

VYSOKÁ ŠKOLA BÁŇSKÁ – TECHNICKÁ UNIVERZITA OSTRAVA  
FAKULTA STAVEBNÍ

# Základy stavební mechaniky

Nosníky šikmo podepřené, zatížené a šikmé

Jiří Brožovský

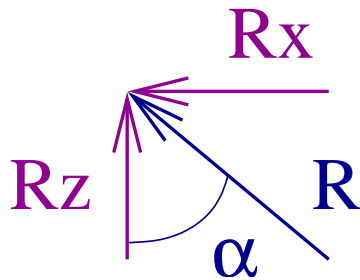
Kancelář: LP – H 406/3

Telefon: 597 321 321

E-mail: [jiri.brozovsky@vsb.cz](mailto:jiri.brozovsky@vsb.cz)

WWW: <http://fast10.vsb.cz/brozovsky>

# Nosník se šikmým podepřením



- Šikmou podporu  $R$  rozložíme na složky:

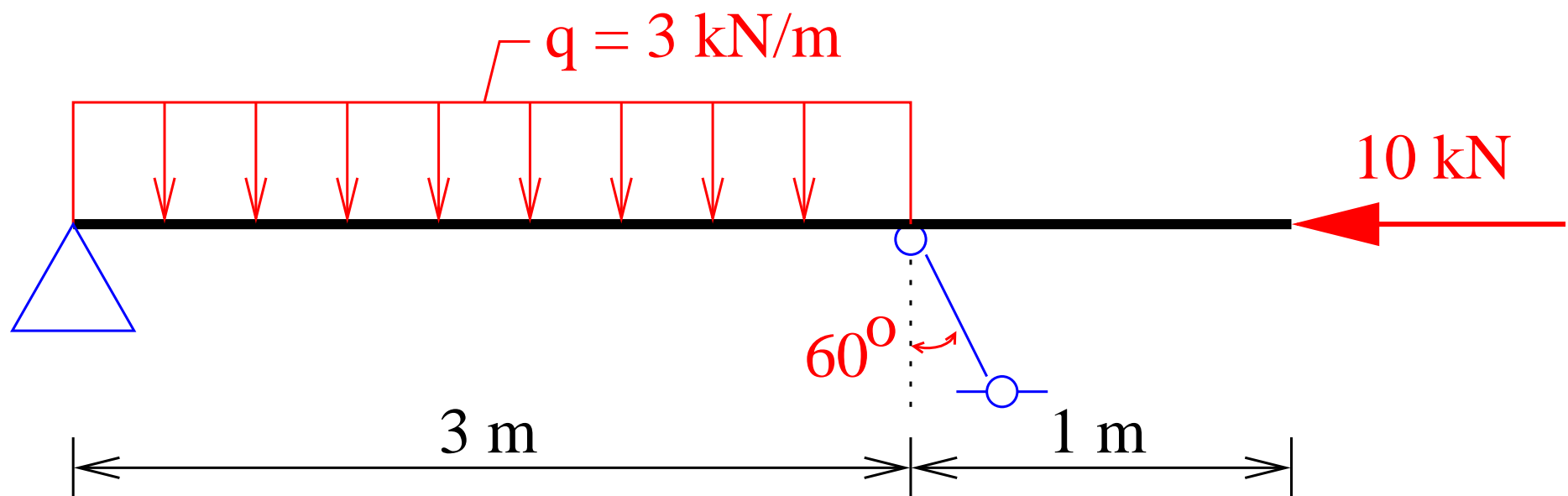
$$R_x = R \sin \alpha$$

$$R_z = R \cos \alpha$$

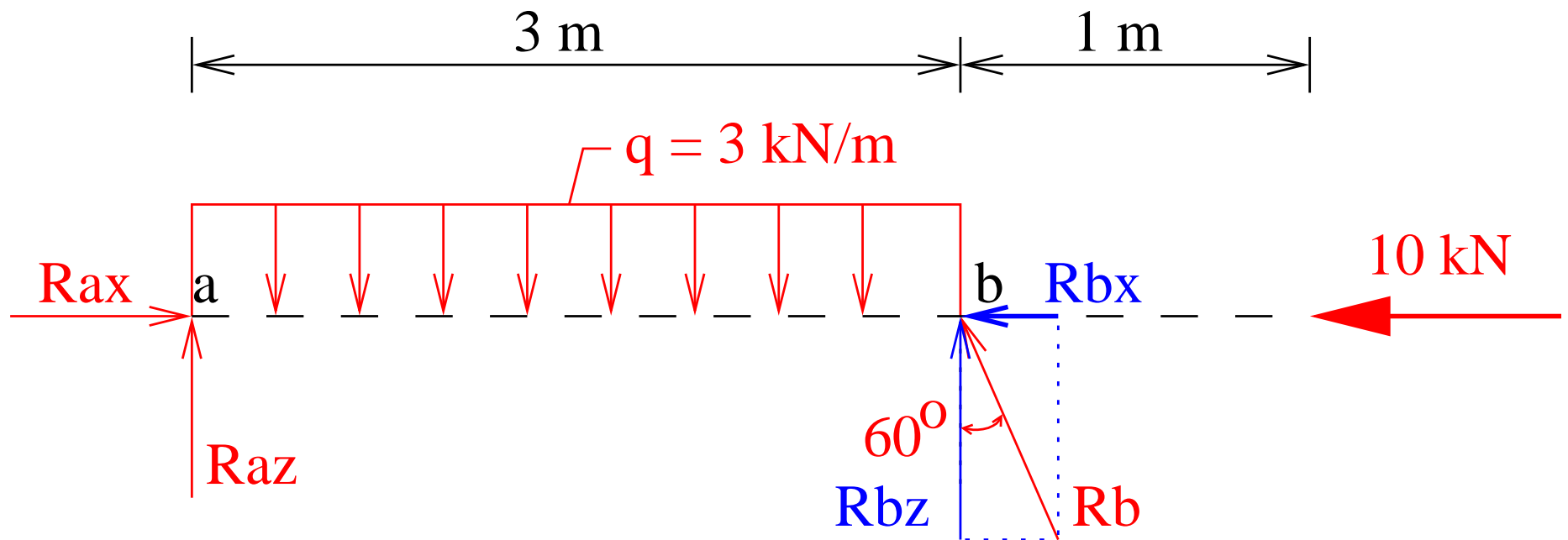
- Stanovíme  $R_x$  a  $R_y$  obvyklým způsobem ( $\sum M_i = 0$  apod.)
- spočteme  $R$

# Nosník se šikmým podepřením: příklad (1)

Stanovte reakce a vnitřní síly zadaného nosníku:



# Nosník se šikmým podepřením: příklad (2)

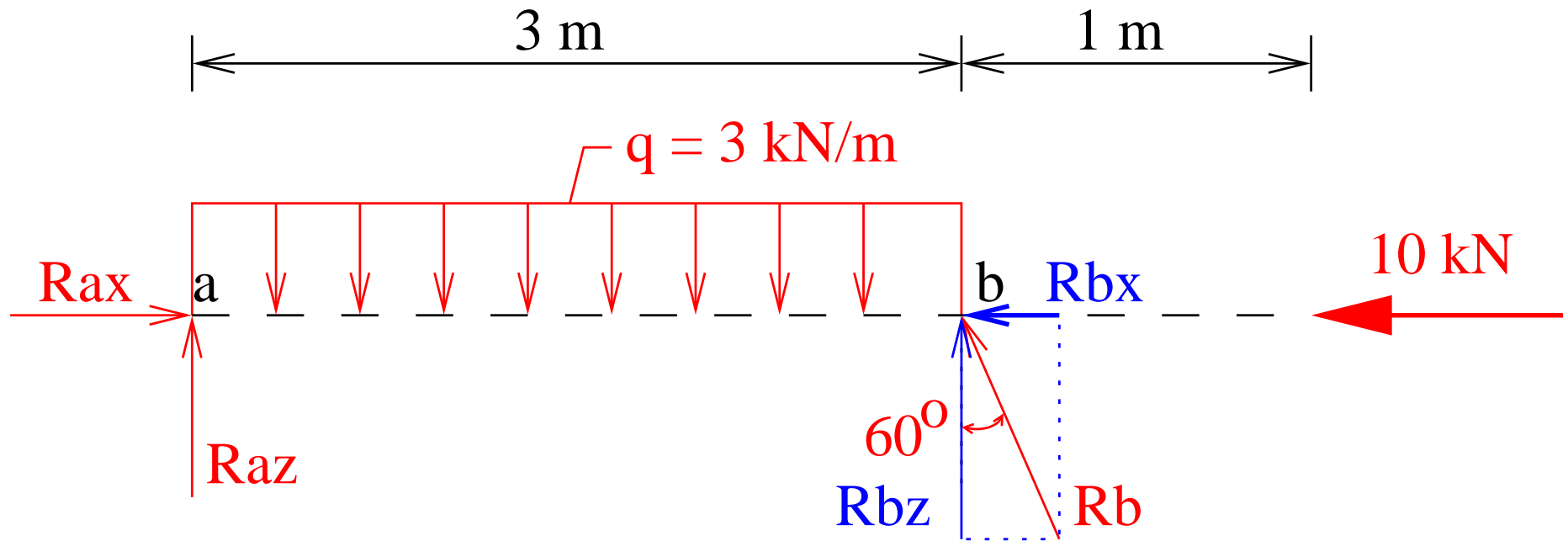


Rozklad reakce  $R_b$ :

$$R_{bx} = R \sin 60^\circ,$$

$$R_{bz} = R \cos 60^\circ.$$

# Nosník se šikmým podepřením: příklad (3)

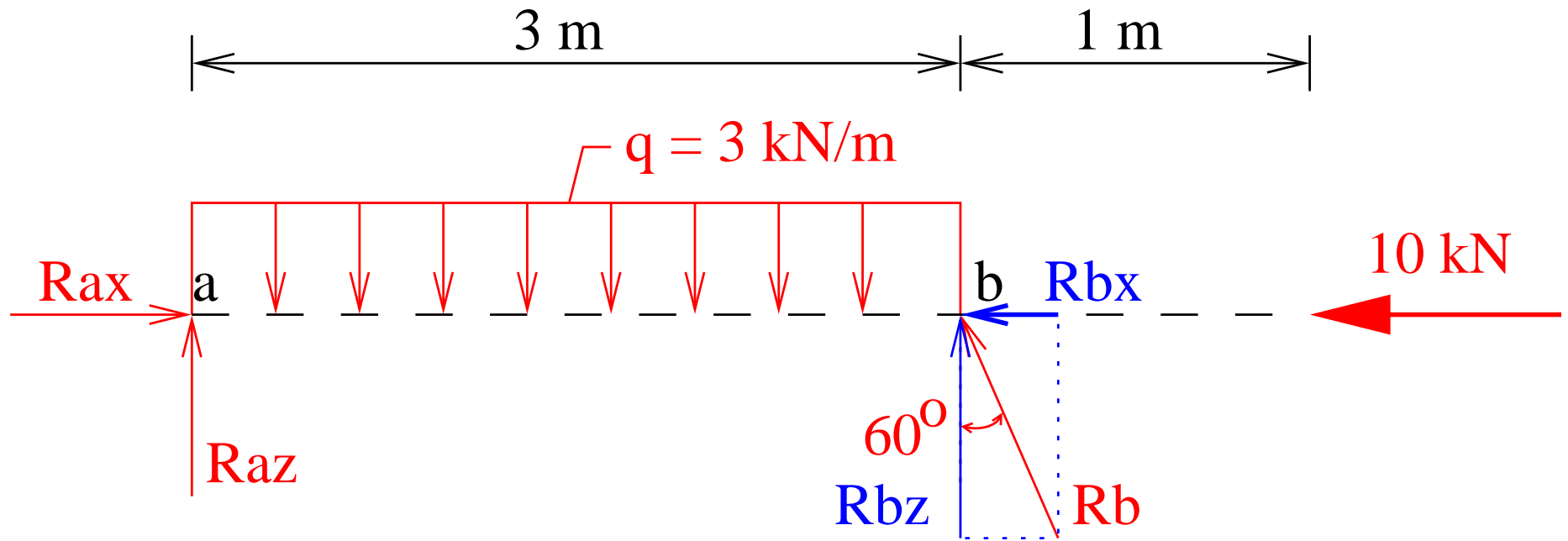


Momentová podmínka k bodu  $a$ :

$$\sum M_{ia} = 0 : R_{bz} \times 3 - q \times 3 \times \frac{3}{2} = 0$$

$$R_b \cos(60^\circ) \times 3 - 3 \times 3 \times 1.5 = 0 \Rightarrow R_b = 9 \text{ kN} (\uparrow)$$

