VYSOKÁ ŠKOLA BÁŇSKÁ – TECHNICKÁ UNIVERZITA OSTRAVA

FAKULTA STAVEBNÍ

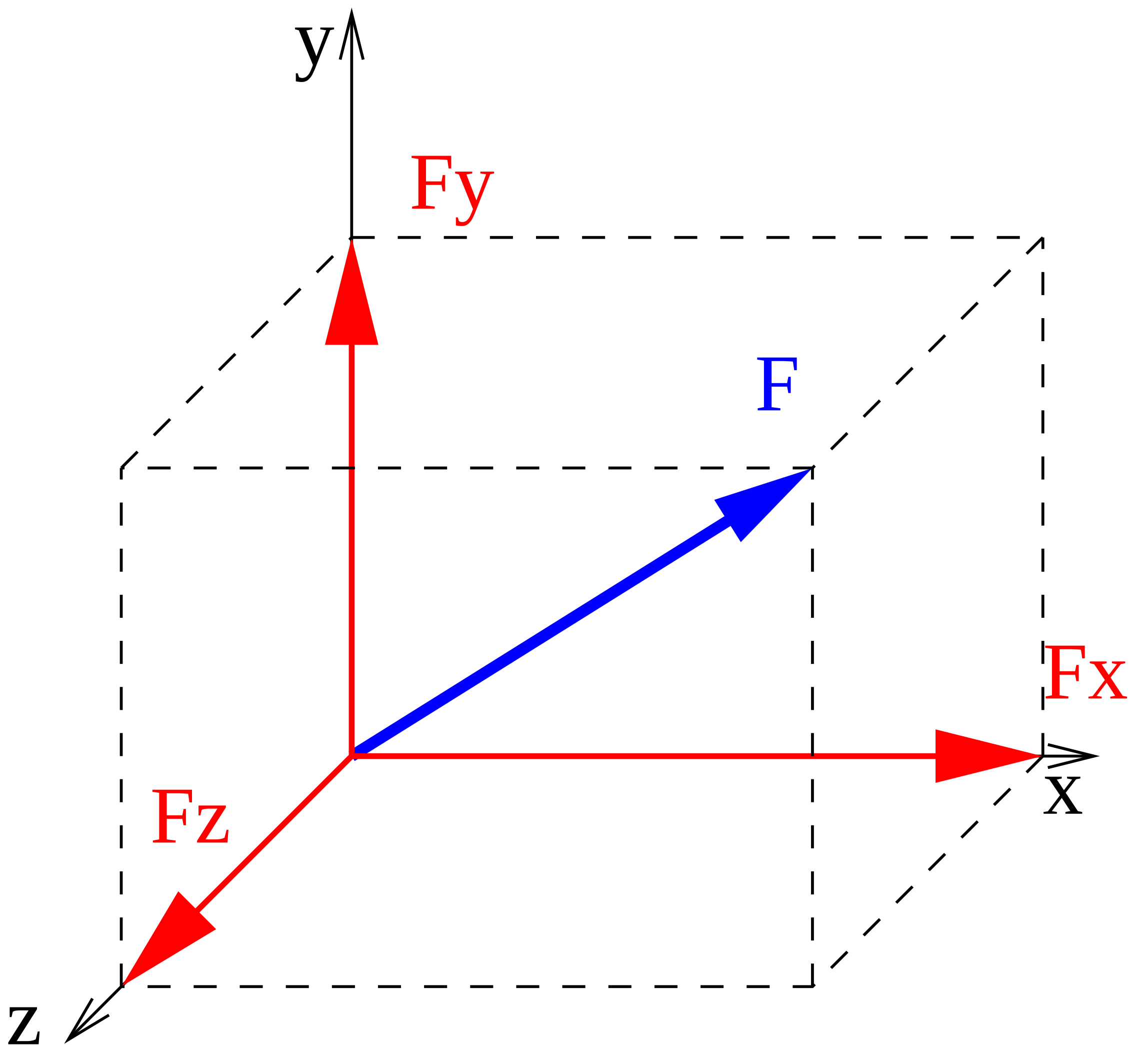
Základy stavební mechaniky

Prut v prostoru, kroucení, balkonový nosník

Jiří Brožovský

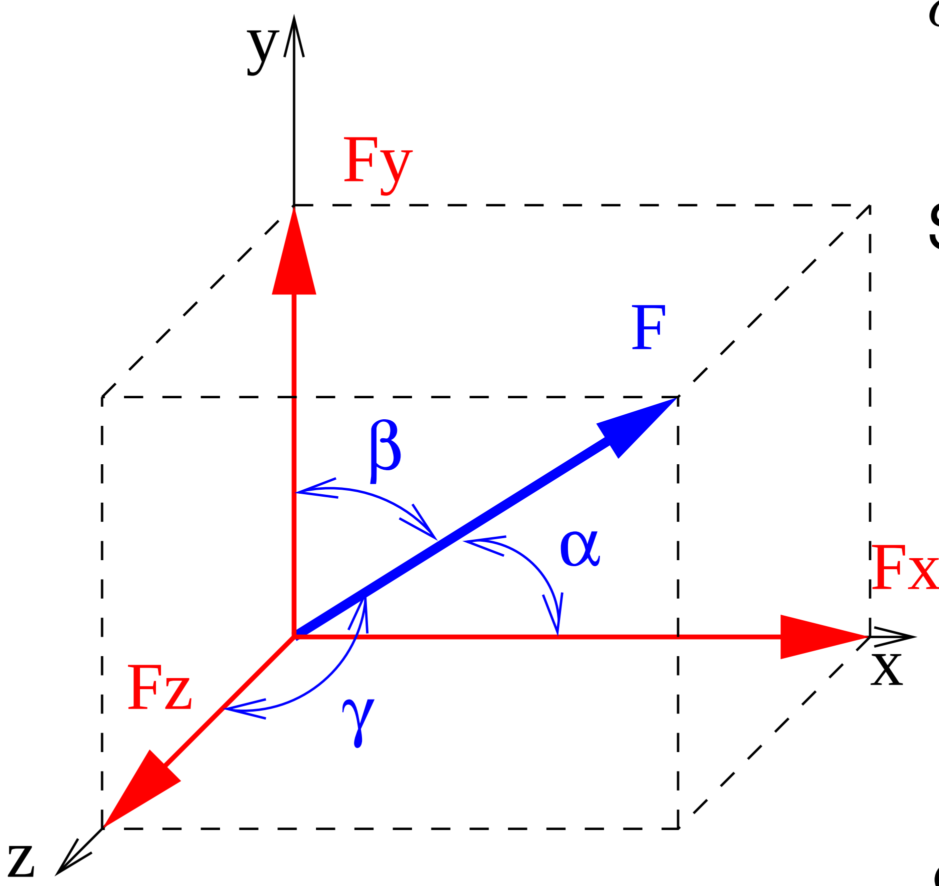
Kancelář: LP – H 406/3
Telefon: 597 321 321
E-mail: jiri.brozovsky@vsb.cz
WWW: http://fast10.vsb.cz/brozovsky

