

Matematika II - část I

Varianta 1

1. Integrujte dané funkce:

a) $\int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} dx$ b) $\int \frac{2x+6}{2x^2+3x+1} dx$ c) $\int \frac{dx}{x \ln x}$ d) $\int \frac{\cos(2x)}{\cos x - \sin x} dx$

e) $\int e^{2x+1} dx$ f) $\int \arcsin x dx$ g) $\int e^x \sin x dx$

2. Určete obsah rovinné plochy ohraničené osou x a grafem funkce:

$$y = x^3 - 10x^2 + 24x, \quad x \in \langle 1, 3 \rangle.$$

3. Určete délku rovinné křivky $y = \frac{x^2}{4} - \frac{\ln x}{2}$ pro $x \in \langle 1, e \rangle$.

Matematika II - část I

Varianta 2

1. Integrujte dané funkce:

a) $\int e^{\sqrt{x}} dx$ b) $\int \frac{1}{e^{2x} + e^x} dx$ c) $\int \ln x dx$ d) $\int \frac{\cos x}{\sqrt{\sin^5 x}} dx$

e) $\int \frac{1}{9+x^2} dx$ f) $\int x \cos x dx$ g) $\int \frac{1}{x^4+x^2} dx$

2. Určete objem tělesa vzniklého rotací plochy ohraničené křivkami:

$$y^2 = x, \quad y = x^2 \quad \text{kolem osy } x.$$

3. Určete délku rovinné křivky $y = \arcsin x + \sqrt{1-x^2}$ pro $x \in \langle 0, 1 \rangle$.

Matematika II - část I

Varianta 3

1. Integrujte dané funkce:

a) $\int \frac{x}{\sqrt{4-5x^2}} dx$ b) $\int \frac{4-5x}{(x-5)(x^2-4)} dx$ c) $\int \frac{\ln^2 x}{x} dx$ d) $\int \frac{2}{4+x^2} dx$

e) $\int \cos^2 x \sin^3 x dx$ f) $\int \frac{1}{2+\cos x} dx$ g) $\int (x^2+6x+3) \cos(2x) dx$

2. Určete obsah rovinné plochy ohraničené křivkami:

$$y = 2x - x^2, \quad x + y = 0.$$

3. Určete délku rovinné křivky $y = \frac{2+x^6}{8x^2}$ pro $x \in \langle 1, 2 \rangle$.

Matematika II - část I

Varianta 4

1. Integrujte dané funkce:

a) $\int \cos^3 x \sin x \, dx$ b) $\int x^3 \sqrt{x^2 + 2} \, dx$ c) $\int \frac{\sin(2x)}{\sqrt{1 + \cos^2 x}} \, dx$ d) $\int (3x + 5)^5 \, dx$
e) $\int \frac{x + 2}{1 - x^2} \, dx$ f) $\int \arcsin 3x \, dx$ g) $\int x^2 \ln x \, dx$

2. Určete obsah rovinné plochy ohraničené křivkami:

$$y = 4 - x^2, \quad y = 0.$$

3. Určete délku rovinné křivky $y = 2 \ln \frac{4}{4-x^2}$ pro $x \in \langle \frac{1}{2}, 1 \rangle$.

Matematika II - část I

Varianta 5

1. Integrujte dané funkce:

a) $\int \frac{\sin x}{(2 \cos x + 1)^2} \, dx$ b) $\int \frac{2^x}{\sqrt{1 - 4^x}} \, dx$ c) $\int \frac{3x^2 - 8}{(x - 5)(x^2 - 4)} \, dx$ d) $\int \cos(x - 1) \, dx$
e) $\int x^2 e^{-x} \, dx$ f) $\int 2x \arctan x \, dx$ g) $\int \frac{1 + \sqrt{\ln x}}{x} \, dx$

2. Určete objem tělesa vzniklého rotací plochy pod grafem funkce:

$$y = \arcsin x \quad \text{pro } x \in \langle 0, 1 \rangle, \quad \text{kolem osy } x.$$

3. Určete délku rovinné křivky $y = \ln(\sin x)$ pro $x \in \langle 1, 2 \rangle$.

Matematika II - část I

Varianta 6

1. Integrujte dané funkce:

a) $\int x(3 - x^2)^2 \, dx$ b) $\int \frac{3x^2 + 10x + 4}{(x - 5)(x^2 - 1)} \, dx$ c) $\int \frac{\sin x}{\cos^2 x + 9} \, dx$ d) $\int \frac{1}{\sqrt{4x - 1}} \, dx$
e) $\int x \sin(2x) \, dx$ f) $\int \frac{\sqrt{x}}{(\sqrt{x} + 1)^3} \, dx$ g) $\int x \ln x \, dx$

2. Určete obsah rovinné plochy ohraničené osou x , grafem funkce:

$$y = \ln\left(\frac{x}{2}\right), \quad \text{a přímkami } x = \frac{1}{2}, \quad x = 4.$$

3. Určete délku rovinné křivky $y = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ pro $x \in \langle 0, 3 \rangle$.