# Nosník se šikmým podepřením: příklad (4)

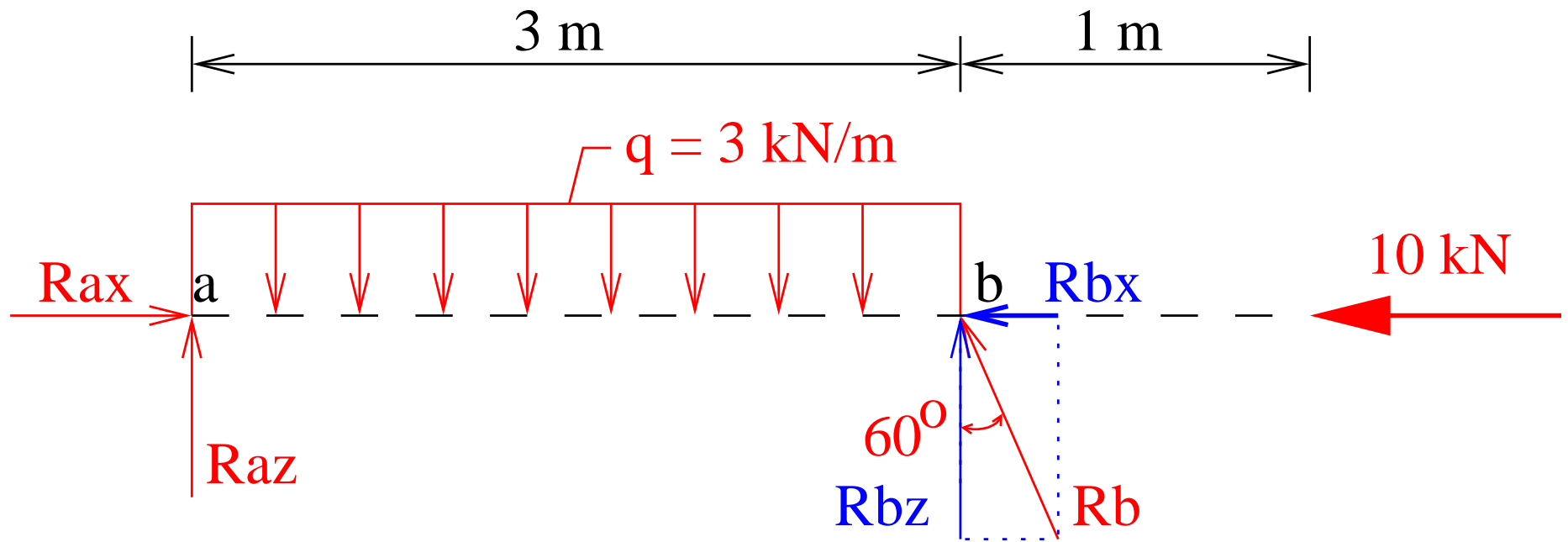


Momentová podmínka k bodu  $b$ :

$$\sum M_{ib} = 0 : -R_{az} \times 3 + q \times 3 \times \frac{3}{2} = 0$$

$$-R_{az} \times 3 + 3 \times 3 \times 1.5 = 0 \Rightarrow R_{az} = 4.5 \text{ kN } (\uparrow)$$

# Nosník se šikmým podepřením: příklad (5)

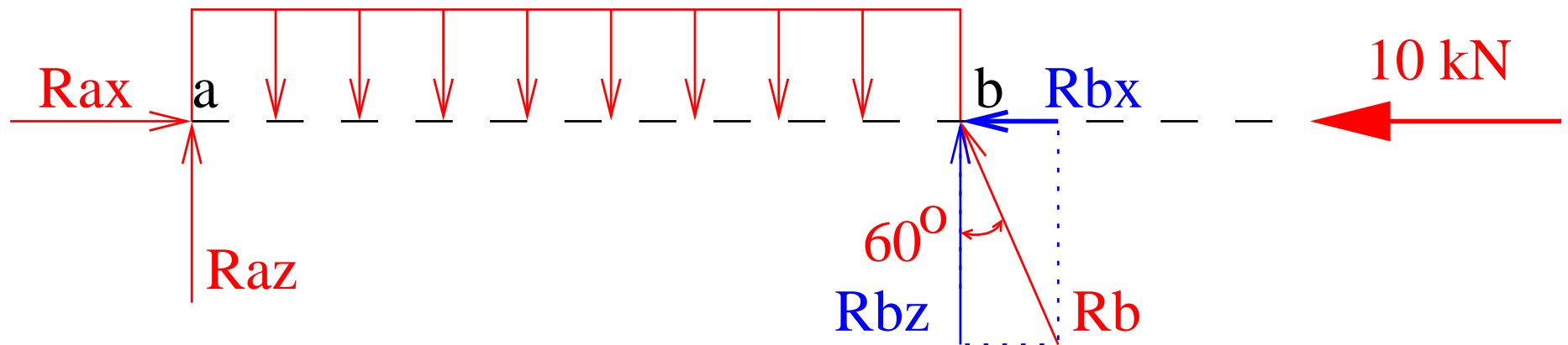


Kontrola svislých reakcí pomocí  $\sum F_{iz} = 0$ :

$$\sum F_{iz} = 0 : -R_{az} - R_b \cos(60^\circ) + q \times 3 = 0$$

$$-4.5 - 9 \times \cos(60^\circ) + 3 \times 3 = -4.5 - 4.5 + 9 =$$

# Nosník se šikmým podepřením: příklad (6)



Výpočet vodorovných reakcí:

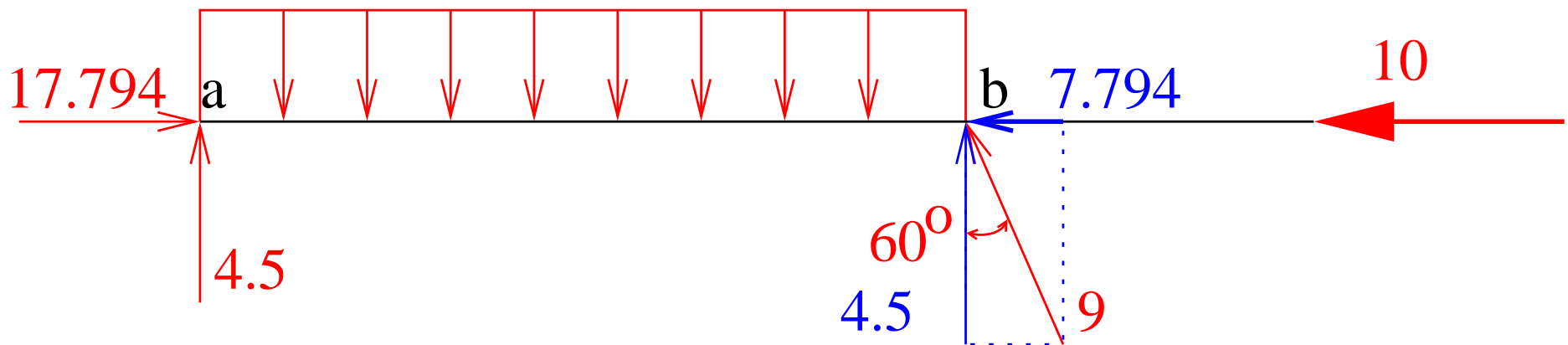
$$R_{bx} = R_b \times \sin(60^\circ) = 9 \times \sin(60^\circ) = 7.794\text{ kN} (\leftarrow)$$

$$\sum F_{ix} = 0 : R_{ax} - R_{bx} - 10 = 0$$

$$R_{ax} - 7.794 - 10 = 0 \Rightarrow R_{ax} = 17.794\text{ kN} (\rightarrow)$$



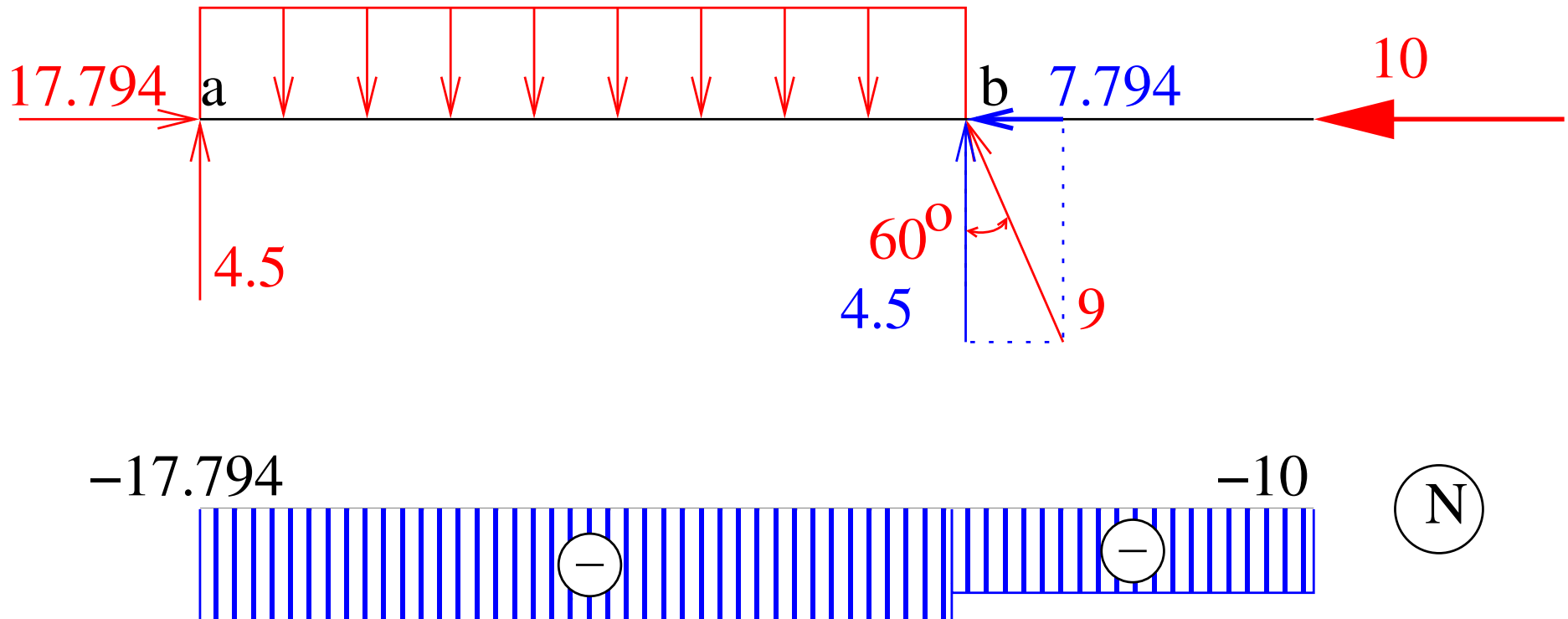
# Nosník se šikmým podepřením: příklad (7)



Výpočet  $N$ ,  $V$ ,  $M$  je shodný s jakýmkoli jiným nosníkem.