Síla v prostoru



$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2}$$

Síla v prostoru: směrové úhly



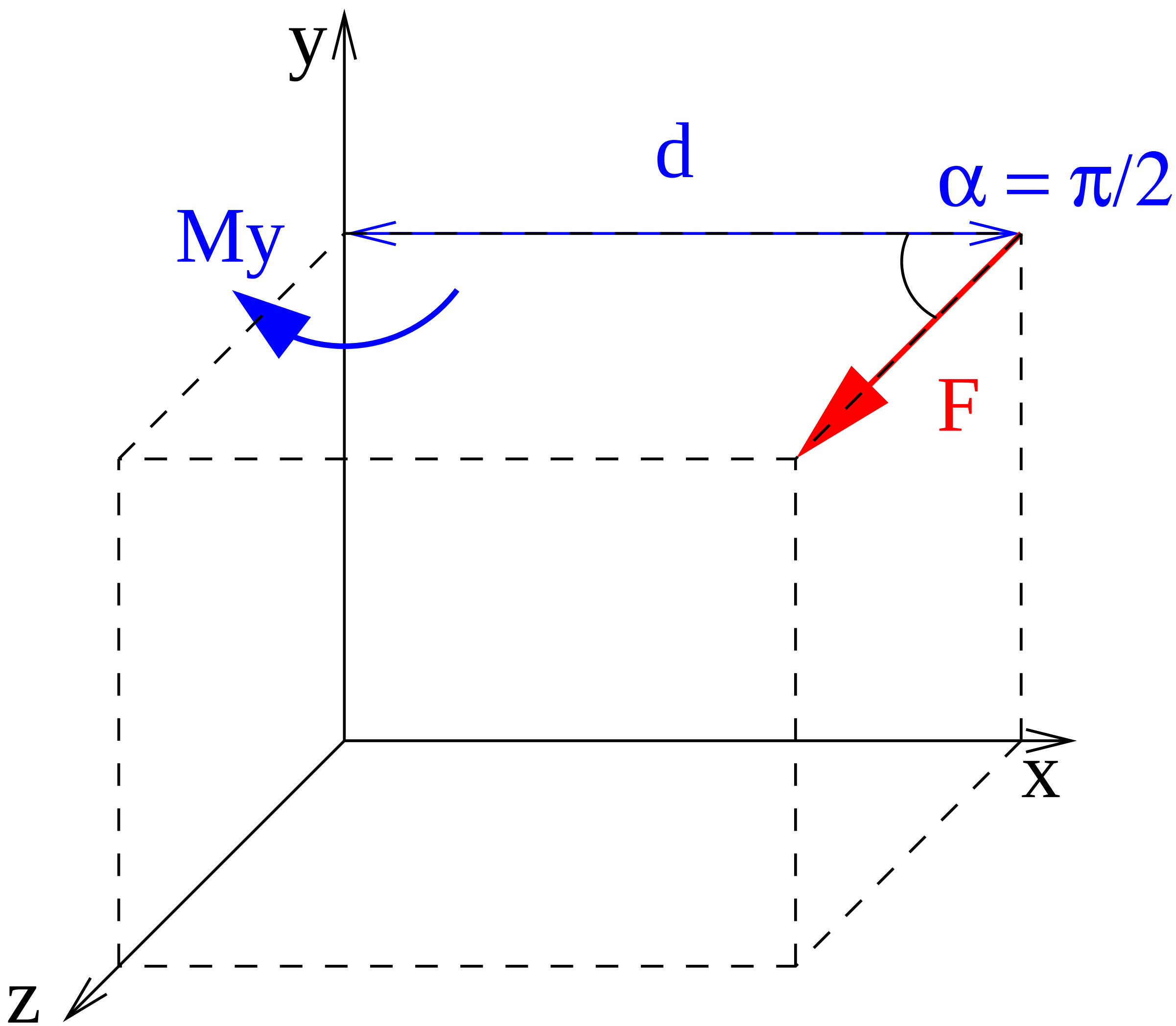
$\alpha, \beta, \gamma \ldots$ směrové úhly.

Směrové kosiny:

$$\cos\alpha = \frac{F_x}{F}$$
$$\cos\beta = \frac{F_y}{F}$$
$$\cos\gamma = \frac{F_z}{F}$$

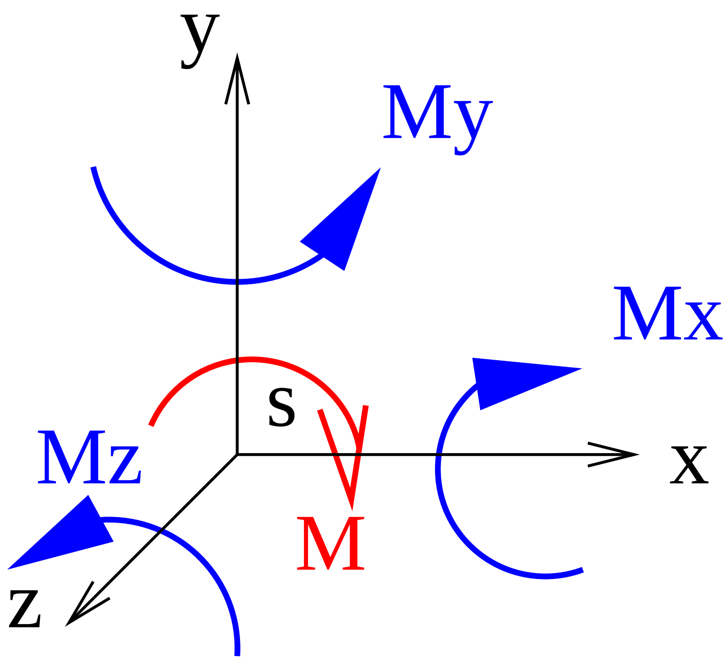
$$\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$$

Moment síly k bodu v prostoru (1)



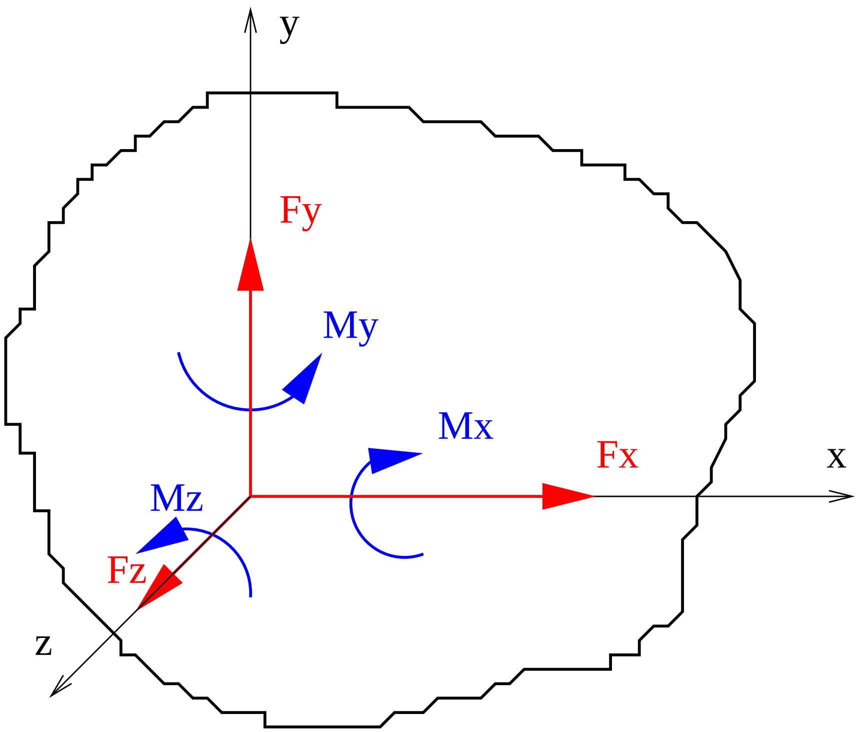
$$M = F \times d$$

Moment síly k bodu v prostoru (2)



$$M_o = \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + M_z^2}$$

Obecná prostorová soustava sil (1)