Matematika II - část I

Varianta 7

1. Integrujte dané funkce:

$$\begin{array}{llll} \text{a)} \int \frac{\cos(2x)}{\cos x - \sin x} dx & \text{b)} \int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx & \text{c)} \int x \ln(x+3) dx & \text{d)} \int \frac{13x-2}{(x-5)(x^2-4)} dx \\ \text{e)} \int \sqrt{\frac{\arcsin x}{1-x^2}} dx & \text{f)} \int \frac{\cos x}{\cos x - 1} dx & \text{g)} \int \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} dx & \end{array}$$

2. Určete objem tělesa vzniklého rotací plochy ohraničené křivkami:

$$y = \sin x, \quad x = 0, \quad x = \pi, \quad \text{kolem osy } x.$$

3. Určete délku rovinné křivky $y = \frac{x^2}{4} - \frac{\ln x}{2}$ pro $x \in \langle 2, 4 \rangle$.

Matematika II - část I

Varianta 8

1. Integrujte dané funkce:

$$\begin{array}{llll} \text{a)} \int x^2 e^x dx & \text{b)} \int \frac{1+\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}} dx & \text{c)} \int x(2x^2+1)^3 dx & \text{d)} \int e^{1-2x} dx \\ \text{e)} \int \frac{1}{x^3-4x} dx & \text{f)} \int \frac{1+\ln x}{x \ln x} dx & \text{g)} \int \frac{1}{\cos x - 2 \sin x + 3} dx & \end{array}$$

2. Určete obsah rovinné plochy ohraničené křivkami:

$$y = 4x, \quad y = x^2 + 2x - 3.$$

3. Určete délku rovinné křivky $y = \sqrt{9-x^2}$ pro $x \in \langle 0, \frac{\pi}{2} \rangle$.

Matematika II - část I

Varianta 9

1. Integrujte dané funkce:

$$\begin{array}{llll} \text{a)} \int \frac{e^{3x}}{e^{2x}-1} dx & \text{b)} \int \frac{1}{1+\sin x} dx & \text{c)} \int \frac{\arccos(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx & \text{d)} \int \sin(3x+2) dx \\ \text{e)} \int \sin x \cos^2 x dx & \text{f)} \int \frac{5x+12}{x^2+5x+6} dx & \text{g)} \int (x+1) \ln x dx & \end{array}$$

2. Určete objem tělesa vzniklého rotací plochy pod křivkou:

$$y = 3x^2 - 2x + 1 \quad \text{pro } x \in \langle -1, 2 \rangle \quad \text{kolem osy } x.$$

3. Určete délku rovinné křivky $y = \ln x$ pro $x \in \langle \sqrt{3}, \sqrt{8} \rangle$.

Matematika II - část I

Varianta 10

1. Integrujte dané funkce:

$$\begin{array}{llll} \text{a)} \int x^2 e^{x^3} dx & \text{b)} \int \arctan x dx & \text{c)} \int \frac{(1 + \ln x)^3}{x} dx & \text{d)} \int \frac{1 - 2 \sin x}{\cos^2 x} dx \\ \text{e)} \int \frac{2x}{(x-3)(x^2+9)} dx & \text{f)} \int e^x \sqrt[3]{e^x - 1} dx & \text{g)} \int \cos(x-1) dx & \end{array}$$

2. Určete obsah rovinné plochy ohraničené křivkami:

$$y = 0, \quad y = x^2 + 2x - 3.$$

3. Určete délku rovinné křivky $y = \ln(\sin x)$ pro $x \in \langle \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2} \rangle$.

Matematika II - část I

Varianta 11

1. Integrujte dané funkce:

$$\begin{array}{llll} \text{a)} \int \cos^3 x dx & \text{b)} \int \frac{(x+1)^2}{\sqrt{x}} dx & \text{c)} \int \sqrt{x} \ln x dx & \text{d)} \int \sin(2x-5) dx \\ \text{e)} \int (x+1)e^x dx & \text{f)} \int \frac{1}{\sin x - 2} dx & \text{g)} \int \frac{1-3x}{x^2-2x-8} dx & \end{array}$$