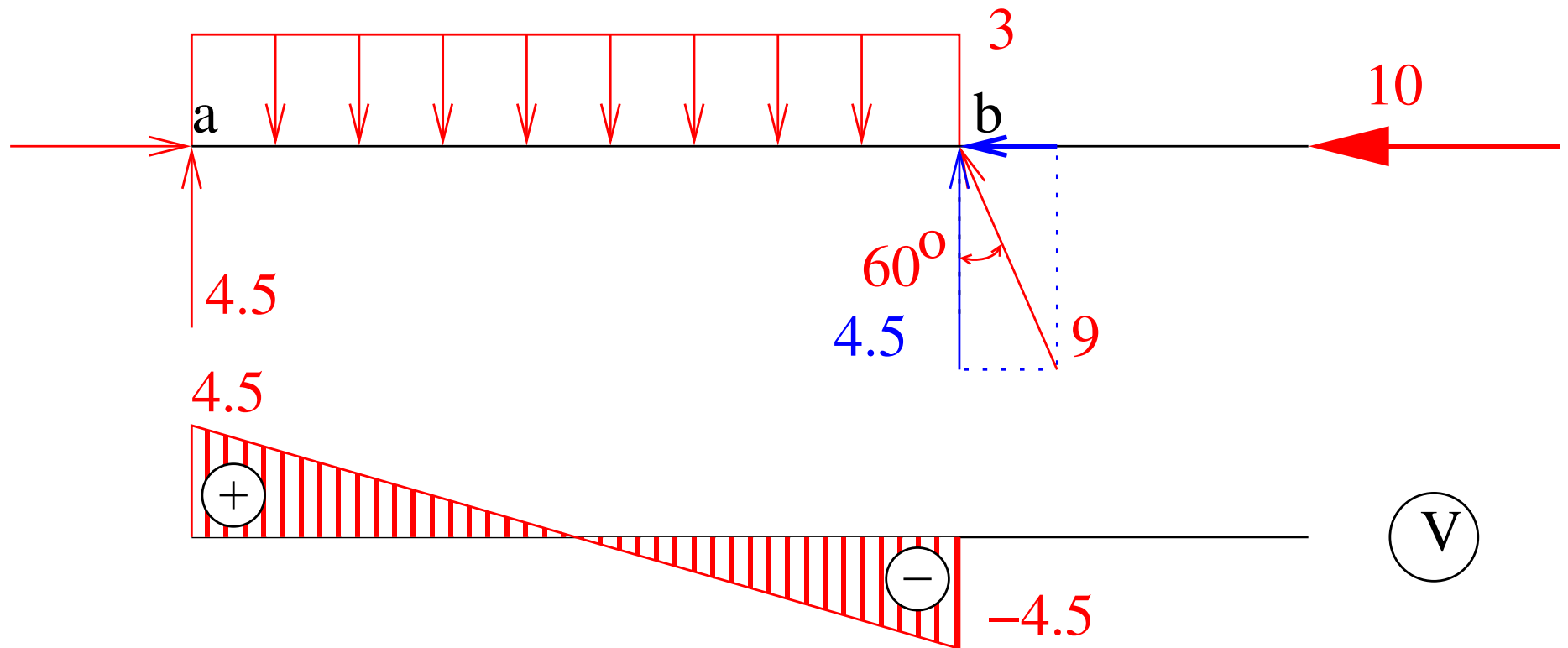
# Nosník se šikmým podepřením: příklad (8)

Normálové síly:



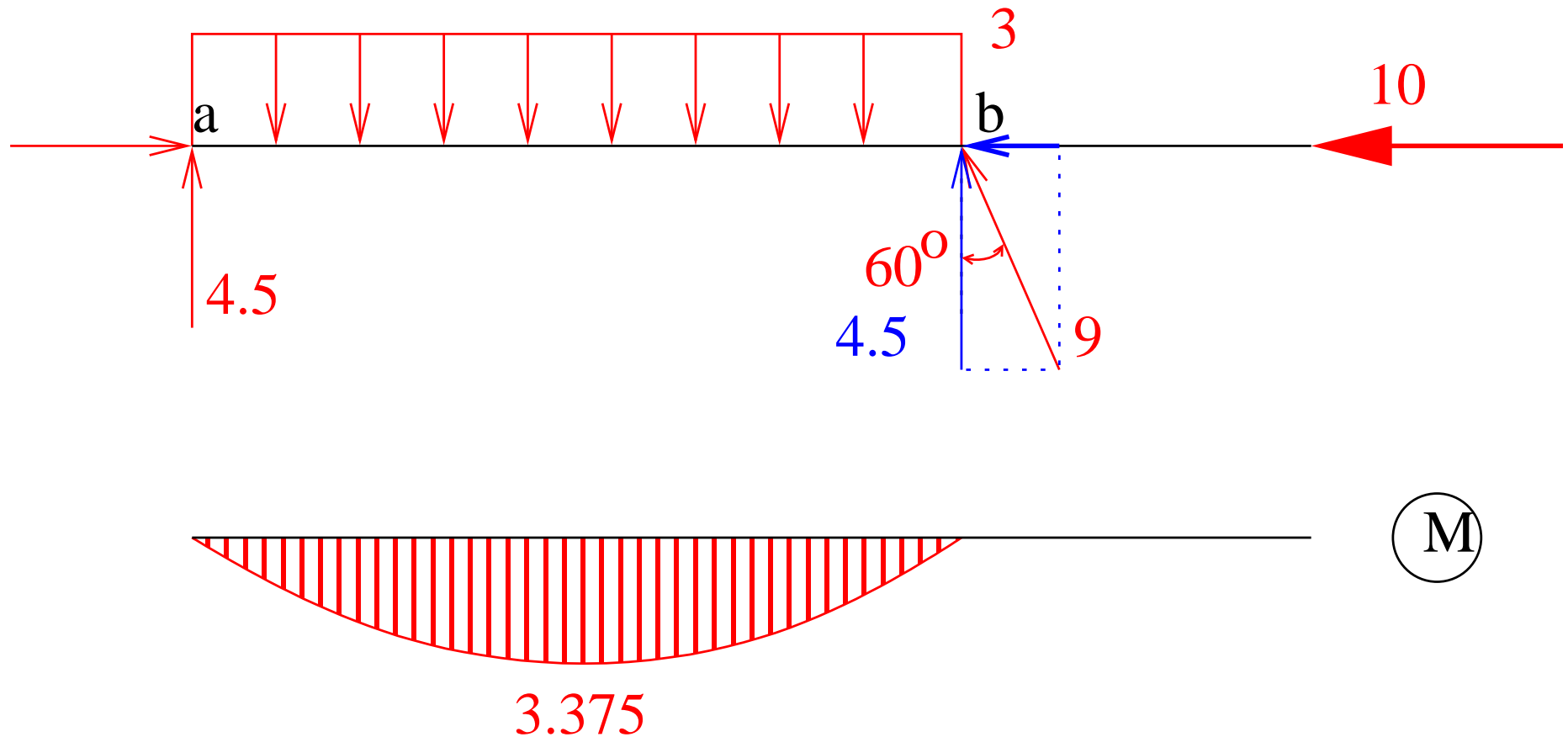
# Nosník se šikmým podepřením: příklad (9)

Posouvající síly:

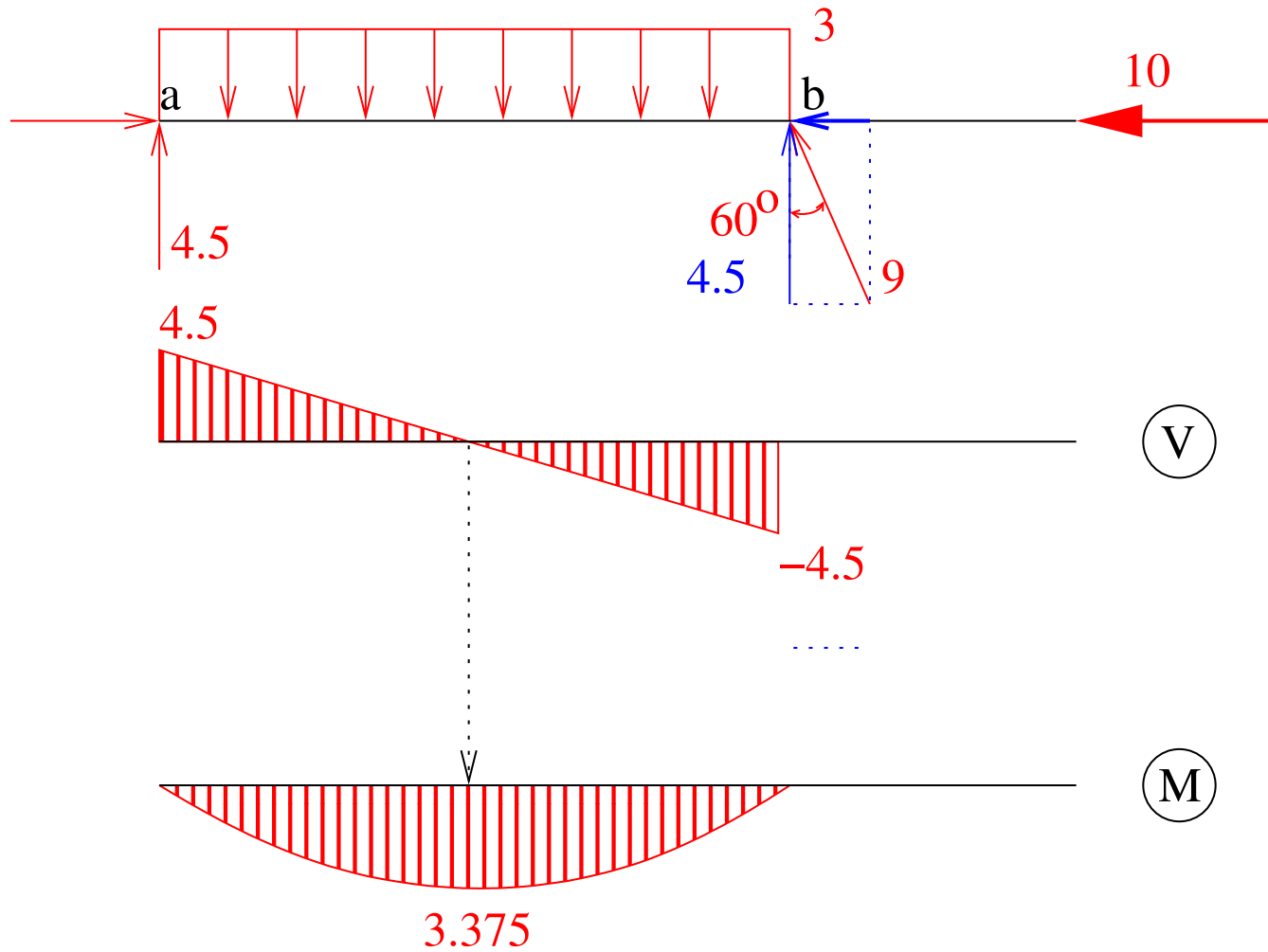


# Nosník se šikmým podepřením: příklad (10)

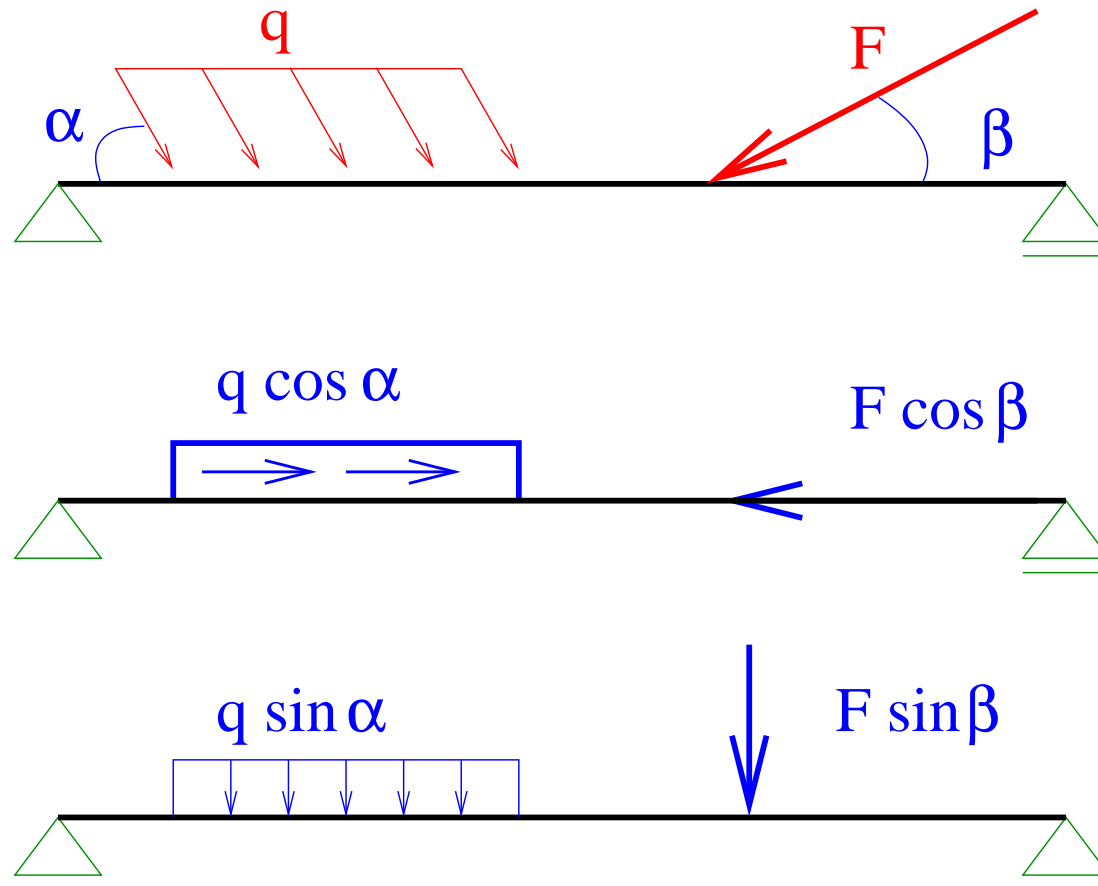
Ohybové momenty ( $M_{max} = \frac{1}{8} q L^2$ ):