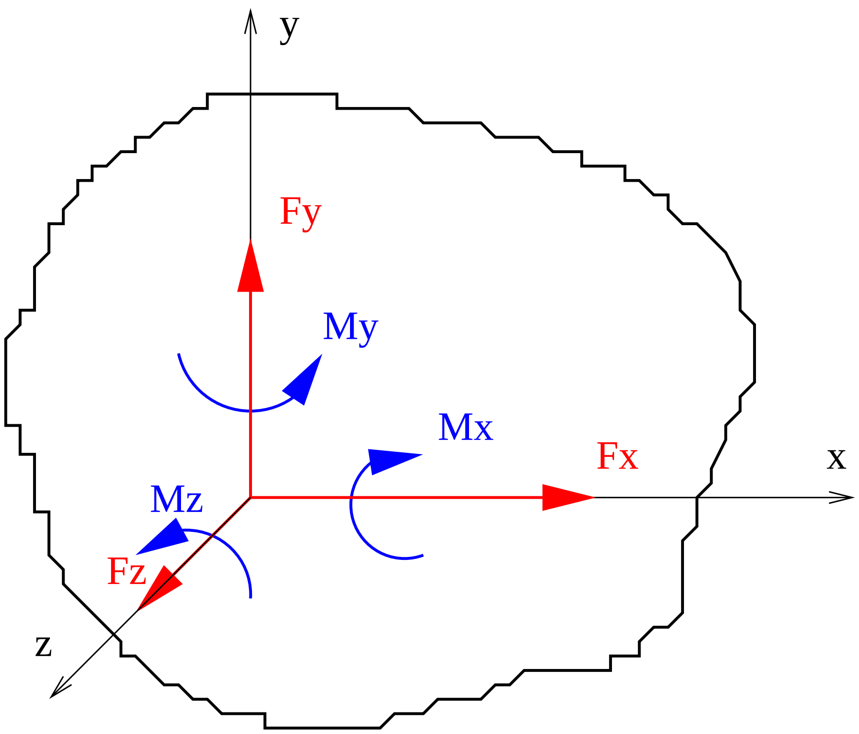
- Rozložíme síly do směrů x, y, z
- Stanovíme výslednice F_{ix}, F_{iy}, F_{iz}
- $F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2}$
- Směrové kosiny:

$$\cos\alpha = \frac{F_x}{F}$$

$$\cos\beta = \frac{F_y}{F}$$

$$\cos\gamma = \frac{F_z}{F}$$

Obecná prostorová soustava sil (2)

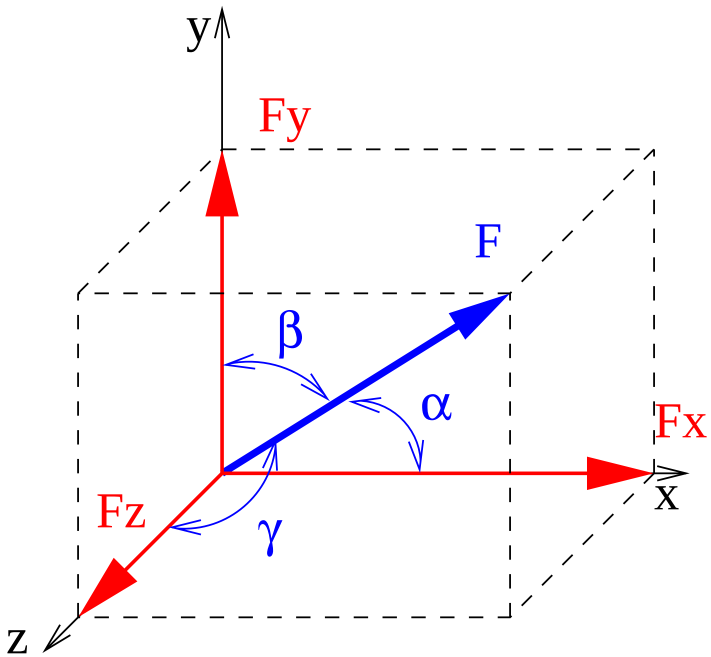


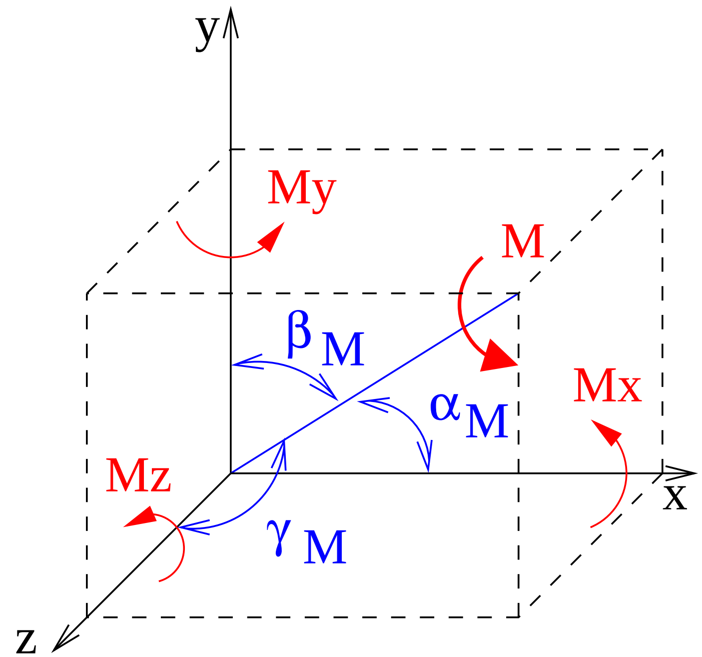
- Stanovíme výslednice M_{ix}, M_{iy}, M_{iz}
- $M = \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + M_z^2}$
- Směrové kosiny:

$$\cos\alpha_M = \frac{M_x}{M}$$
$$\cos\beta_M = \frac{M_y}{M}$$
$$\cos\gamma_M = \frac{M_z}{M}$$

Obecná prostor. soustava sil (3)

Výslednice: **bivektor** M, F.