2. Určete objem tělesa vzniklého rotací plochy ohraničené křivkami:

$$y = \tan x, \quad y = 0, \quad x = \frac{\pi}{4}, \quad \text{kolem osy } x.$$

3. Určete délku rovinné křivky $y = \ln(1-x^2)$ pro $x \in \langle \frac{1}{4}, \frac{3}{4} \rangle$.

Matematika II - část I

Varianta 12

1. Integrujte dané funkce:

$$\begin{array}{llll} \text{a)} \int 2^{\sin x} \cos x dx & \text{b)} \int x e^{x^2} dx & \text{c)} \int x \operatorname{arccot} x dx & \text{d)} \int \frac{\sin x}{\sin x + \cos x + 1} dx \\ \text{e)} \int \tan^2 x dx & \text{f)} \int \frac{6-3x}{x^2-2x-8} dx & \text{g)} \int \frac{\sqrt{1+\ln x}}{x} dx & \end{array}$$

2. Určete obsah rovinné plochy ležící nad osou x , pod grafem funkce:

$$y = \sin x \cos x, \quad \text{a mezi hodnotami } x = 0, \quad x = \frac{\pi}{4}.$$

3. Určete délku rovinné křivky $y = 2 \ln \frac{4}{4-x^2}$ pro $x \in \langle 0, \frac{3}{2} \rangle$.

Matematika II - část I

Varianta 13

1. Integrujte dané funkce:

a) $\int x^2 \sin(2x) \, dx$ b) $\int \frac{1}{x(\sqrt[3]{x}+1)} \, dx$ c) $\int \frac{\ln x}{x^2} \, dx$ d) $\int \frac{1}{3-2x} \, dx$
e) $\int \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2} \, dx$ f) $\int \frac{\cos^2 x + 1}{\cos(2x) + 1} \, dx$ g) $\int \frac{1}{(x-1)(x^2-3x+2)} \, dx$

2. Určete objem tělesa vzniklého rotací plochy ohraničené grafem funkce:

$$y = x^{\frac{3}{2}}, \quad x \in \langle 0, 4 \rangle, \quad \text{kolem osy } x.$$

3. Určete délku rovinné křivky $y = \arcsin x + \sqrt{1-x^2}$ pro $x \in \langle -\frac{1}{2}, \frac{2}{3} \rangle$.

Matematika II - část I

Varianta 14

1. Integrujte dané funkce:

a) $\int \arctan(\sqrt{x}) \, dx$ b) $\int x^2(x^3+6)^3 \, dx$ c) $\int \frac{\cos(\ln x)}{x} \, dx$ d) $\int \frac{\cos(2x)}{\cos^2 x \sin^2 x} \, dx$
e) $\int \frac{12x}{(x-3)(x^2+9)} \, dx$ f) $\int e^{3x+7} \, dx$ g) $\int x \ln(x^2+1) \, dx$

2. Určete obsah rovinné plochy ohraničené křivkami:

$$y = x^3, \quad y = 8, \quad x = 0.$$

3. Určete délku rovinné křivky $y = 1 - \ln(\cos x)$ pro $x \in \langle 0, \frac{\pi}{4} \rangle$.

Matematika II - část I

Varianta 15

1. Integrujte dané funkce:

a) $\int e^x \sqrt{2e^x - 3} \, dx$ b) $\int \frac{x^2 - 1}{4x^3 - x} \, dx$ c) $\int (7x + 5)^8 \, dx$ d) $\int \frac{2 \sin^2 x - 3 \cos^2 x}{5 \cos^2 x} \, dx$
e) $\int \arctan x \, dx$ f) $\int x^4 \ln x \, dx$ g) $\int (\cos^2 x + 1) \sin(2x) \, dx$

2. Určete objem tělesa vzniklého rotací plochy ohraničené křivkami:

$$y = x^2, \quad y = 9, \quad \text{kolem osy } x.$$

3. Určete délku rovinné křivky $y = \frac{2+x^6}{8x^2}$ pro $x \in \langle 2, 4 \rangle$.

Matematika II - část I

Varianta 16

1. Integrujte dané funkce:

$$\begin{array}{llll} \text{a)} \int e^{2-3x} dx & \text{b)} \int \frac{x}{x^2 + 4x - 5} dx & \text{c)} \int \arccos x dx & \text{d)} \int \frac{\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[3]{x^2 + 3}} dx \\ \text{e)} \int \frac{\sin\left(\frac{1}{x}\right)}{x^2} dx & \text{f)} \int \frac{(1 + \ln x)^2}{x} dx & \text{g)} \int e^x(\sin x + \cos x) dx & \end{array}$$

2. Určete obsah rovinné plochy ohraničené křivkami:

$$y = x^2 + 4x, \quad y = x + 4.$$

3. Určete délku rovinné křivky $y = \ln(\sin x)$ pro $x \in \langle \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2} \rangle$.