# Nosník se šikmým podepřením: příklad – vztah $V$ a $M$

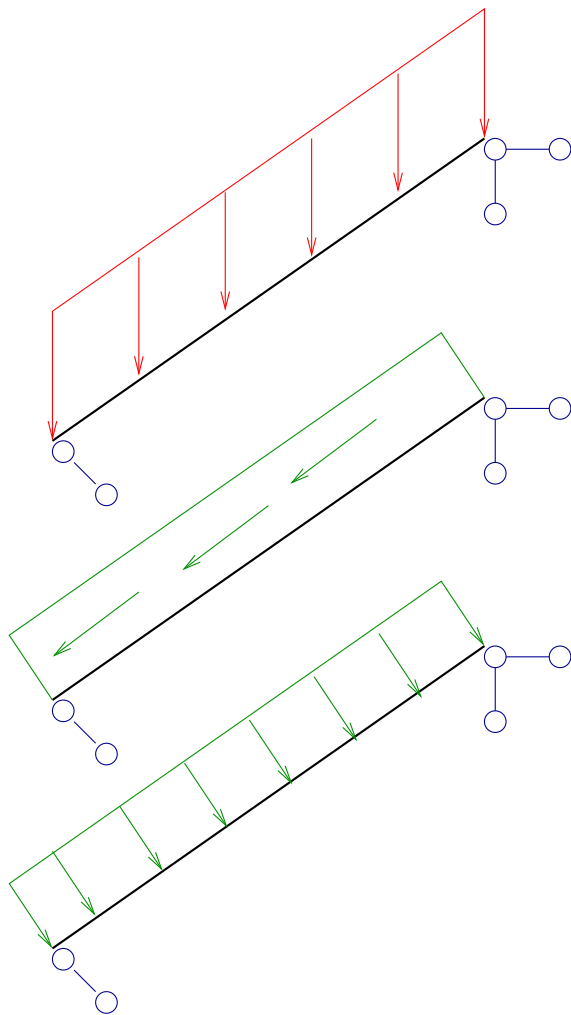


# Nosník se šikmým zatížením (1)



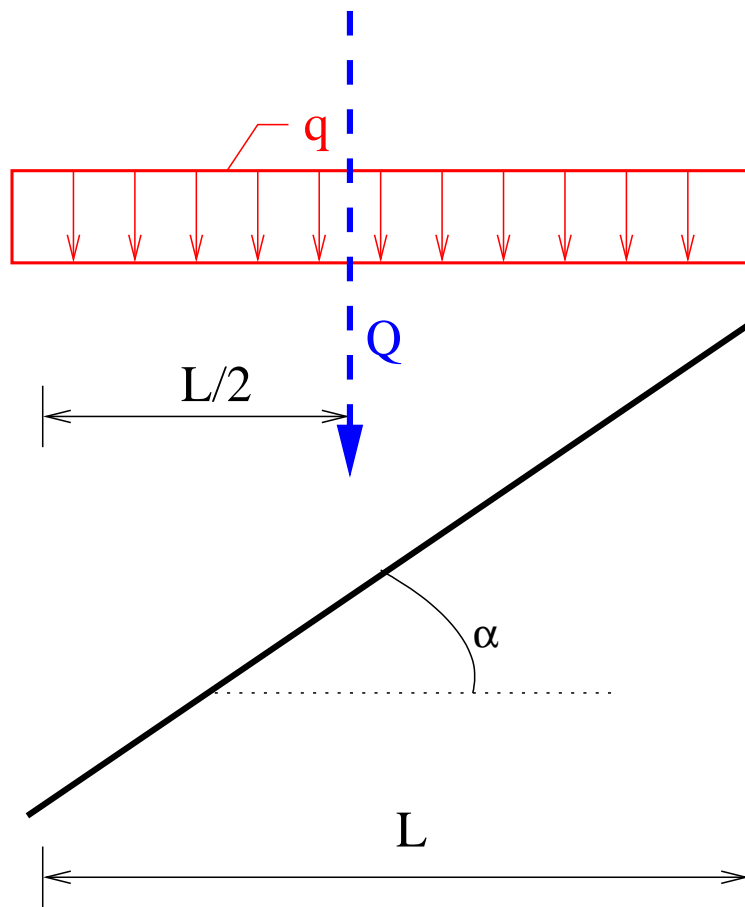
Zatížení rozložíme do směrů X a Z a dále počítáme normálně.

# Nosník se šikmým zatížením (2)



- Například prvky střešních konstrukcí.
- Řešíme rozkladem sil a následným výpočtem jako každého jiného nosníku.

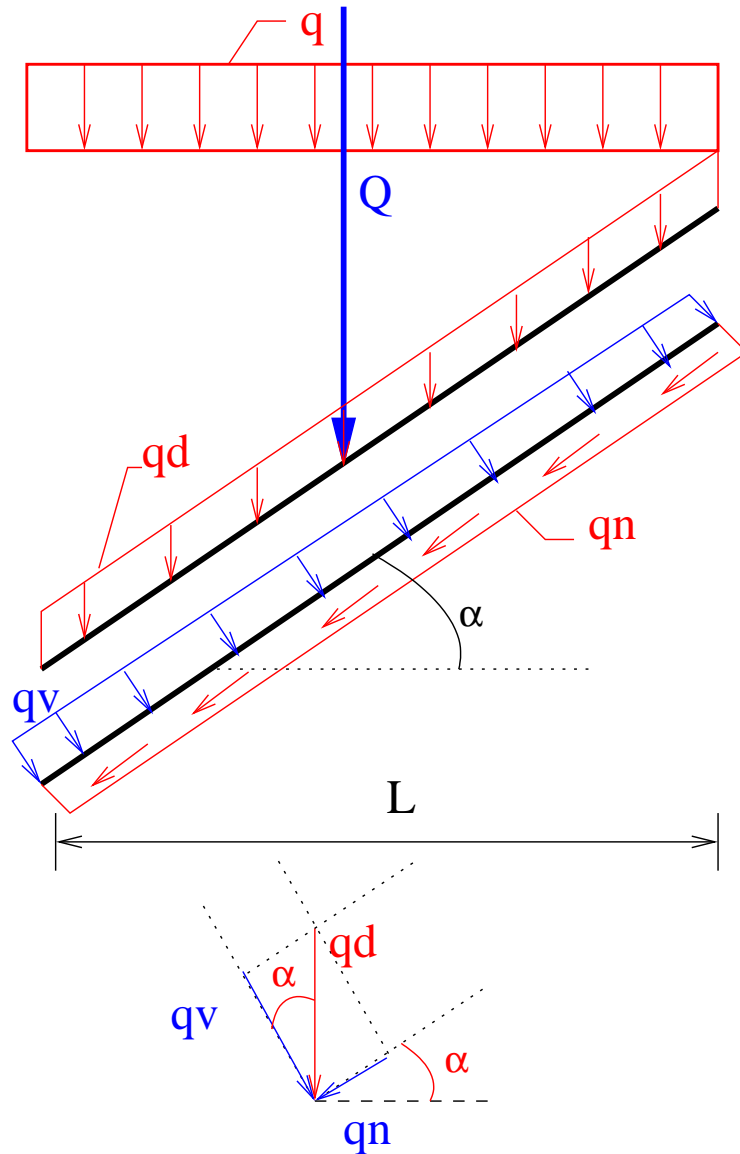
# Nosník se šikmým zatížením (3)



- Obvykle prvky střešních konstrukcí.
- Zatížení **na průmět**: zjednodušený model zatížení sněhem.
- Náhradní břemeno  $Q = q \times L$  (!)



# Nosník se šikmým zatížením (4)



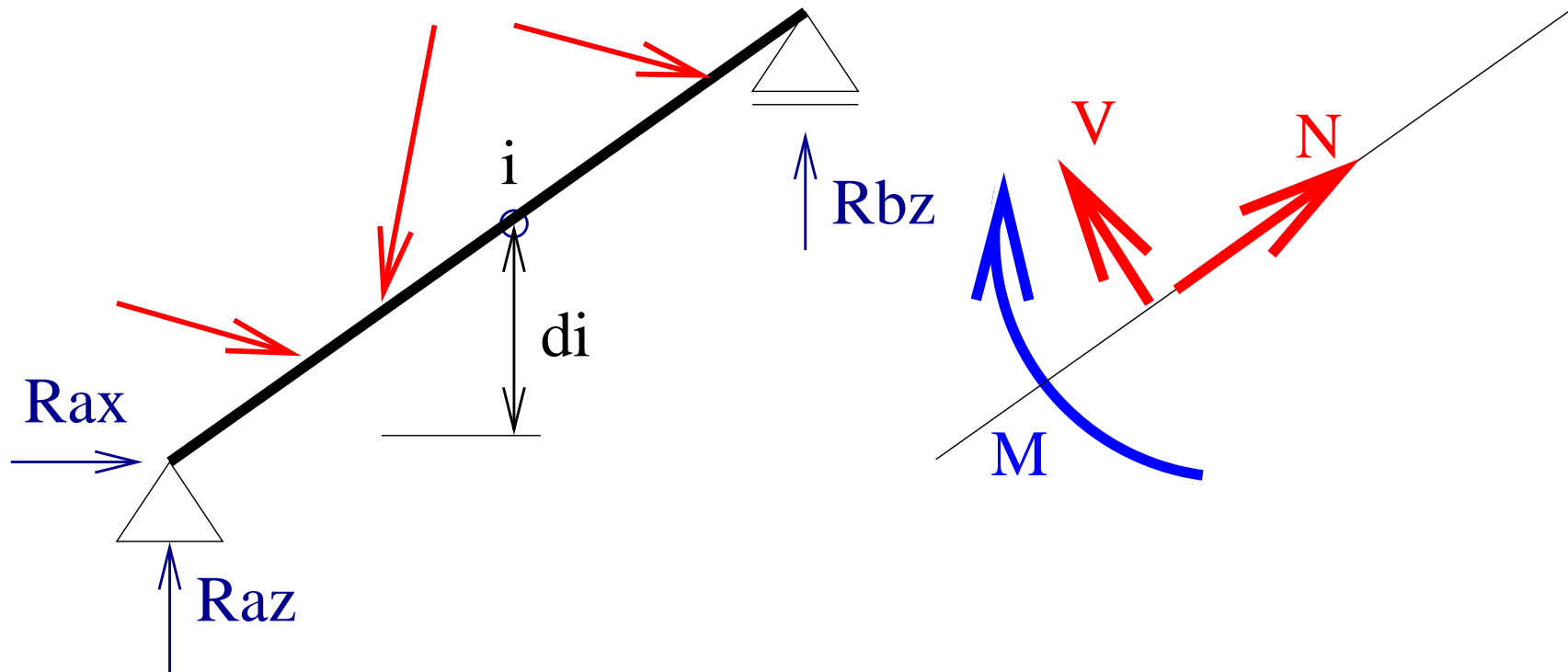
- Zatížení **na průmět**: zjednodušený model zatížení sněhem.