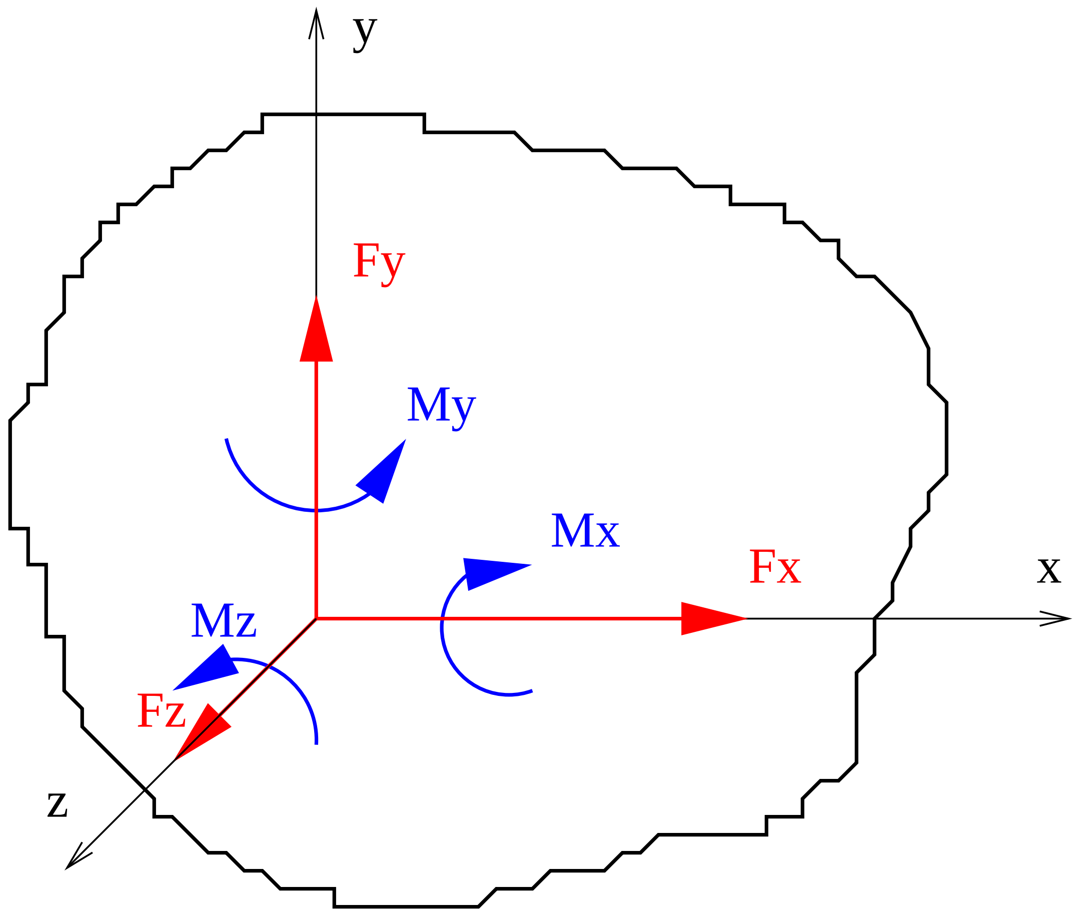


Úhel mezi F a M:

$$\cos\psi = \cos\alpha \times \cos\alpha_M + \cos\beta \times \cos\beta_M + \cos\gamma \times \cos\gamma_M$$

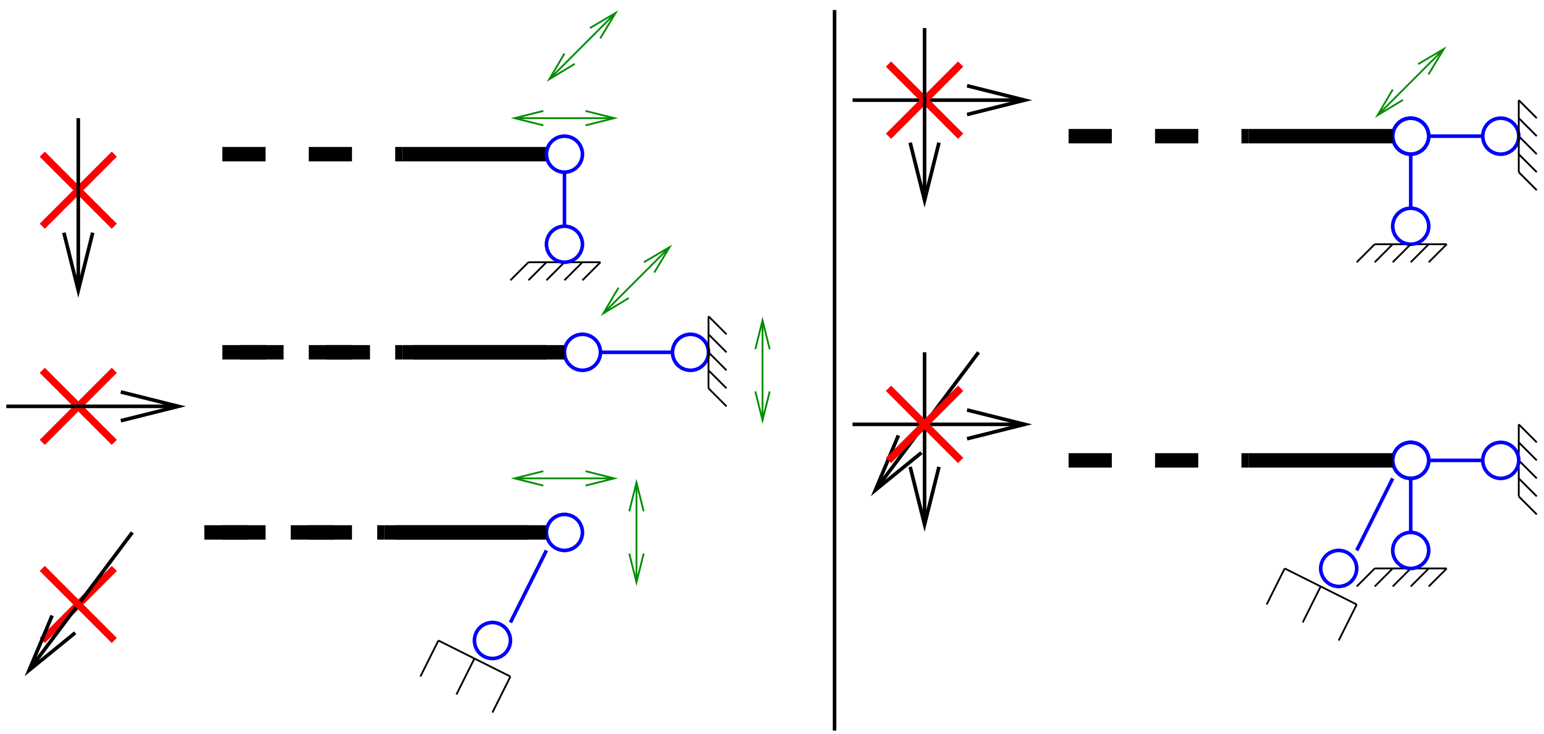
Podmínky rovnováhy soustavy sil v prostoru

$$\sum F_{i,x} = 0$$
$$\sum F_{i,y} = 0$$
$$\sum F_{i,z} = 0$$
$$\sum M_{i,x} = 0$$
$$\sum M_{i,y} = 0$$
$$\sum M_{i,z} = 0$$



