

DOMÁCÍ ÚKOL Č. 1

Dokažte matematickou indukcí:

(1) $\forall n \in \mathbb{N} : 1 + 5 + 5^2 + 5^3 + \dots + 5^n = \frac{5^{n+1}-1}{4};$

(2) $\forall n \in \mathbb{N} : 3^n \geq 1 + 2n.$

Určete (existují-li) $\min M$, $\max M$, $\sup M$ a $\inf M$, je-li:

(1) $M = \{x \in \mathbb{R} : x^2 + 5x - 24 \geq 0 \wedge x > -10\};$

(2) $M = \{x \in \mathbb{R} : \cos\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1}{2}\}.$

Vyřešte v \mathbb{R} :

(1) $\sin(2x) < \cos x;$

(2) $\frac{x-3}{x-1} \leq |x+1|.$

Určete definiční obor funkce f definované předpisem:

(1) $f(x) := \sqrt{\ln(x^2 - |x|)};$

(2) $f(x) := \ln(-2x^2 + 3x + 2);$

Sestrojte graf funkce f definované předpisem:

(1) $f(x) := |-3x| - 2|x+1| - x;$

(2) $f(x) := |12 - 2x - 2x^2|.$