ÚVOD DO FUNKCIONÁLNÍ ANALÝZY

Prostory (nad $\mathbb{R}$)

1. Vektorový (lineární) prostor ... $(X, +, \cdot)$.
Vektorový podprostor. Lineárně nezávislá (resp závislá) množina. Dimenze. Lineární obal. Báze.

2. Metrický prostor ... (X, ϱ).
Konvergence posloupnosti. Cauchyovská posloupnost. Úplný metrický prostor. Banachova věta o pevném bodě.

3. Normovaný lineární prostor ... $(X, +, \cdot, \| \cdot \|)$.
Banachův prostor. Izomorfní a izometricky izomorfní prostory. Ekvivalentní normy. Věta o izomorfismu $NLP\ X$ dimenze n s $\mathbb{R}^n$ a její důsledky. Hustá podmnožina. Věta o zúplnění.

4. Prostor se skalárním součinem ... $(X, +, \cdot, (\cdot, \cdot))$.
Hilbertův prostor. Cauchy – Schwartz – Buňakovského nerovnost. Rovnoběžníkové pravidlo. Ortogonální a ortonormální systémy. Věta o aproximaci. Besselova nerovnost. Fourierova řada. Parselvalova rovnost. Ortonormální báze. Schmidtův ortonormalizační proces. Separabilní prostor. Věta o existenci báze. Riesz – Fischerova věta.

Operátory v normovaných lineárních prostorech

5. Spojitá lineární zobrazení.
Omezená lineární zobrazení. Prostory $L(X, Y)$ a X^*. Věta o ortogonální projekci v Hilbertovém prostoru. Rieszova věta o reprezentaci. Reflexivní prostory. Hahn–Banachova věta a její důsledky. Slabá (a silná) konvergence. Eberlein–Šmuljanova věta. Princip stejnoměrné omezenosti. Banach–Steinhausova věta.

6. Diferenciální počet v normovaných lineárních prostorech.
Derivace ve směru. Gâteauxův diferenciál. Gâteauxova (slabá) derivace. Fréchetův (totální) diferenciál. Fréchetova (silná) derivace. Věta o derivaci složeného zobrazení. Postačující podmínka existence Fréchetovy derivace. Lokální extrémy. Eulerova nutná podmínka existence lokálního extrému. Fréchetovy derivace vyšších řádů. Lagrangeova postačující podmínka existence lokálního extrému.