Matematika II - část I

Varianta 17

1. Integrujte dané funkce:

$$\begin{array}{llll} \text{a)} \int \frac{1}{\cos^2 x \sin^2 x} dx & \text{b)} \int \frac{e^{3x} + 1}{e^x + 1} dx & \text{c)} \int \frac{\ln x}{x^3} dx & \text{d)} \int \frac{x}{(x^2 + 4)^2} dx \\ \text{e)} \int x^2 \cos x dx & \text{f)} \int \frac{1}{\sqrt{x} + 1} dx & \text{g)} \int \frac{x^2 + 27}{(x - 3)(x^2 - 9)} dx & \end{array}$$

2. Určete objem tělesa vzniklého rotací plochy ohraničené grafem funkce:

$$y = \frac{1}{x} \quad \text{pro } x \in \left\langle \frac{1}{2}, 2 \right\rangle, \quad \text{kolem osy } x.$$

3. Určete délku rovinné křivky $y = \ln(1 - x^2)$ pro $x \in \langle 0, \frac{1}{2} \rangle$.

Matematika II - část I

Varianta 18

1. Integrujte dané funkce:

$$\begin{array}{llll} \text{a)} \int (x^2 + 3)e^x dx & \text{b)} \int \frac{x + 1}{2x} dx & \text{c)} \int \cos^5 x dx & \text{d)} \int \frac{x}{(x - 3)(x^2 - 9)} dx \\ \text{e)} \int e^{1-4x} dx & \text{f)} \int \frac{\cos x}{\cos x - 1} dx & \text{g)} \int \frac{3 \ln^2 x - 2 \ln x + 3}{x} dx & \end{array}$$

2. Určete obsah rovinné plochy ohraničené křivkami:

$$y = \frac{x^2}{2}, \quad y = \frac{1}{1 + x^2}.$$

3. Určete délku rovinné křivky $y = \sqrt{9 - x^2}$ pro $x \in \langle 1, 2 \rangle$.

Matematika II - část I

Varianta 19

1. Integrujte dané funkce:

$$\begin{array}{llll} \text{a)} \int \frac{x+1}{x^2+2x} dx & \text{b)} \int \frac{\sqrt{x+1}+1}{\sqrt{x+1}-1} dx & \text{c)} \int x^3 \ln x dx & \text{d)} \int \frac{x-1}{(x+1)(x+2)^2} dx \\ \text{e)} \int e^{2x+1} dx & \text{f)} \int \cos^3 x \sin x dx & \text{g)} \int \tan x dx & \end{array}$$

2. Určete objem tělesa vzniklého rotací plochy ohraničené křivkami:

$$y = \sqrt{x}, \quad x + y = 2, \quad y = 0, \quad \text{kolem osy } x.$$

3. Určete délku rovinné křivky $y = 2 \ln \frac{4}{4-x^2}$ pro $x \in \langle 0, 1 \rangle$.

Matematika II - část I

Varianta 20

1. Integrujte dané funkce:

$$\begin{array}{llll} \text{a)} \int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} dx & \text{b)} \int \frac{1}{e^{2x} + e^x} dx & \text{c)} \int \frac{\cos x}{\sqrt[5]{\sin^2 x}} dx & \text{d)} \int x 3^x dx \\ \text{e)} \int \frac{13x-2}{(x-5)(x^2-4)} dx & \text{f)} \int \frac{1}{2-3x} dx & \text{g)} \int \frac{1+\ln^2 x}{x} dx & \end{array}$$

2. Určete obsah rovinné plochy ohraničené křivkami:

$$y = x, \quad y = x + \sin^2 x, \quad \text{pro } x \in \langle 0, \pi \rangle.$$

3. Určete délku rovinné křivky $y = \frac{2+x^6}{8x^2}$ pro $x \in \langle \frac{1}{4}, \frac{1}{2} \rangle$.

Matematika II - část I

Varianta 21

1. Integrujte dané funkce:

$$\begin{array}{llll} \text{a)} \int \left(\frac{e^{-x}}{\sqrt{x^3}} + 1 \right) e^x dx & \text{b)} \int \frac{\sin x}{(2 \cos x + 1)^3} dx & \text{c)} \int \frac{\ln x}{x} dx & \text{d)} \int \frac{1}{\cos(2x) + \sin^2 x} dx \\ \text{e)} \int x^2 e^{-2x} dx & \text{f)} \int \frac{4 \arcsin(2x)}{\sqrt{1-4x^2}} dx & \text{g)} \int \frac{2x+6}{2x^2+3x+1} dx & \end{array}$$

2. Určete objem tělesa vzniklého rotací plochy ohraničené křivkami:

$$xy = 4, \quad y = 0, \quad x = 1, \quad x = 4, \quad \text{kolem osy } x.$$

3. Určete délku rovinné křivky $y = \arcsin x + \sqrt{1-x^2}$ pro $x \in \langle -\frac{1}{2}, 1 \rangle$.