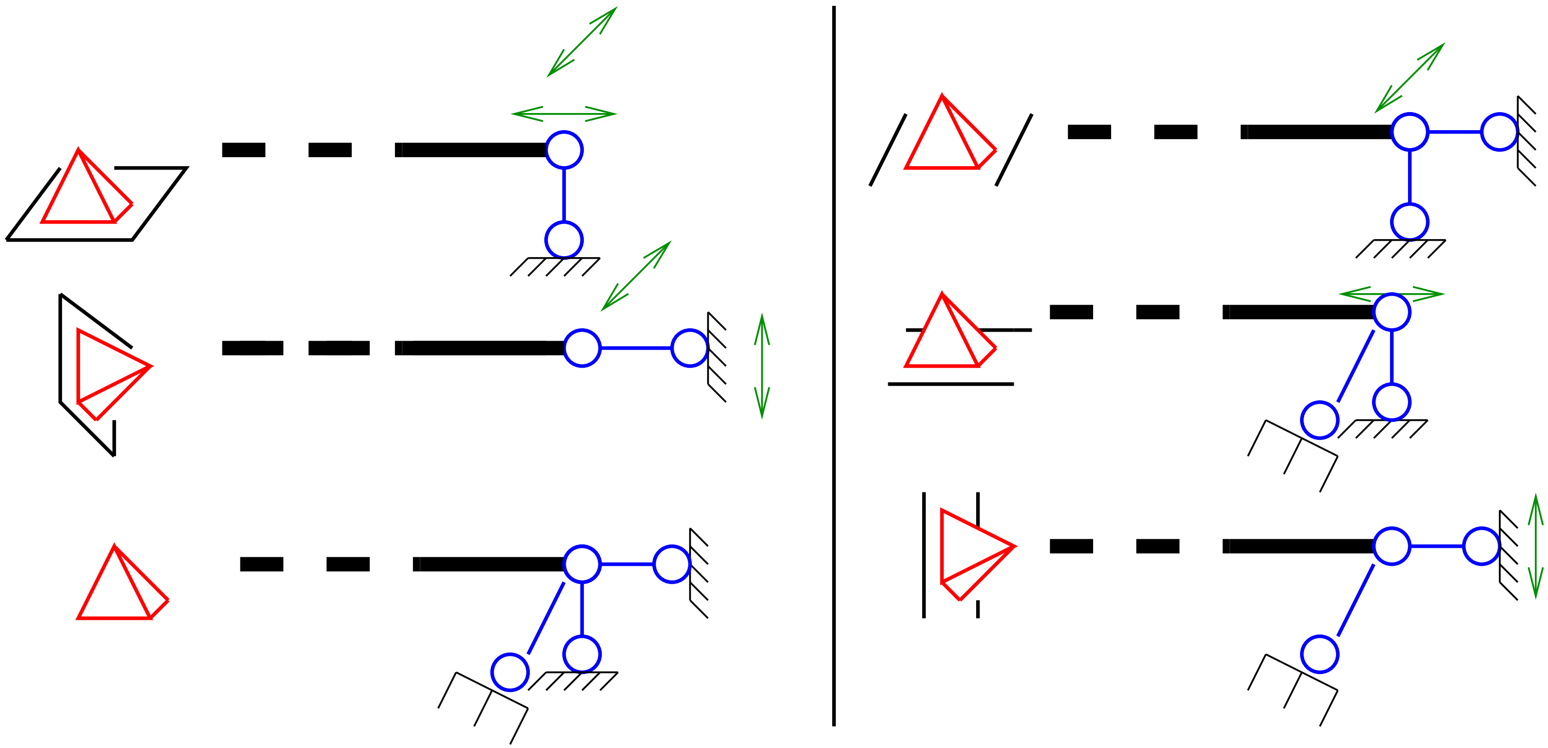
Opakování: vnější vazby

Vazba proti **posunu** v daném směru:

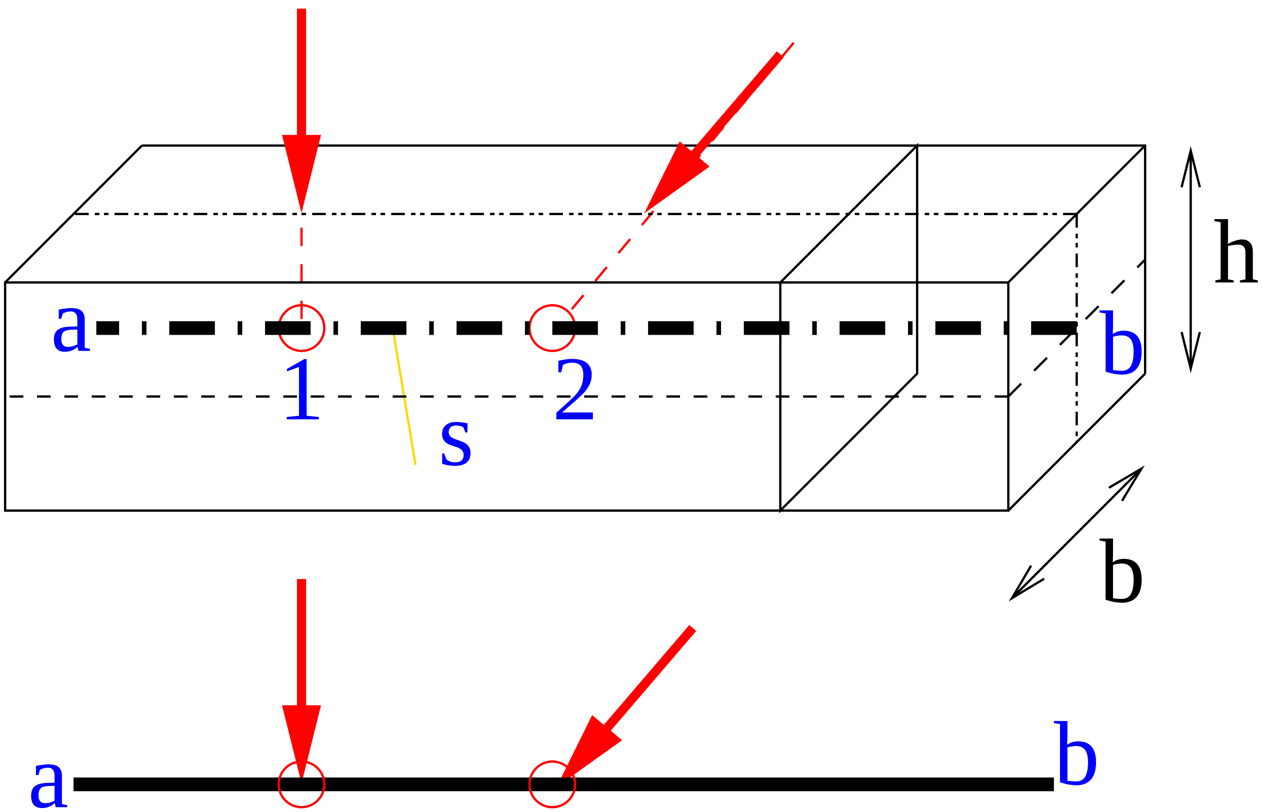


Vnější vazby: alternativní znázornění pro 3D

Vazba proti **posunu** v daném směru (posuvné a pevné klouby):

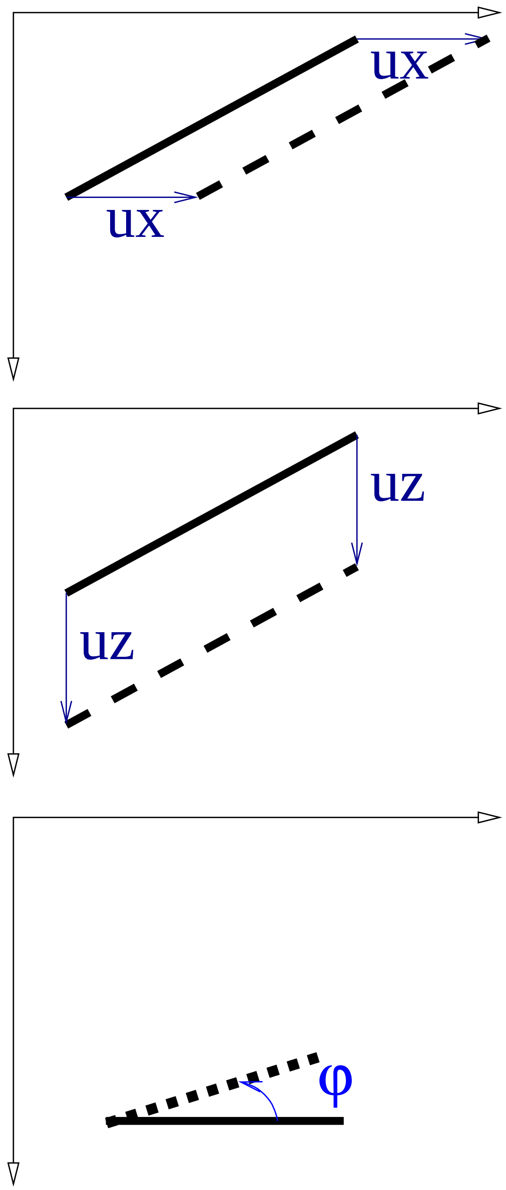


Prut – geometrický popis



- s - řídící čára (**střednice**, u přímého prutu také **osa prutu**)
- b, h – šířka a výška **průřezu prutu**
- 1, 2 – **působiště sil**

Pohybové možnosti prutu



Až do konce semestru budeme pokládat prut za **dokonale tuhé těleso**.