$$q_d = q \cos \alpha$$

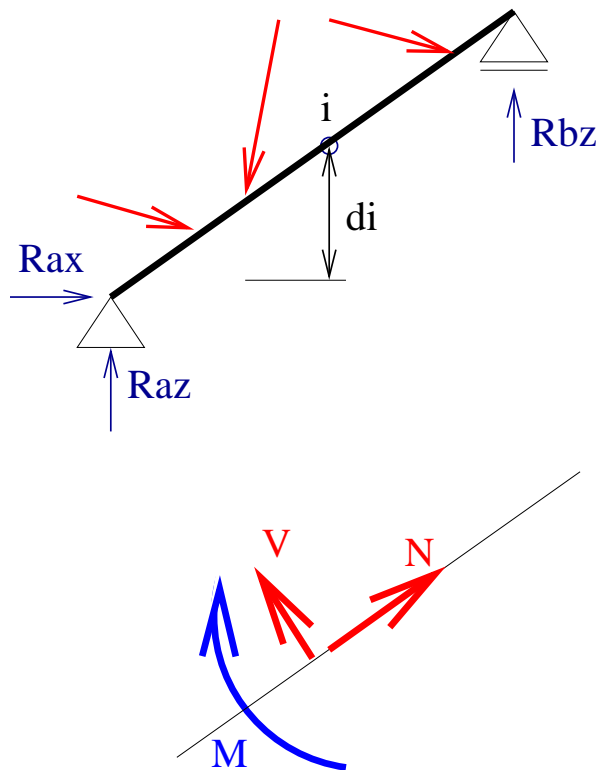
$$q_v = q_d \cos \alpha = q \cos^2 \alpha$$

$$q_n = q_d \sin \alpha = q \sin \alpha \cos \alpha$$

# Šikmý nosník (1)

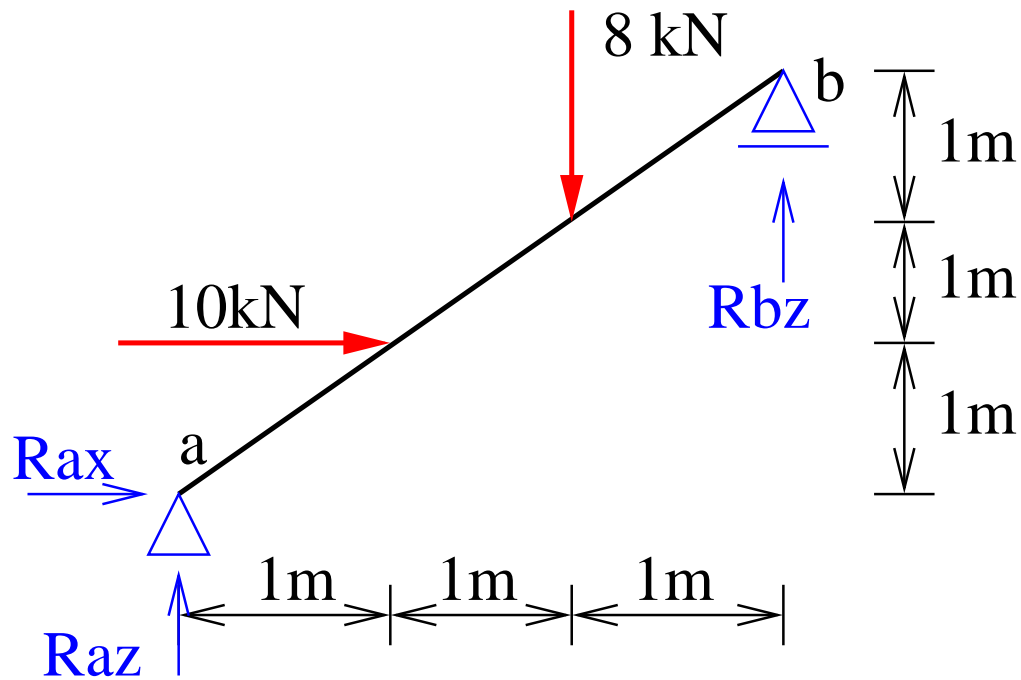


# Šikmý nosník (2)



- Reakce spočteme z podmínek rovnováhy ( $\sum M_{i,a} = 0$  aj.)
- Pozor – i vodorovná reakce může vyvolat moment (její působíště **neleží** na přímce procházející žádným dalším bodem nosníku)
- Spočtené reakce rozložíme do směrů rovnoběžných s  $N$  a  $V$  a pokračujeme obvyklým způsobem.

# Šikmý nosník – reakce: příklad (1)

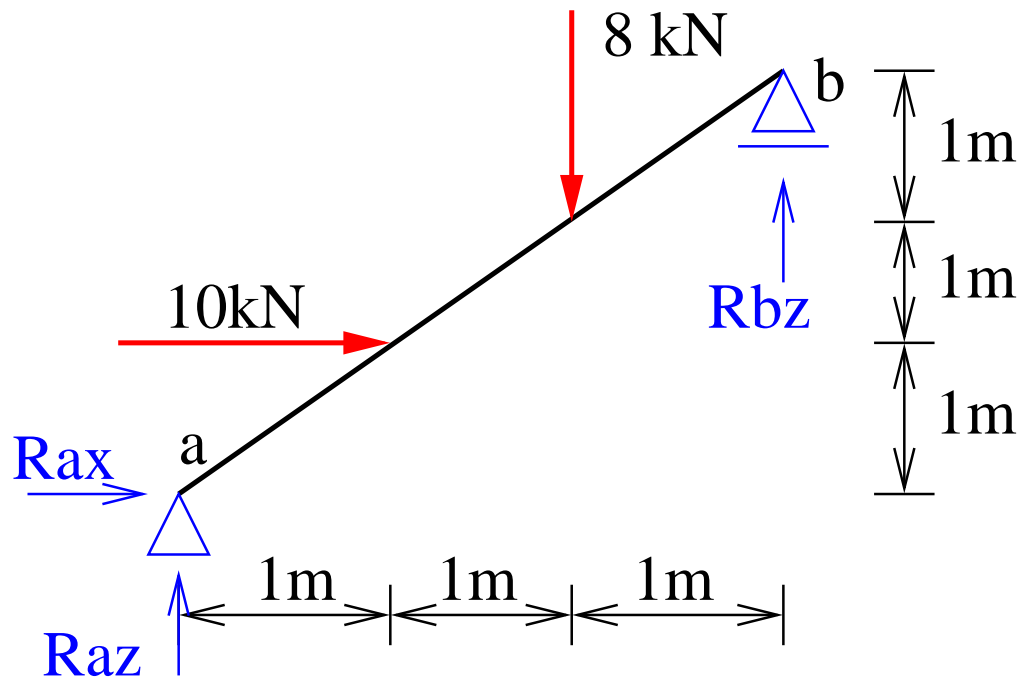


$$\sum F_{ix} = 0 : R_{ax} + 10 = 0$$

$$R_{ax} = -10 \text{ kN}$$

$$R_{ax} = 10 \text{ kN} (\leftarrow)$$

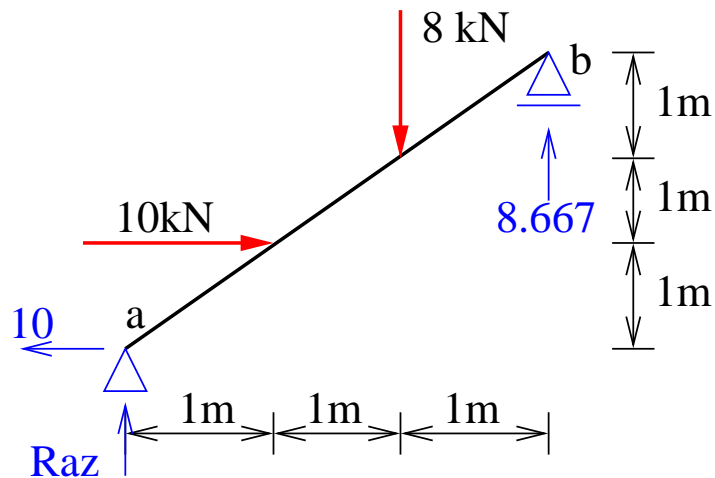
# Šikmý nosník – reakce: příklad (2)



$$\sum M_{ia} = 0 : -10 \times 1 - 8 \times 2 + R_{bz} \times 3 = 0$$

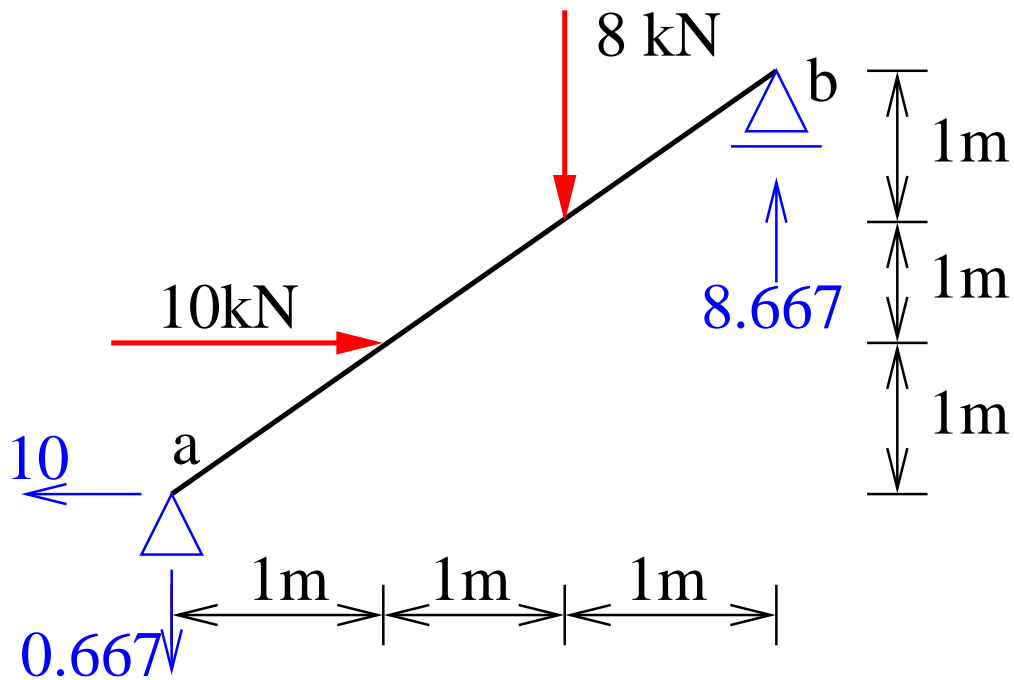
$$R_{bz} = \frac{10 \times 1 + 8 \times 2}{3} = 8.\overline{666} \text{ kN } (\uparrow)$$

# Šikmý nosník – reakce: příklad (3)



$$\begin{aligned} \sum M_{ib} = 0 : -R_{ax} \times 3 - R_{az} \times 3 + 10 \times 2 + 8 \times 1 &= 0 \\ -10 \times 3 - R_{az} \times 3 + 10 \times 2 + 8 \times 1 &= 0 \\ R_{az} &= -\frac{10 \times 3 - 10 \times 2 - 8 \times 1}{3} = -0.\overline{666} \text{ kN} \\ R_{az} &= 0.\overline{666} \text{ kN} (\downarrow) \end{aligned} \quad (1)$$

# Šikmý nosník – reakce: příklad (4)



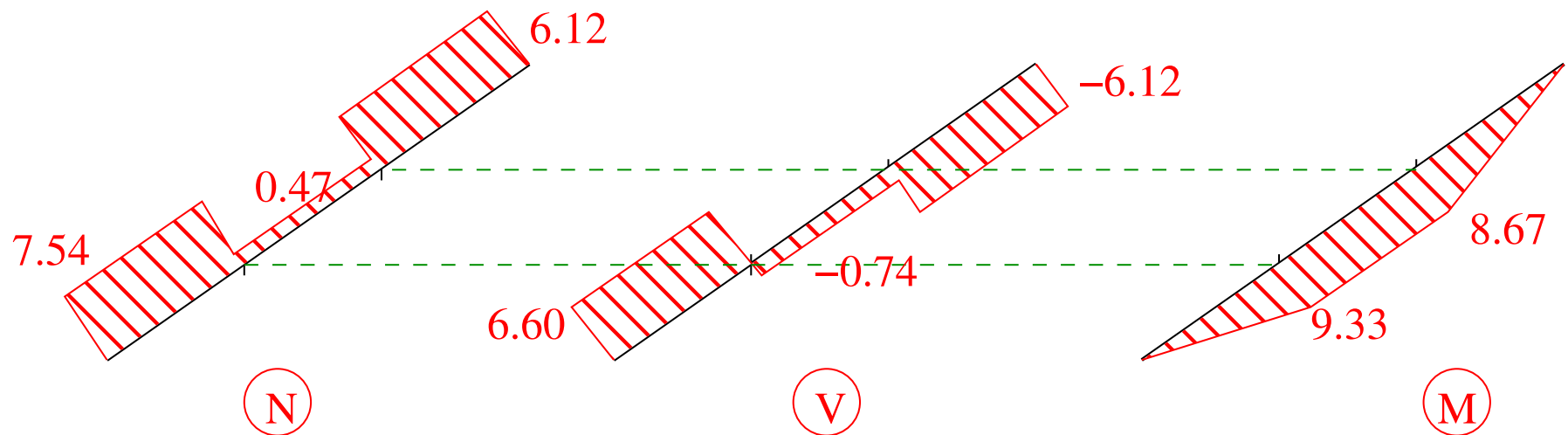
Kontrola rovnováhy svislých sil:

$$\sum F_{iy} = 0 : R_{az} - R_{bz} + 8 = 0$$

$$0.666 - 8.666 + 8 = 0$$

# Šikmý nosník: příklad (5)

Vnitřní síly (zkontrolujete za domácí úkol):



