Projekty z matematické analýzy I pro IT

Projekt bude čitelně a přehledně vypracován na papírech formátu A4. V horní části každého odevzdaného listu budou následující údaje: Jméno studenta, identifikační číslo studenta, studijní skupina a číslo projektu.

Projekt číslo 1:

1. Vyšetřete průběh funkce f dané předpisem $f(x) = x^3 \mathrm{e}^{-x}$.
2. Mezi všemi rovnoramennými lichoběžníky vepsanými do daného půlkruhu o poloměru R tak, že jejich delší základna je průměr půlkruhu, vyberte ten, který má největší obsah. Určete rozměry lichoběžníka.

Projekt číslo 2:

1. Vyšetřete průběh funkce f dané předpisem $f(x) = \arcsin \dfrac{1+x}{1-x}$.
2. Z desky tvaru trojúhelníku, jehož základna je a, výška k základně je v, má být vyříznuta obdélníková deska maximálního obsahu, přičemž jedna strana obdélníku je částí základny. Určete rozměry obdélníku.

Projekt číslo 3:

1. Vyšetřete průběh funkce f dané předpisem $f(x) = x + \operatorname{arccotg}(2x)$.
2. Určete rozměry parního kotle tvaru válce tak, aby při daném objemu bylo ochlazování páry ve válci nejmenší, tj. aby povrch válce byl minimální.

Projekt číslo 4:

1. Vyšetřete průběh funkce f dané předpisem $f(x) = \sin x - \ln(\sin x)$.
2. Půdorys divadelního jeviště je sjednocením obdélníku a půlkruhu. Obvod půdorysu je 40 m. Určete rozměry půdorysu, víte-li, že byly stanoveny tak, aby obsah půdorysu jeviště byl co největší.

Projekt číslo 5:

1. Vyšetřete průběh funkce f dané předpisem $f(x) = \arccos x + \sqrt{1-x^2}$.
2. Z obdélníkového plechu o velikosti 80 cm krát 50 cm se má po odstřižení stejně velkých čtverců v rozích plechu vyrobit krabice bez víka. Jak velké čtverce je třeba odstřihnout, aby vzniklá krabice měla maximální objem, a jak velký bude tento objem?

Projekt číslo 6:

1. Vyšetřete průběh funkce f dané předpisem $f(x) = \mathrm{e}^{\operatorname{tg} x}$.
2. Na přímce o rovnici $y = 3x + 1$ najděte bod, který je nejblíže bodu $[8, -5]$.

Projekt číslo 7:

1. Vyšetřete průběh funkce f dané předpisem $f(x) = x + \ln(\cos x)$.
2. Na elipse o rovnici $\frac{x^2}{18} + \frac{y^2}{8} = 1$ najděte takový bod, aby tečna elipsy v něm sestrojená vytvářela spolu s osami souřadnic trojúhelník nejmenšího obsahu.

Projekt číslo 8:

1. Vyšetřete průběh funkce f dané předpisem $f(x) = \dfrac{\ln(x^2)}{x}$.
2. Na parabole o rovnici $y = 3x + x^2$ najděte bod, který je nejblíže bodu $[9, 9]$

Projekt číslo 9:

1. Vyšetřete průběh funkce f dané předpisem $f(x) = \dfrac{\ln x}{\sqrt{x}}$.
2. Do rotačního kužele o poloměru podstavy R a výšce h vepište rotační válec, který má největší obsah pláště (bez podstav).

Projekt číslo 10:

1. Vyšetřete průběh funkce f dané předpisem $f(x) = \dfrac{x^2}{\ln x}$.
2. Do elipsy o poloosách a, b vepište obdélník největšího obsahu.

Projekt číslo 11:

1. Vyšetřete průběh funkce f dané předpisem $f(x) = \dfrac{\sin x}{2 - \cos x}$.
2. Vrcholem $[0, -3]$ elipsy $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ veďte tětivu, která má největší délku.

Projekt číslo 12:

1. Vyšetřete průběh funkce f dané předpisem $f(x) = \dfrac{x^4}{(x-1)^3}$.
2. Mezi všemi rovnoramennými trojúhelníky daného obvodu $2s$ vyberte ten, jehož rotací kolem jeho osy vznikne těleso největšího objemu.

Projekt číslo 13:

1. Vyšetřete průběh funkce f dané předpisem $f(x) = \dfrac{x^3}{2(x+1)^2}$.
2. Jak zvolit poloměr r podstavy a výšku v rotačního válce vepsaného do rotačního kužele s poloměrem podstavy $a = 9cm$ a výškou $h = 12cm$, aby objem válce byl maximální? Jaký bude tento objem?