- posun prutu (u)
- pootočení prutu (φ)
- v rovině 3 možnosti („stupně volnosti“):

  u_x, u_z, φ_y
- v prostoru 6 možností:

  u_x, u_y, u_z, φ_x, φ_y, φ_z

Stupeň statické neurčitosti

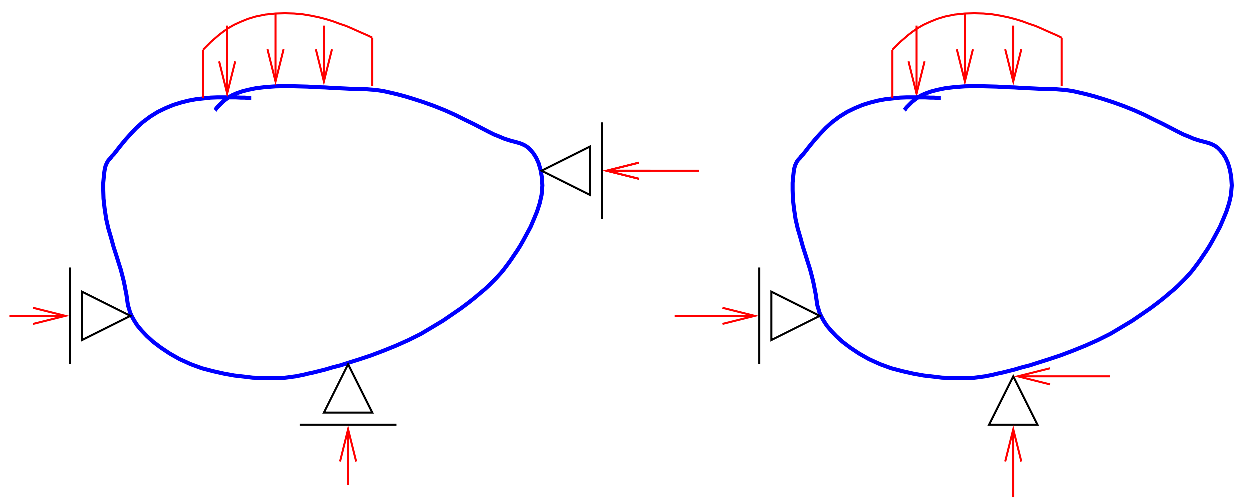
$$S_n = v - 6 + 6 \times u - k$$

v ... počet stupňů volnosti odebraný vazbami

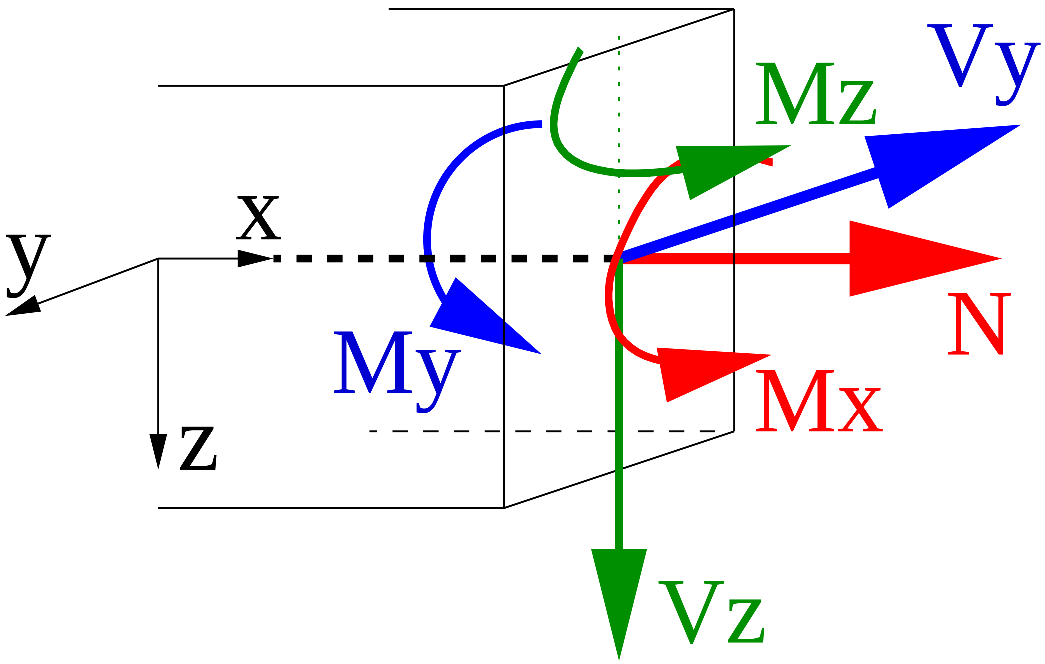
6 ... počet podmínek rovnováhy **v prostoru**

u ... počet uzavřených částí

k ... počet stupňů volnosti přidaných klouby



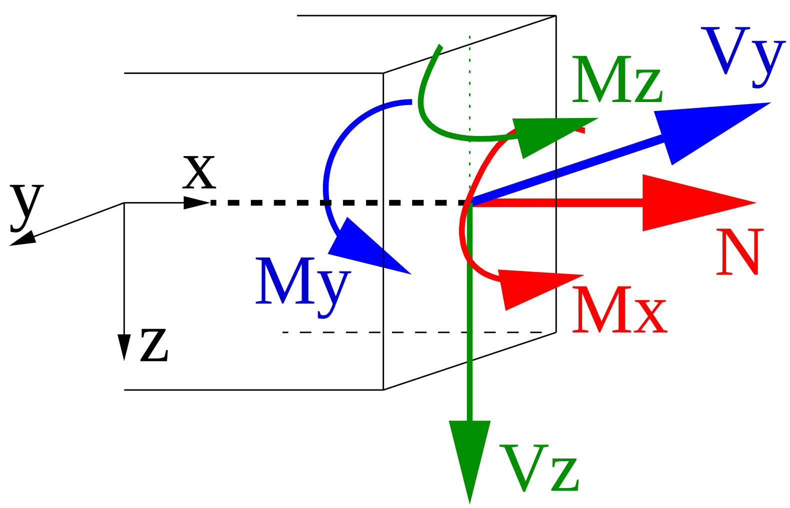
Prostorový nosník – vnitřní síly



- N . . . normálová síla
- Vy, Vz . . . posouvající síly
- Mx . . . krouticí moment
- My, Mz . . . ohybové momenty

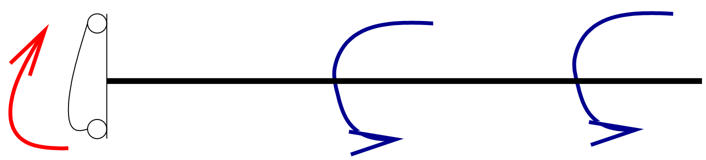
Celkem 3 síly a 3 momenty.