Například:

$$M_{10} = R_{ax} \times 1 - R_{az} \times 1 = 10 \times 1 - 0.667 \times 1 = 9.333 \text{ kNm}, \dots$$



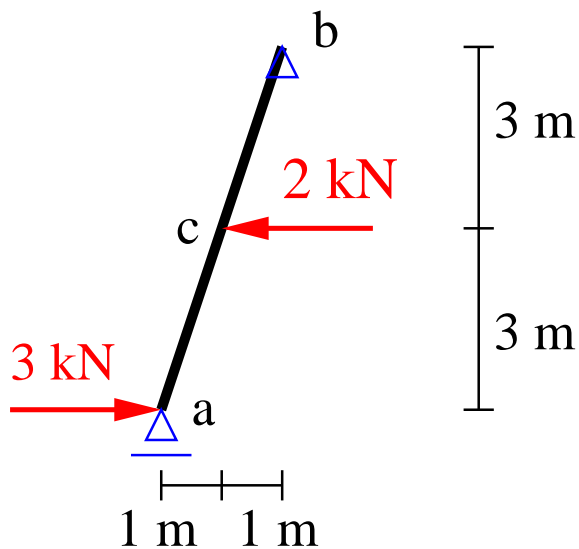
# Doplňující příklad

## Zadání:

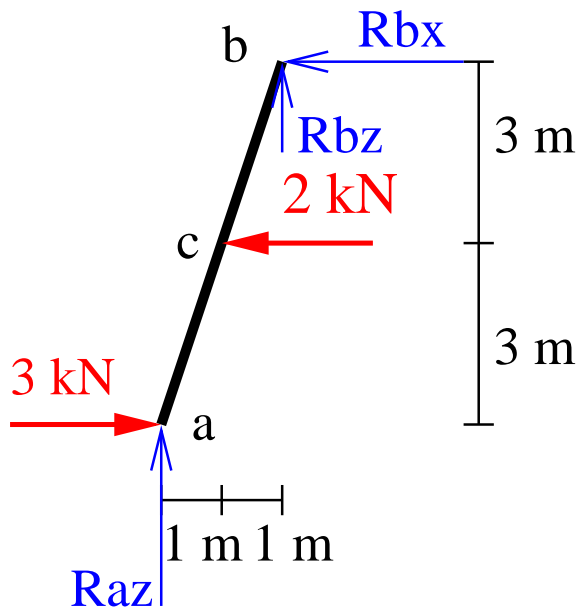
Stanovte reakce a vnitřní síly zadaného šikmého nosníku.

## Řešení:

- reakce stanovíme jako vždy
- všechny síly (včetně vypočtených reakcí) rozložíme do:
  - rovnoběžného s osou nosníku
  - kolmého k ose nosníku
- dále počítáme jako vždy



# Reakce (1)



Reakce:

$$\sum F_{i,x} = 0$$

$$3 - 2 - R_{bx} = 0$$

$$R_{bx} = 1 \text{ kN } (\leftarrow)$$

$$\sum M_{i,a} = 0$$

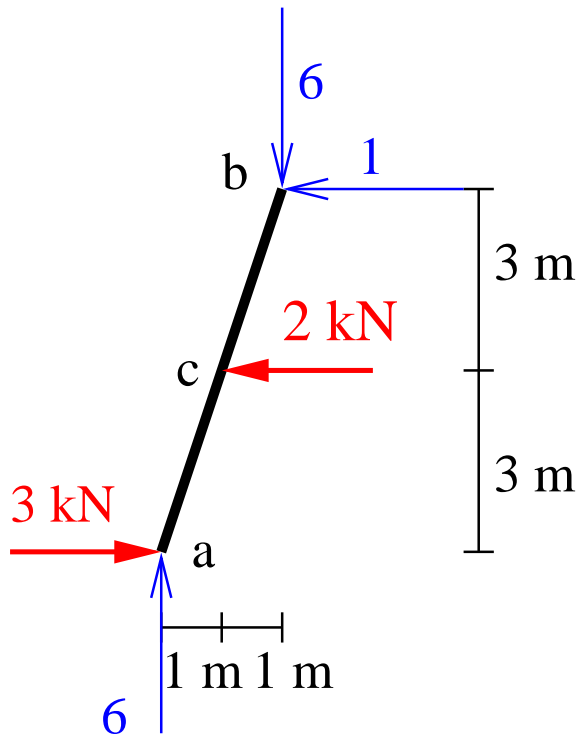
$$2 \times 3 + R_{bx} \times 6 + R_{bz} \times 1 = 0$$

$$2 \times 3 + 1 \times 6 + R_{bz} \times 2 = 0$$

$$R_{bz} = -\frac{6 + 6}{2}$$

$$R_{bz} = -1 \text{ kN } (\downarrow)$$

# Reakce (2)



$$\sum M_{i,b} = 0$$

$$3 \times 6 - R_{az} \times 2 - 2 \times 3 = 0$$

$$R_{az} = \frac{(3 \times 6) - (2 \times 3)}{2}$$

$$R_{az} = 6 \text{ kN}(\uparrow)$$

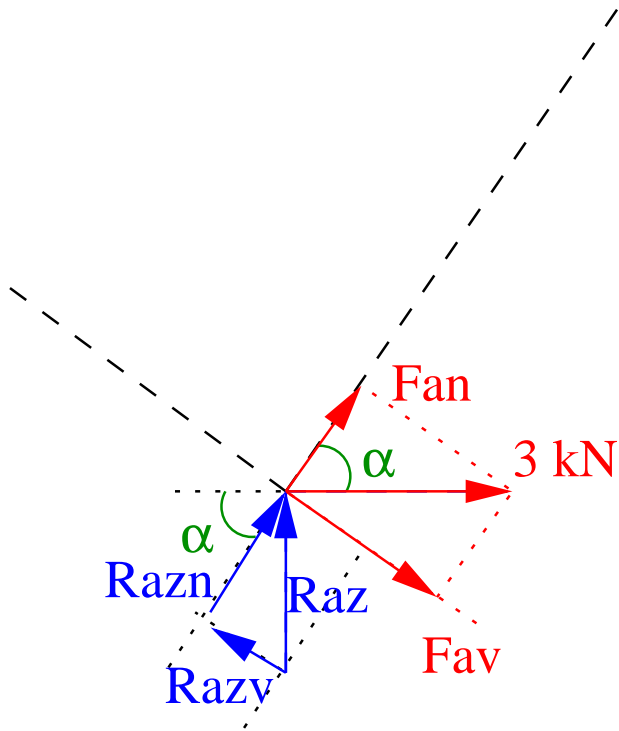
Kontrola:

$$\sum F_{i,y} = R_{az} + R_{bz} = 0$$

$$6 - 6 = 0$$

$$0 = 0$$

# Síly v bodě a (1)



$$\alpha = \operatorname{atan}\frac{6}{2} = 0,3975 \text{ rad}$$

$$\alpha = 71.565^\circ$$

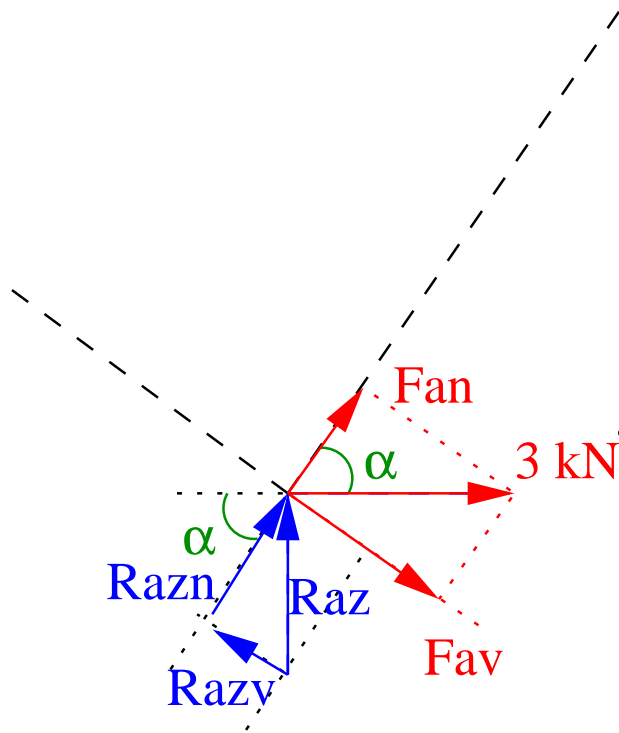
$$\sin(\alpha) = \frac{F_{av}}{3} \Rightarrow F_{av} = 3 \times \sin(\alpha)$$

$$F_{av} = 2.846 \text{ kN}(\searrow)$$

$$\cos(\alpha) = \frac{F_{an}}{3} \Rightarrow F_{an} = 3 \times \cos(\alpha)$$

$$F_{an} = 0.949 \text{ kN}(\nearrow)$$

# Síly v bodě a (2)



$$\beta = \frac{\pi}{2} - \alpha \frac{6}{2} = 0.3217 \text{ rad}$$

$$\beta = 18.435^\circ$$

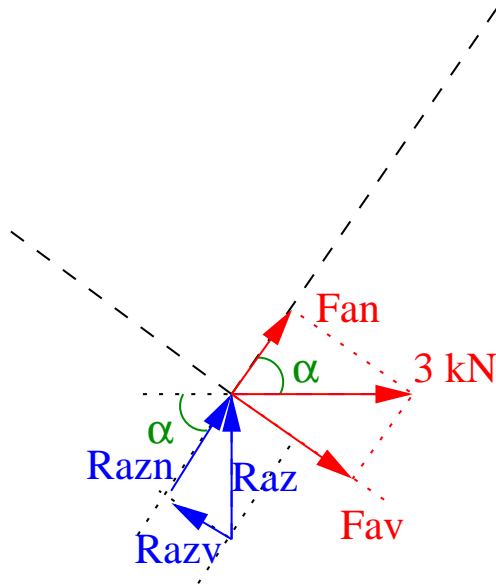
$$\sin(\beta) = \frac{R_{azv}}{R_{(az)}} \Rightarrow R_{azv} = R_{az} \times \sin(\beta)$$

$$R_{azv} = 6 \times \sin(\beta) = 1.897 \text{ kN} (\nearrow \searrow)$$

$$\cos(\beta) = \frac{R_{azn}}{3} \Rightarrow R_{azn} = R_{az} \times \cos(\beta)$$

$$R_{azn} = R_{az} \times \cos \beta = 5.692 \text{ kN} (\nearrow)$$

# Síly v bodě a (3)



$$\begin{aligned} N_a &= R_{azn} + F_{an} = 5.692 + 0.949 \\ &= 6.641 \text{ kN} (\nearrow) \end{aligned}$$

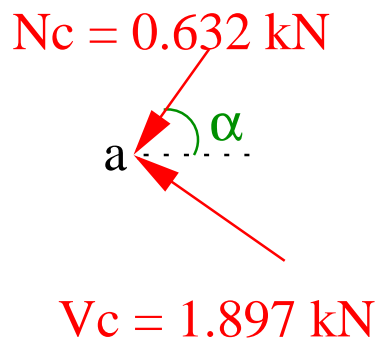
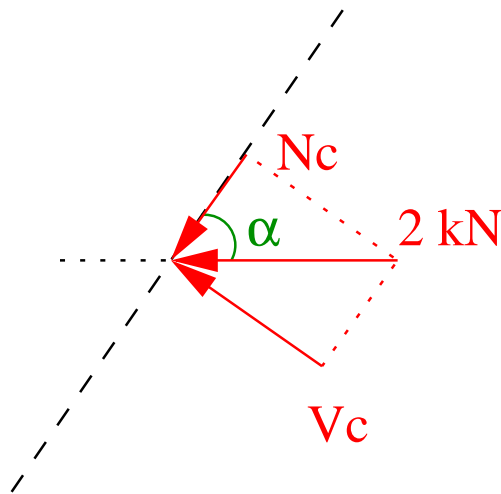
$$\begin{aligned} V_a &= R_{azv} + F_{av} = 1.897 - 2.846 \\ &= -0.949 \text{ kN} (\searrow) \end{aligned}$$

$$N_a = 6.641 \text{ kN}$$

a

$$V_a = 0.949 \text{ kN}$$

# Síla v bodě c



Úhel  $\alpha$  je vyznačen stejně jako v bodě „a“.