Projekt číslo 14:

1. Vyšetřete průběh funkce f dané předpisem $f(x) = \dfrac{(x+1)^3}{(x-1)^2}$.

2. Drát, jehož délka je a cm, rozdělte na dvě části tak, aby součet obsahů kruhu a čtverce, jejichž obvody jsou vymodelovány z těchto dvou částí drátu, byl co nejmenší.

Projekt číslo 15:

1. Vyšetřete průběh funkce f dané předpisem $f(x) = \mathrm{e}^{\frac{1}{x}} - x$.

2. Válcové nádoby s objemem 20 litrů se budou vyrábět z dvojího plechu: na obě podstavy válce se užije materiál dvakrát dražší než na jeho plášť. Jak se má zvolit poměr výšky h válce a poloměru r jeho podstav, aby cena celé nádoby byla co nejmenší? Stojí-li 1 m^2 materiálu užitého na plášť 360 Kč, kolik bude stát materiál na celou nádobu?

Projekt číslo 16:

1. Vyšetřete průběh funkce f dané předpisem $f(x) = \sqrt[3]{x^3 - 8}$.

2. Najděte kladná čísla a, b tak, aby body $A = [a, 0]$, $B = [0, b]$, $C = [2, 4]$ ležely na jedné přímce a aby vzdálenost bodů A a B byla minimální. Vypočtěte tuto vzdálenost.

Projekt číslo 17:

1. Vyšetřete průběh funkce f dané předpisem $f(x) = \sqrt[3]{(x+1)^2} - \sqrt[3]{(x-1)^2}$.

2. Máme určit rozměry plechové konzervy tvaru rotačního válce daného objemu 1 litr, abychom na výrobu spotřebovali co nejméně plechu.

Projekt číslo 18:

1. Vyšetřete průběh funkce f dané předpisem $f(x) = \ln \cos x$.

2. Mezi všemi okny daného obvodu a, která mají tvar sjednocení obdélníka a půlkruhu sestrojeného nad jednou jeho stranou, vyberte to, které má největší obsah.

Projekt číslo 19:

1. Vyšetřete průběh funkce f dané předpisem $f(x) = \sqrt{x^4 - x^2}$.

2. Jak velké čtverce je nutné vystřihnout z rohů obdélníkového kartonu o rozměrech 90 cm krát 42 cm, aby otevřená krabice složená ze zbytku kartonu měla největší objem?

Projekt číslo 20:

1. Vyšetřete průběh funkce f dané předpisem $f(x) = \sqrt[3]{x^2} \cdot \mathrm{e}^{-x}$.

2. Na parabole o rovnici $y = 6x - x^2$ najděte bod, který je nejblíže bodu $[-11, 8]$

Projekt číslo 21:

1. Vyšetřete průběh funkce f dané předpisem $f(x) = \dfrac{x^3}{4-x^2}$.
2. Je dán kruh o poloměru s. Z kruhové výseče o středovém úhlu velikosti α je svinut kuželový filtr. Rozhodněte, jak je třeba zvolit α, aby tento filtr měl maximální objem.

Projekt číslo 22:

1. Vyšetřete průběh funkce f dané předpisem $f(x) = \ln(4 - x^2)$.
2. Jaké mají být rozměry pravoúhlého bazénu se čtvercovým dnem a objemem 108 m^2, má-li se při vydlaždičkování dna plus stěn spotřebovat co nejméně dlaždiček?

Projekt číslo 23:

1. Vyšetřete průběh funkce f dané předpisem $f(x) = \ln(x^2 + 1)$.
2. Nedaleko města A vede železniční trať (mající tvar přímky) do města B. Pod jakým úhlem k železniční trati je třeba z města A vybudovat (přímou) silniční přípojku, aby doprava z města A do města B (po silnici a dále po železnici) byla co nejlevnější, jestliže doprava po silnici je dvakrát dražší než po železnici?

Projekt číslo 24:

1. Vyšetřete průběh funkce f dané předpisem $f(x) = x^2 \mathrm{e}^{\frac{1}{x}}$.
2. Z města B vyjíždí po přímočaré železniční trati do města A vzdáleného 100 km rychlostí 120 km/h rychlík. Ve stejném okamžiku vyjíždí z města A po přímé silnici do města C vzdáleného 200 km rychlostí 90 km/h automobil. Velikost úhlu BAC je 30°. Za jak dlouho bude vzdálenost rychlíku od automobilu nejmenší (a čemu se bude rovnat)?

Projekt číslo 25:

1. Vyšetřete průběh funkce f dané předpisem $f(x) = \dfrac{2x+3}{(x+1)^2}$.
2. Mezi všemi rotačními válci s povrchem $S = 600\pi\ cm^2$ najděte ten, který má největší objem (určete jeho rozměry).