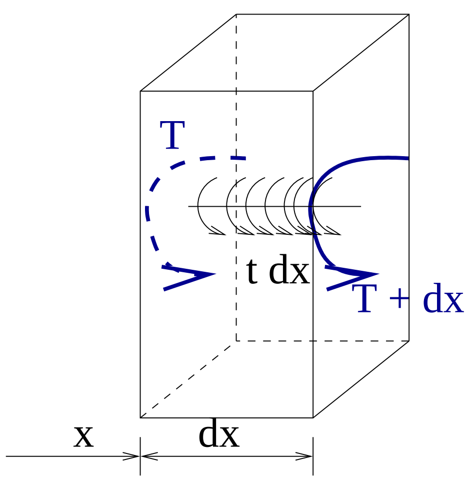
Prostorový nosník – výpočet vnitřních sil



- Normálové účinky vyřešíme jako u nosníku v rovině
- Příčné zatížení rozložíme do rovin xy, xz
- Vz, My vyřešíme v rovině xz
- Vy, Mz vyřešíme v rovině xy
- Mx (krouticí momenty) vyřešíme samostatně

Kroucení nosníku





- vnitřní síla – krouticí moment **T**
- výpočet reakce z podmínky:

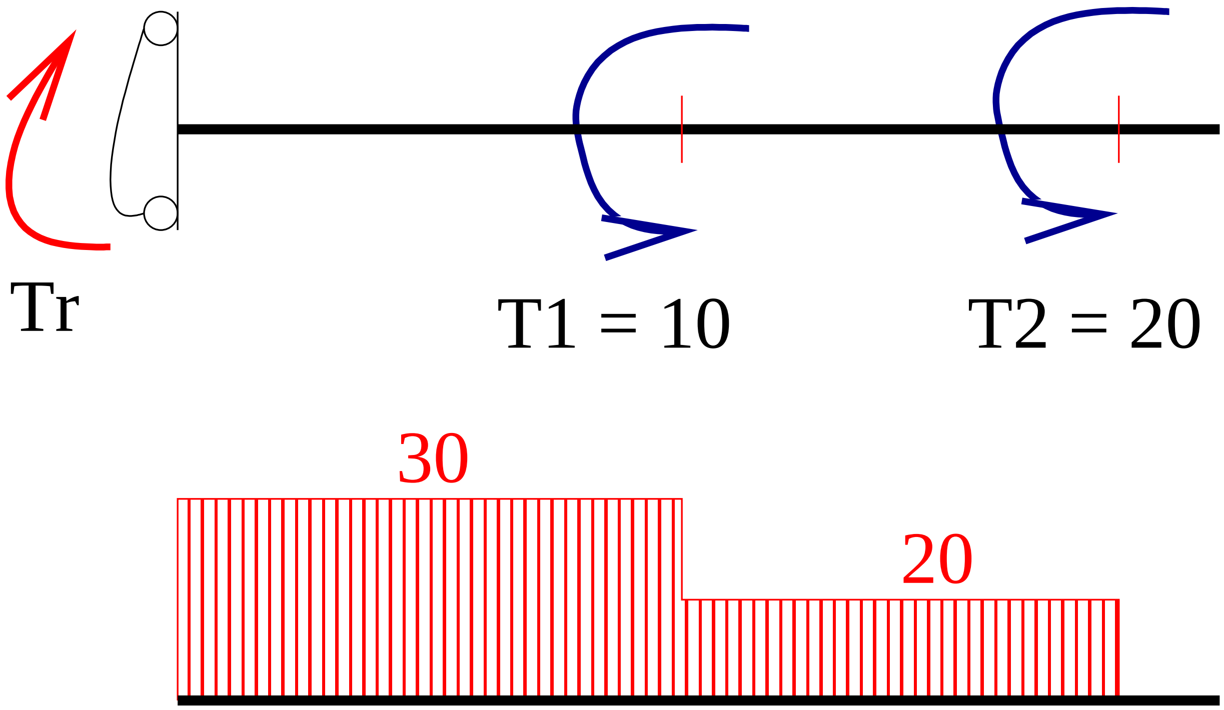
$$\sum_{i=1}^{n} T_i = 0$$

- diferenciální podmínka rovnováhy:

$$-T + (T + dT) + t\ dt = 0$$

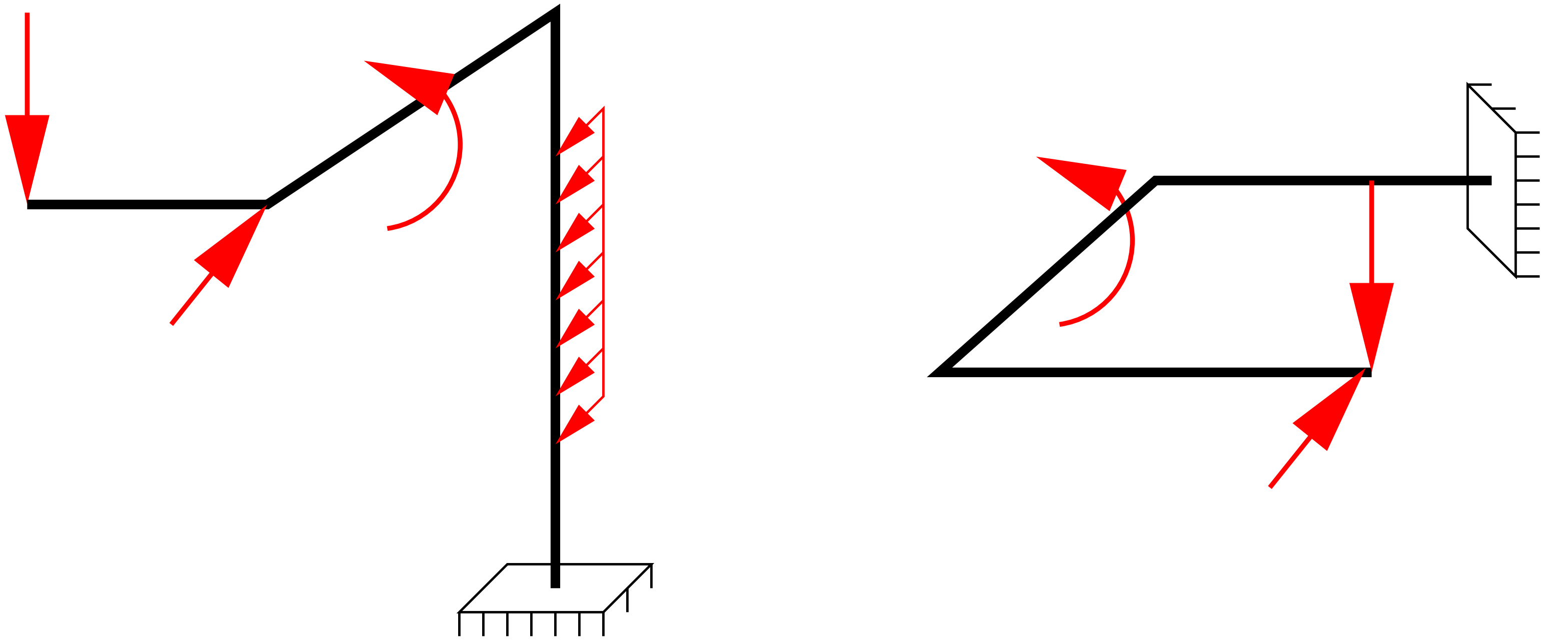
$$\frac{dT}{dx} = -t$$

Kroucení nosníku – příklad



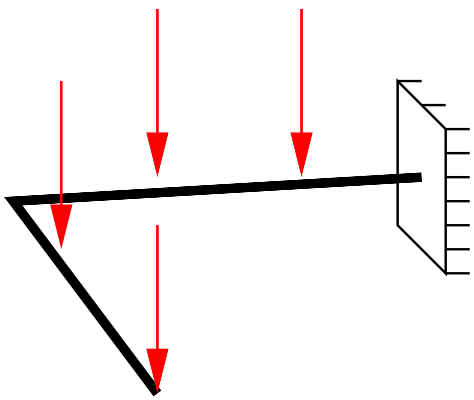
$$\sum T = T_r - 10 - 20 = 0 \Rightarrow T_r = 30kN\ m$$