$$\alpha = \operatorname{atan}\frac{6}{2} = 0,3975 \text{ rad}$$

$$\alpha = 71.565^\circ$$

$$\sin(\alpha) = \frac{V_c}{2} \Rightarrow V_c = 3 \times \sin(\alpha)$$

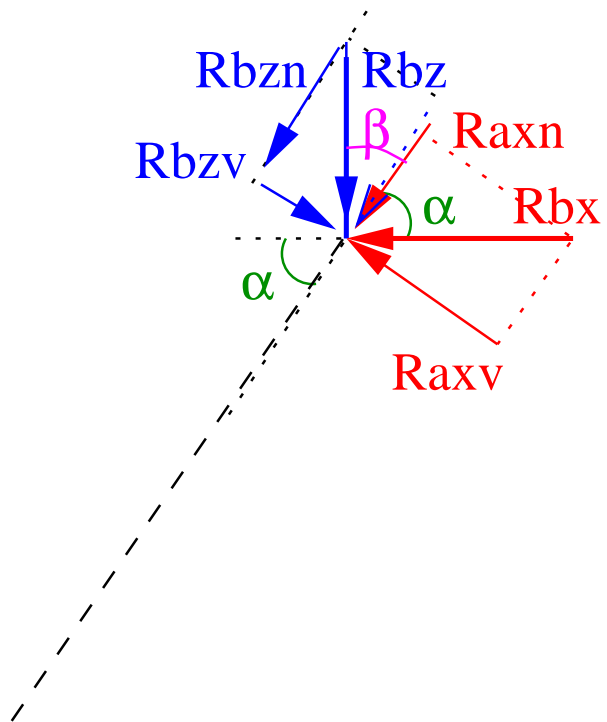
$$V_c = 1.897 \text{ kN} (\nearrow \searrow)$$

$$\cos(\alpha) = \frac{N_c}{2} \Rightarrow N_c = 3 \times \cos(\alpha)$$

$$N_c = 0.632 \text{ kN} (\swarrow \searrow)$$

# Síly v bodě b (1)

Úhel  $\alpha$  je vyznačen stejně jako v bodě „a“.



$$\alpha = \operatorname{atan}\frac{6}{2} = 0,3975 \operatorname{rad}$$

$$\alpha = 71.565^\circ$$

$$\sin(\alpha) = \frac{R_{bxv}}{R_{bx}} \Rightarrow R_{bxv} = 1 \times \sin(\alpha)$$

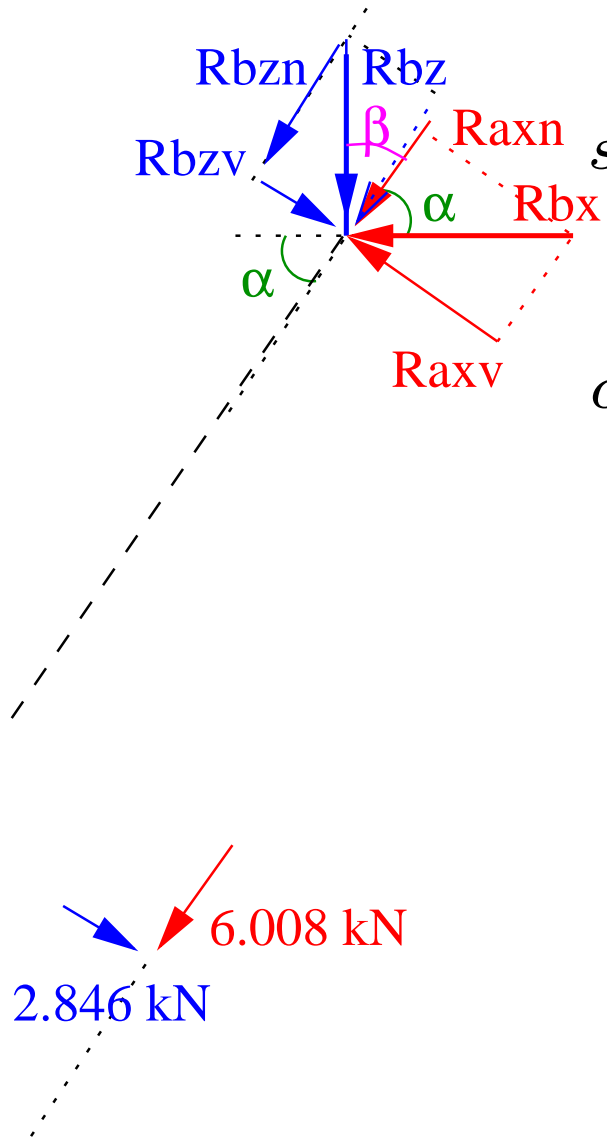
$$R_{bxv} = 0.949 \operatorname{kN}(\checkmark)$$

$$\cos(\alpha) = \frac{R_{bxn}}{R_{bx}} \Rightarrow R_{bxn} = 1 \times \cos(\alpha)$$

$$R_{bxn} = 0.316 \operatorname{kN}(\checkmark)$$



# Síly v bodě b (2)



$$\sin(\beta) = \frac{R_{bzv}}{R_{bz}} \Rightarrow R_{bzv} = 6 \times \sin(\beta)$$

$$R_{bzv} = 1.897 \text{ kN} (\searrow)$$

$$\cos(\beta) = \frac{R_{bzn}}{R_{bz}} \Rightarrow R_{bzn} = 6 \times \cos(\beta)$$

$$R_{bzn} = 5.692 \text{ kN} (\swarrow)$$

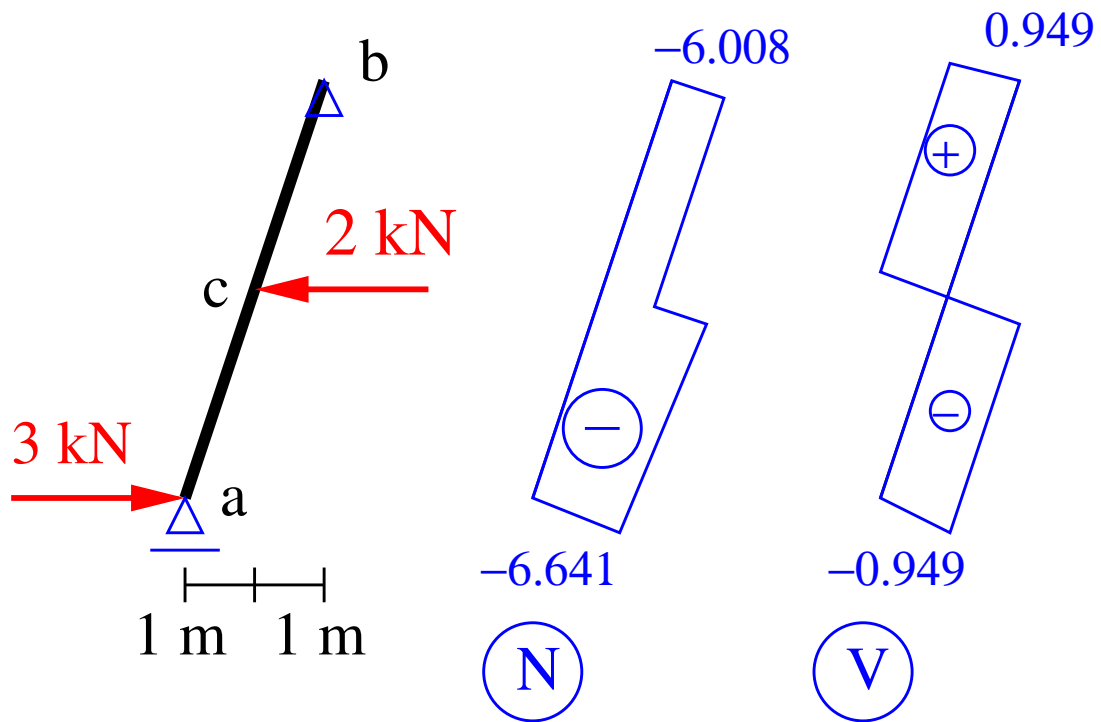
$$N_b = R_{bxn} + R_{bzn} = 0.316 + 5.692$$

$$= 6.008 \text{ kN} (\swarrow)$$

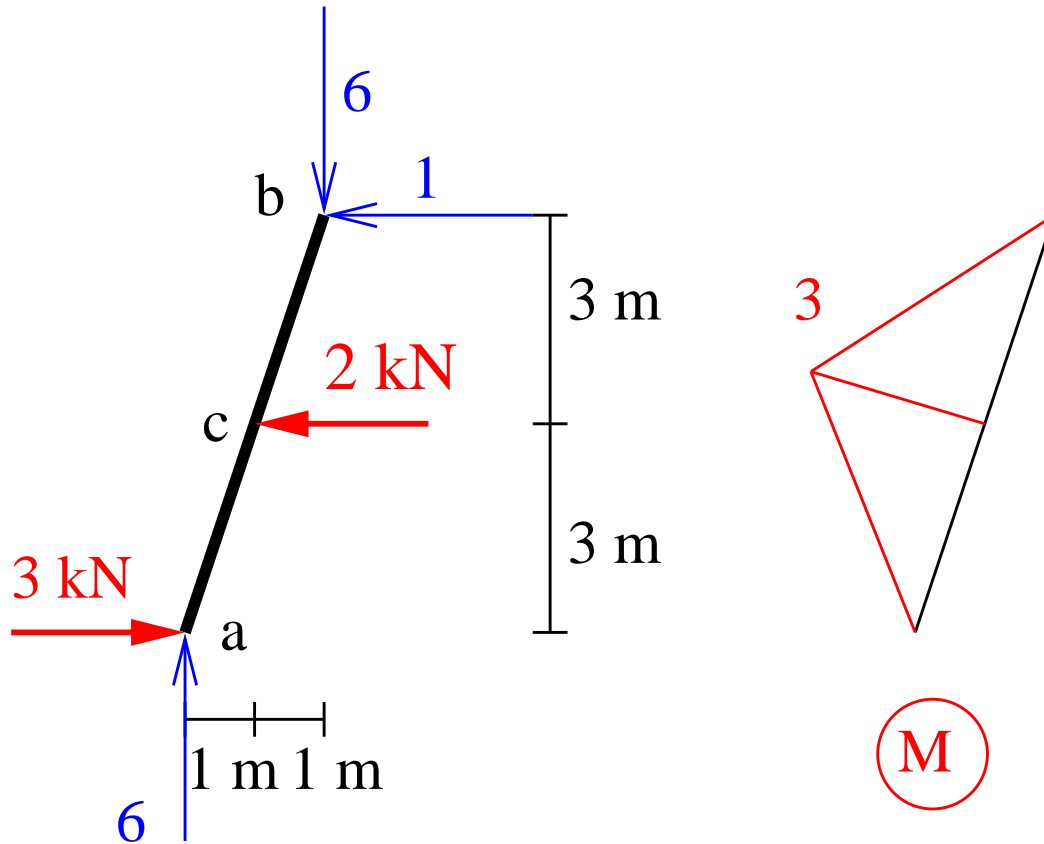
$$V_b = R_{bxv} + R_{bzv} = -0.949 + 1.897$$

$$= 2.846 \text{ kN} (\searrow)$$

# Vnitřní síly (1)

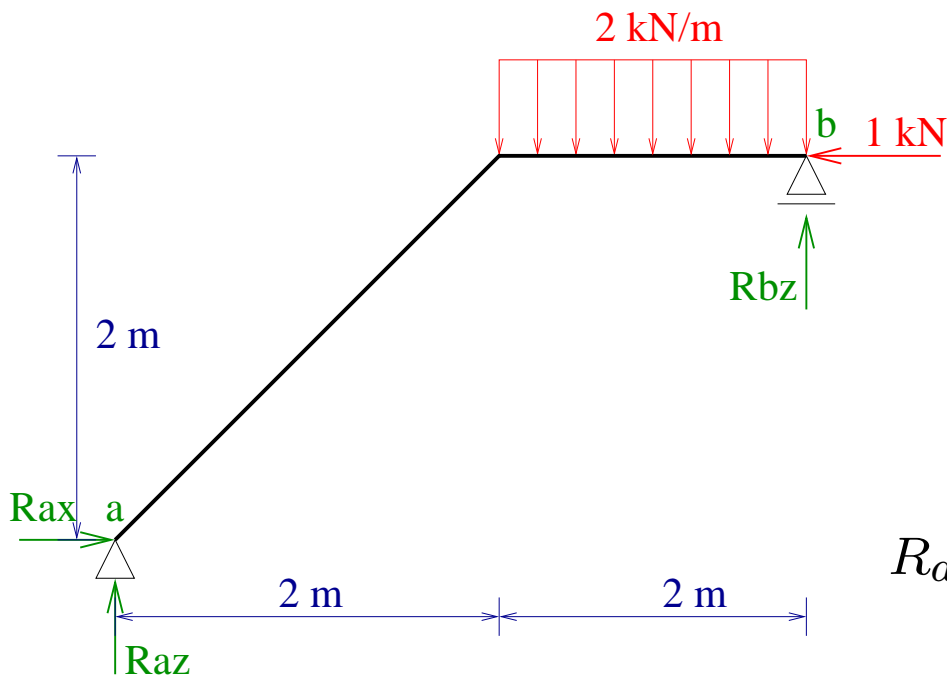


# Vnitřní síly (2)



$$M_c = -R_{az} \times 1 + 3 \times 3 = -6 \times 1 + 3 \times 3 = 3 \text{ kNm}$$

