\ R_{a,z} &= 60 \text{ kN} (\uparrow)\end{aligned}$$

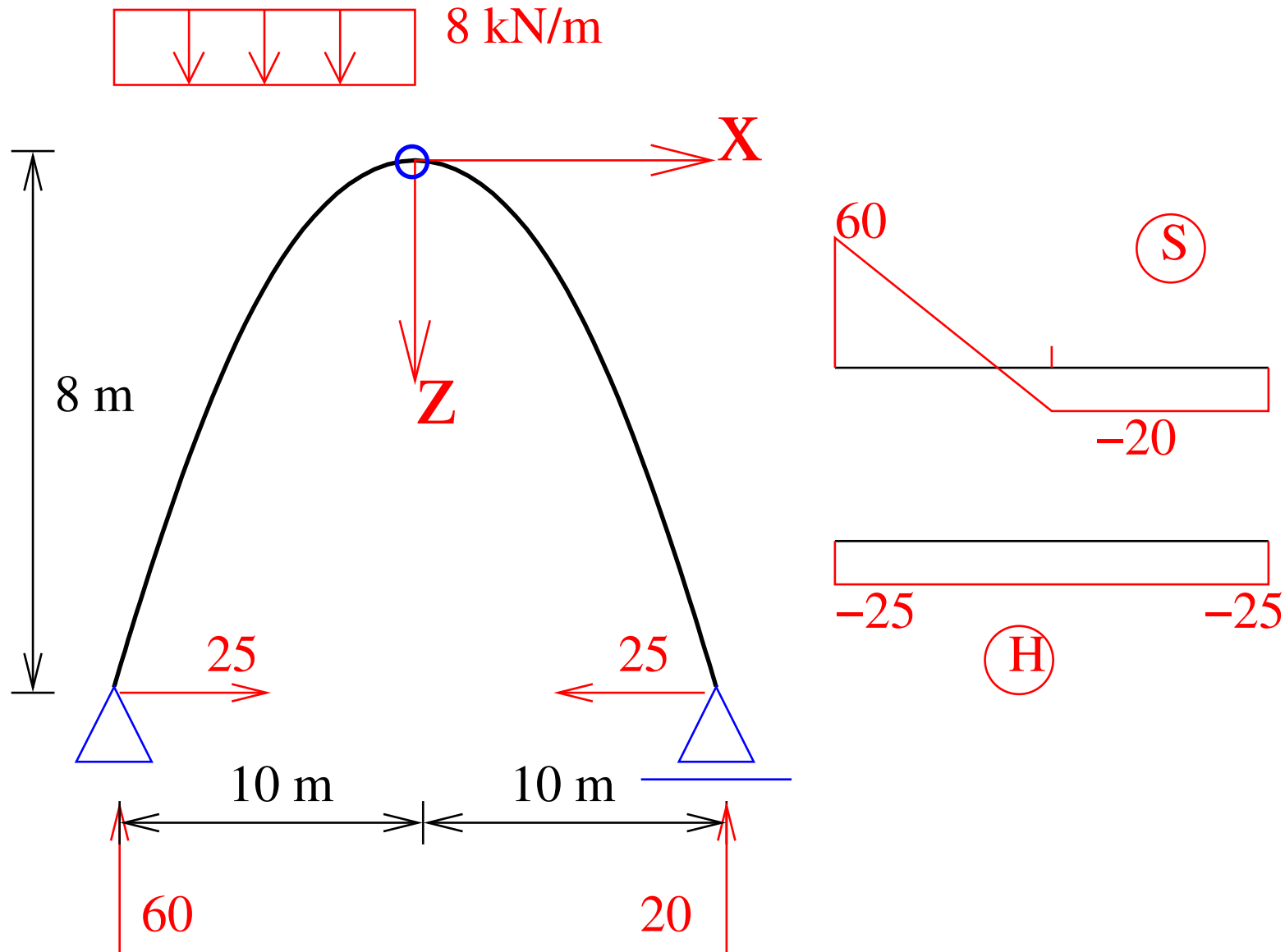
Oblouk s táhlem - příklad (5)



Momentová podmínka ke kloubu pro **pravou polovinu oblouku**:

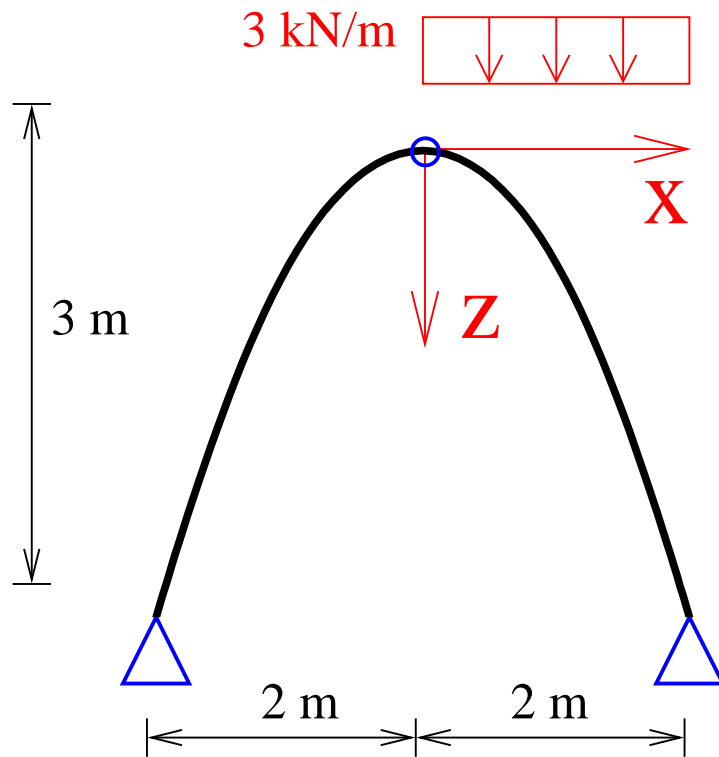
$$\begin{aligned}\sum M_{i,k}^L &= 0 \\ 20 \times 10 - N \times 8 &= 0 \\ N &= 25 \text{ kN} (\leftarrow)\end{aligned}$$

Oblouk s táhlem - příklad (6)



Otázka na příště

Stanovte reakce kvadratického oblouku:



Pošlete mi odpověď na e-mail jiri.brozovsky@vsb.cz ...