Prostorový nosník



Vnitřní síly: N, V_y, V_z, M_x, M_y, M_z

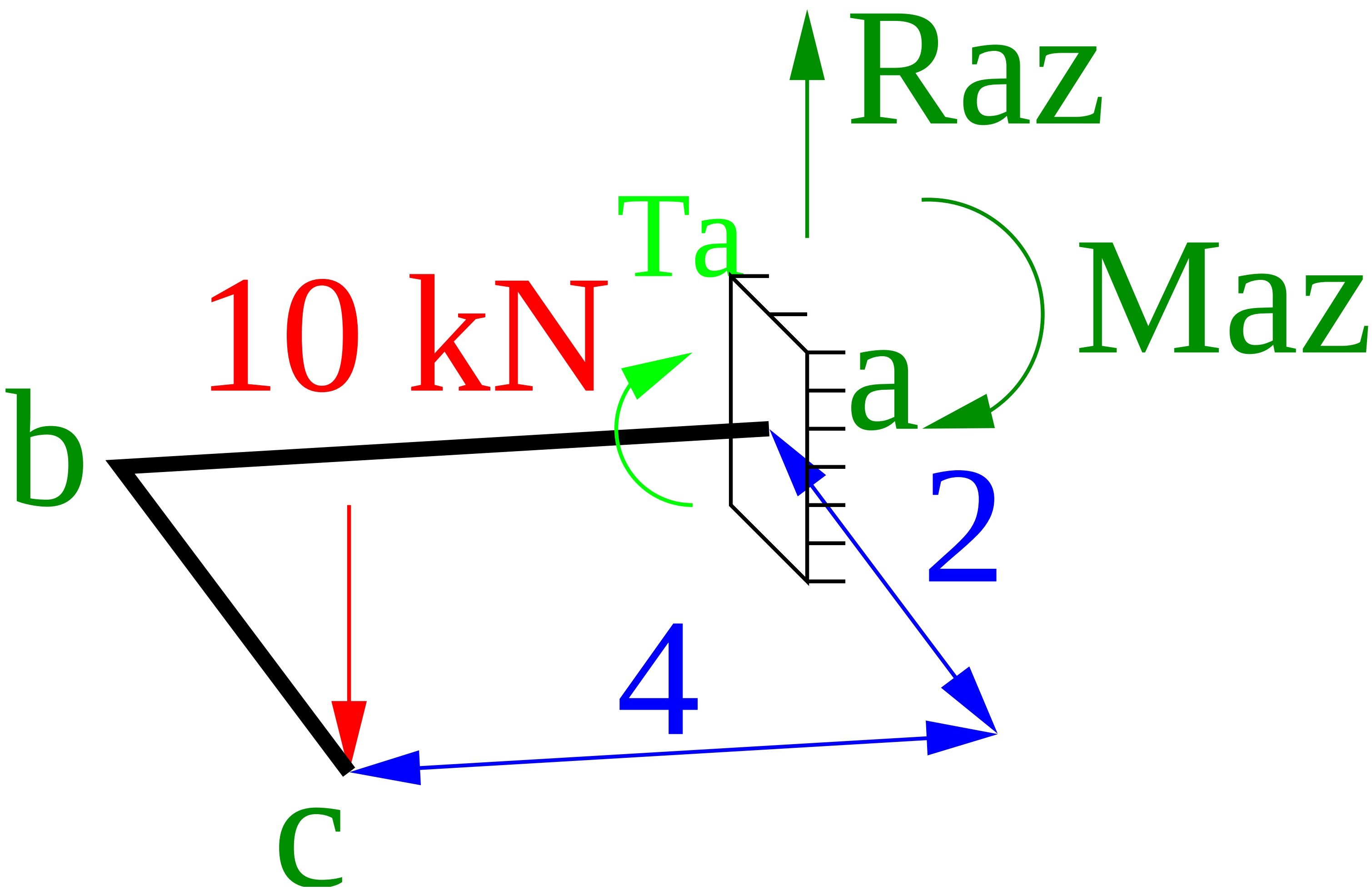
Rovinně lomený a zatížený nosník („balkonový nosník“)



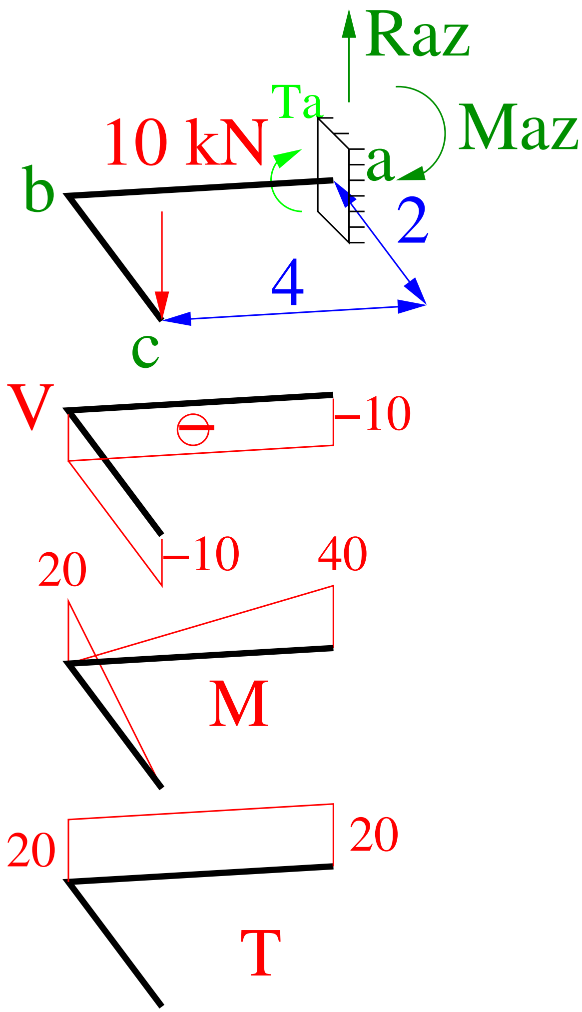
- zvláštní případ prostorově zatíženého nosníku

- vnitřní síly: V, M, T (= M$_x$)

Balkonový nosník – příklad (1)



Balkonový nosník – příklad (2)



$$R_{a,z} = 10kN(\uparrow)$$

$$T_a = 10 \times 2 = 20kNm$$

$$M_a = 10 \times 4 = 40kNm$$