# Šikmý rám – příklad (1)

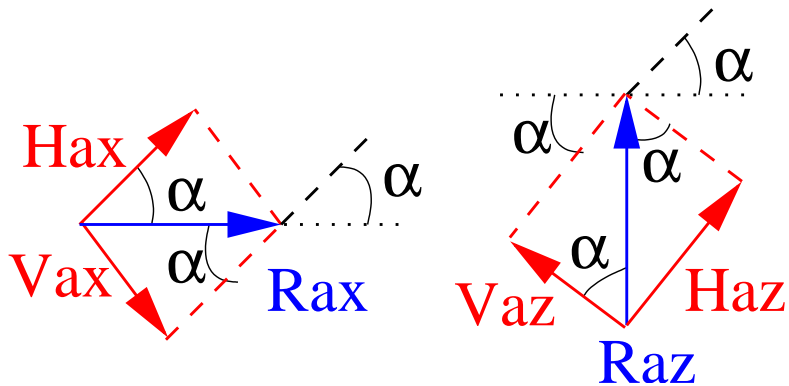
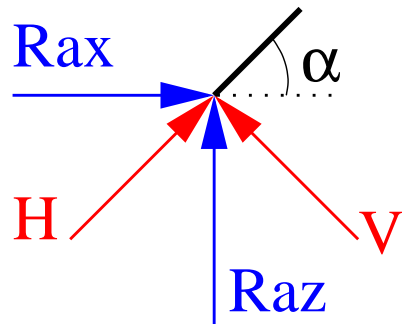


$$\begin{aligned}\sum M_a &= 0 : \\ 2 \times 2 \times 3 - 1 \times 2 - 4 \times R_{bz} &= 0 \\ R_{bz} &= 2,5\end{aligned}$$

$$R_{ax} = 1,0$$

$$\begin{aligned}\sum M_b &= 0 : \\ R_{ax} \times 2 - R_{az} \times 4 + 2 \times 2 \times 1 &= 0 \\ R_{az} &= 1,5\end{aligned}$$

# Šikmý rám – příklad (2)



$$H_{az} = R_{az} \sin \alpha = 1,5 \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$V_{az} = R_{az} \cos \alpha = 1,5 \frac{\sqrt{2}}{2}$$

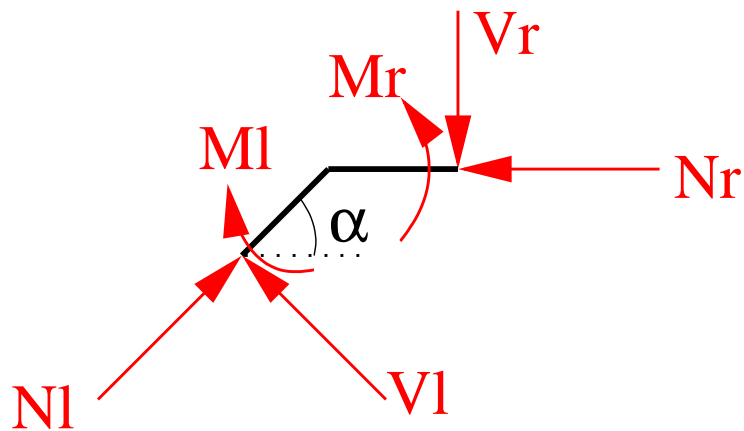
$$H_{ax} = R_{ax} \cos \alpha = 1,0 \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$V_{ax} = R_{ax} \sin \alpha = -1,0 \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$H = H_{az} + H_{ax} = 1,768$$

$$V = V_{az} + V_{ax} = 0,353$$

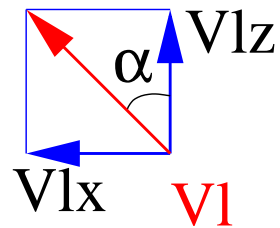
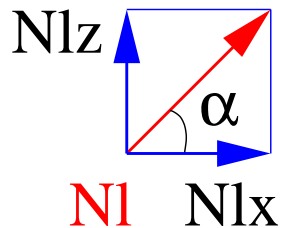
# Šikmý rám – příklad (3)



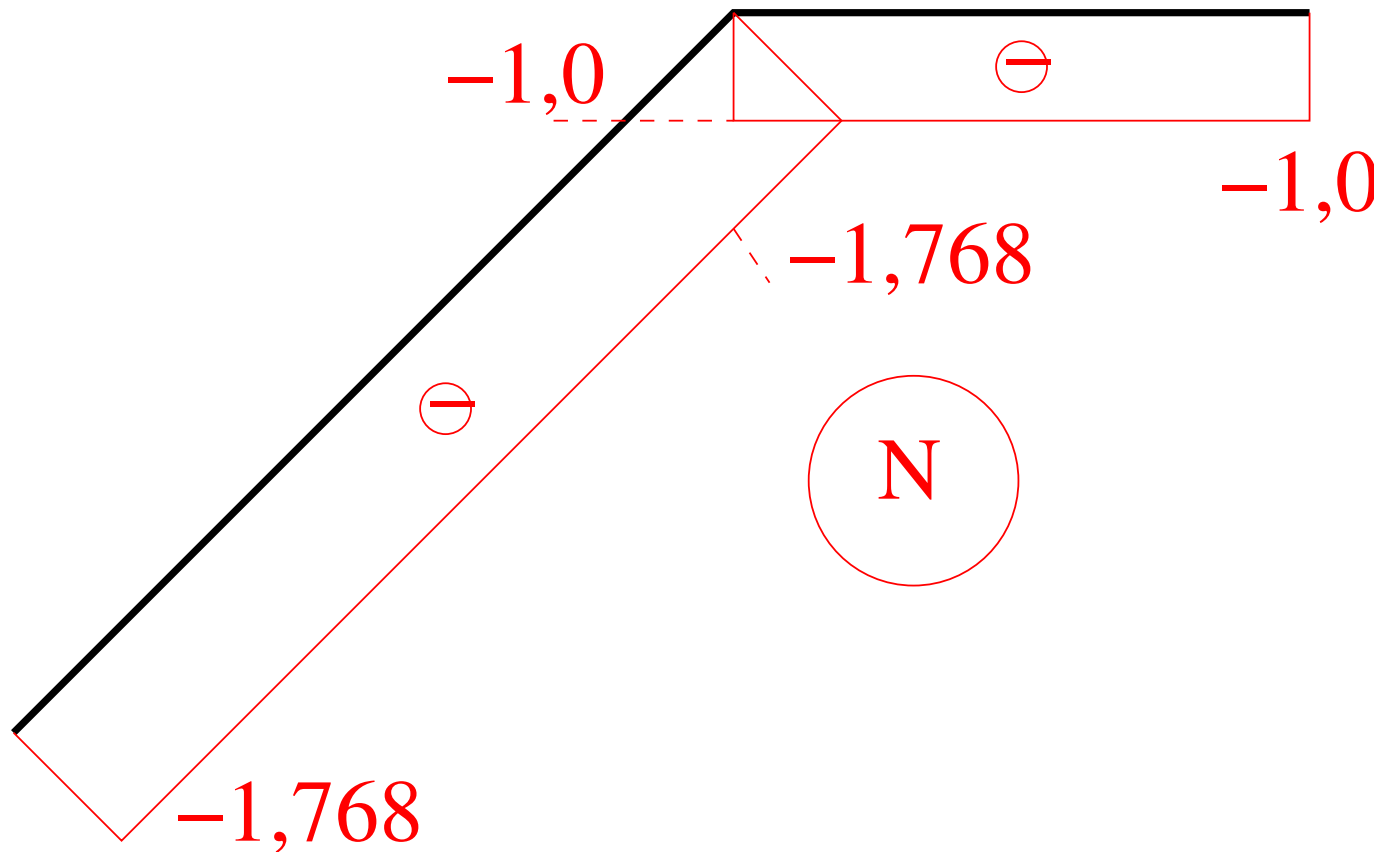
Podmínky rovnováhy ve styčnicku:

$$N_r + N_{lx} + V_{lx} = 0$$

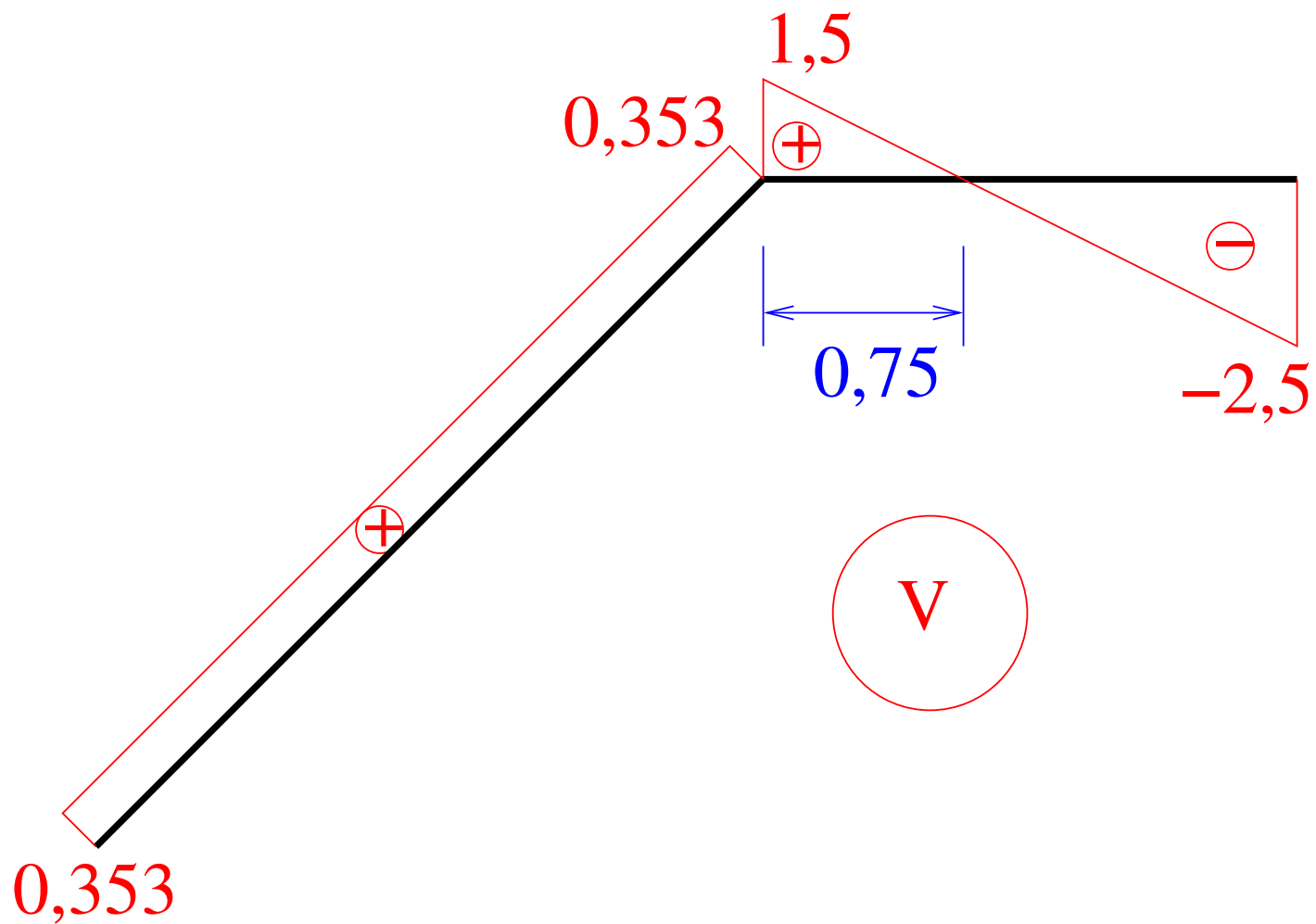
$$V_r + N_{lz} + V_{lz} = 0$$



# Šikmý rám – příklad (4)



# Šikmý rám – příklad (5)





# Šikmý rám – příklad (6)

