Čtvrtek 17.10. 2013 pokračování

Př: Zjistěte, zda je funkce sudá nebo lichá

a) $f(x) = \dfrac{2}{1+x^2}$ $\quad D_f = \mathbb{R}$

$$f(-x) = \frac{2}{1+(-x)^2} = \frac{2}{1+x^2} = f(x) \quad \forall x \in D_f$$

$\Rightarrow$ funkce $f$ je <u>sudá</u>

b) $f(x) = \dfrac{x-x^3}{x^2-4}$ $\quad D_f = \mathbb{R} - \{-2, 2\}$

$$f(-x) = \frac{(-x)-(-x)^3}{(-x)^2-4} = \frac{-x+x^3}{x^2-4} = \frac{-1(x-x^3)}{x^2-4} = -\frac{x-x^3}{x^2-4} = -f(x)$$

$\forall x \in D_f \quad \Rightarrow$ funkce $f$ je <u>lichá</u>

c) $f(x) = \sqrt{x+1}$

$x+1 \geq 0$

$x \geq -1$

$D_f = \langle -1, \infty) \Rightarrow$ není ani sudá ani lichá
(nemá $D_f$ symetrický podle počátku)

po zúžení na $D_f = \langle -1, 1 \rangle$

$f(-x) = \sqrt{-x+1}$

$x = 1 \qquad f(1) = \sqrt{2} \qquad f(1) \neq f(-1) \Rightarrow f$ není sudá

$\qquad\qquad f(-1) = 0 \qquad -f(1) \neq f(-1) \Rightarrow f$ není lichá

funkce $f$ není <u>ani sudá ani lichá</u>

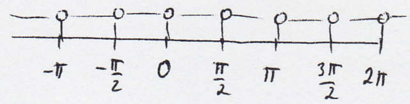
d) $f(x) = \dfrac{x+\sin x}{\operatorname{cotg} x}$

$x \neq k\pi, \ k \in \mathbb{Z}$

$\operatorname{cotg} x \neq 0 \Rightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, \ k \in \mathbb{Z}$

$\Big\}$ $x \neq k\frac{\pi}{2}, \ k \in \mathbb{Z}$

$D_f = \mathbb{R} \setminus \{ k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\}$




$D_f = \bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left(0 + k\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} + k\frac{\pi}{2}\right)$

$$f(-x) = \frac{-x+\sin(-x)}{\operatorname{cotg}(-x)} = \frac{-x-\sin x}{-\operatorname{cotg} x} = \frac{\cancel{(-1)}(x+\sin x)}{\cancel{(-1)}\cdot \operatorname{cotg} x} =$$

$$= \frac{x+\sin x}{\operatorname{cotg} x} = f(x) \quad \forall x \in D_f$$

$\Rightarrow$ funkce $f$ je <u>sudá</u>