

Matematická analýza I.

Varianta: AAA

Čas: 100 minut

Hodnocení: každý příklad bude oceněn nejvýše 10 body

(1) Vypočtěte

$$\lim \left(\sqrt{n^2 - 1} - \sqrt{3n^2 + 1} \right).$$

(2) Vypočtěte

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \cos^3 x \, dx.$$

(3) Určete intervaly ryzí monotonie funkce

$$f(x) \stackrel{\text{def.}}{=} e^{2x^3 + 3x^2 - 12x + 2}.$$

(4) Určete Taylorův polynom 2. řádu funkce

$$f(x) \stackrel{\text{def.}}{=} \operatorname{tg} x$$

v bodě $x_0 = \frac{\pi}{4}$.

(5) Vypočtěte (pomocí určitého integrálu) obsah plochy

$$\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq y \leq x \ln x \wedge 1 \leq x \leq e\}.$$

(6) Doplňte definici:

Řekneme, že funkce f má v bodě $x_0 \in \mathbb{R}$ lokální minimum, platí-li:

...

(7) Z následujících tvrzení jsou právě dvě pravdivá. Která?

- a) Je-li funkce prostá, není ryze monotónní.
- b) $f'(x) \in \mathbb{R} \Rightarrow f$ je spojitá v bodě x .
- c) Je-li $f'(x) = 0$ a současně $f''(x) = 4$, má f v bodě x ostré lokální minimum.
- d) Každá monotónní posloupnost má konečnou limitu.
- e) Funkce $f(x) \stackrel{\text{def.}}{=} \frac{\sin(2x)}{x}$ má svislou asymptotu $x = 0$.