

# Matematika I - část I

## Varianta 1

1. Načrtněte **graf** funkce  $u(x) = \cos\left(\frac{x}{2}\right)$ , určete definiční obor a obor hodnot funkce.

2. Určete **definiční obory** funkcí

a)  $g : y = \ln\left(\tan \frac{x}{2}\right)$

b)  $h : y = \sqrt{\frac{x^2 + x}{2 - x^2}}$

3. K zadané funkci nalezněte interval, na kterém je prostá, a pro funkci  $f$  zúženou na tento interval nalezněte **inverzní funkci**  $f^{-1}$  (včetně  $Df^{-1}$  a  $Hf^{-1}$ ). Proveďte zkoušku.

$$y = 2 + \sqrt[3]{1 + \ln x}$$

4. Nalezněte **tečnu** ke grafu funkce

$$g : y = \sqrt{\frac{x^2 + x}{2 - x^2}} \quad \text{v bodě } a = 0.$$

5. Vyšetřete **průběh** funkce

$$f : y = \frac{1}{x^3 - 3x}.$$

# Matematika I - část I

## Varianta 2

1. Načrtněte **graf** funkce  $v(x) = \ln|x|$ , určete definiční obor a obor hodnot funkce.

2. Určete **definiční obory** funkcí

a)  $g : y = \frac{1}{\sqrt{(x-2)(x^2+x-6)}}$

b)  $h : y = \arccos \frac{2x}{x+1}$

3. K zadané funkci nalezněte interval, na kterém je prostá, a pro funkci  $f$  zúženou na tento interval nalezněte **inverzní funkci**  $f^{-1}$  (včetně  $Df^{-1}$  a  $Hf^{-1}$ ). Proveďte zkoušku.

$$y = 1 + 3 \log_2(x - 1).$$

4. Nalezněte **tečnu** ke grafu funkce

$$g : y = 2 \cos \frac{x - \pi}{3} \quad \text{v průsečíku s osou } y.$$

5. Vyšetřete **průběh** funkce

$$f : y = x - 2 \arctan x.$$

## Matematika I - část I

### Varianta 3

1. Načrtněte **graf** funkce  $u(x) = 1 - \cos x$ , určete definiční obor a obor hodnot funkce.

2. Určete **definiční obory** funkcí

$$\text{a) } g : y = \sqrt{\frac{(x+2)(3-x)}{x^2 - 4x + 5}} \qquad \text{b) } h : y = x^2 \ln(\arcsin(x))$$

3. K zadané funkci nalezněte interval, na kterém je prostá, a pro funkci  $f$  zúženou na tento interval nalezněte **inverzní funkci**  $f^{-1}$  (včetně  $Df^{-1}$  a  $Hf^{-1}$ ). Proveďte zkoušku.

$$y = -1 + 2^{1-3x}$$

4. Nalezněte **tečnu** ke grafu funkce

$$g : y = -1 + 2^{1-3x} \quad \text{v průsečíku s osou } x.$$

5. Vyšetřete **průběh funkce**

$$f : y = \frac{x^2}{3x+1}.$$

## Matematika I - část I

### Varianta 4

1. Načrtněte **graf** funkce  $v(x) = |1 - x^2|$ , určete definiční obor a obor hodnot funkce.

2. Určete **definiční obory** funkcí

$$\text{a) } g : y = \ln \frac{2x}{1+x^2} \qquad \text{b) } h : y = \arccos \sqrt{9-x^2}$$

3. K zadané funkci nalezněte interval, na kterém je prostá, a pro funkci  $f$  zúženou na tento interval nalezněte **inverzní funkci**  $f^{-1}$  (včetně  $Df^{-1}$  a  $Hf^{-1}$ ). Proveďte zkoušku.

$$y = \frac{1}{2 - e^{3x}}$$

4. Nalezněte **tečnu** ke grafu funkce

$$g : y = \frac{1}{2 - e^{3x}} \quad \text{v průsečíku s osou } x.$$

5. Vyšetřete **průběh funkce**

$$f : y = \frac{2x}{1+x^2} - 1.$$

# Matematika I - část I

## Varianta 5

1. Načrtněte **graf** funkce  $u(x) = \tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ , určete definiční obor a obor hodnot funkce.

2. Určete **definiční obory** funkcí

a)  $g : y = \sqrt{\frac{x^2 - 4x + 12}{x + 1}}$

b)  $h : y = \arcsin(1 - \sqrt{x})$

3. K zadané funkci nalezněte interval, na kterém je prostá, a pro funkci  $f$  zúženou na tento interval nalezněte **inverzní funkci**  $f^{-1}$  (včetně  $Df^{-1}$  a  $Hf^{-1}$ ). Proveďte zkoušku.

$$y = 3 + \ln(1 - \sqrt{x})$$

4. Nalezněte **tečnu** ke grafu funkce

$$g : y = \sqrt{\frac{x^2 - 4x + 12}{x + 1}} \quad \text{v průsečících s osou } x.$$

5. Vyšetřete **průběh funkce**

$$f : y = \frac{x^3}{4 - x^2}.$$

# Matematika I - část I

## Varianta 6

1. Načrtněte **graf** funkce  $v(x) = 3e^x + 1$ , určete definiční obor a obor hodnot funkce.

2. Určete **definiční obory** funkcí

a)  $g : y = \sqrt{\frac{x + 3}{5 - x}}$

b)  $h : y = \sqrt{1 - x} + \ln(x + 1)$

3. K zadané funkci nalezněte interval, na kterém je prostá, a pro funkci  $f$  zúženou na tento interval nalezněte **inverzní funkci**  $f^{-1}$  (včetně  $Df^{-1}$  a  $Hf^{-1}$ ). Proveďte zkoušku.

$$y = 1 + \cos\left(\frac{x}{3}\right)$$

4. Nalezněte **tečnu** ke grafu funkce

$$g : y = x - \frac{1}{x} \quad \text{v průsečících s osou } x.$$

5. Vyšetřete **průběh funkce**

$$f : y = x^2 e^{\frac{1}{x}}.$$

# Matematika I - část I

## Varianta 7

1. Načrtněte **graf** funkce  $v(x) = -\frac{\pi}{2} + \arctan x$ , určete definiční obor a obor hodnot funkce.

2. Určete **definiční obory** funkcí

a)  $g : y = \frac{\arcsin(x-3)}{5^{x-2} - 1}$

b)  $h : y = \sqrt{1 - \log(x-1)}$

3. K zadané funkci nalezněte interval, na kterém je prostá, a pro funkci  $f$  zúženou na tento interval nalezněte **inverzní funkci**  $f^{-1}$  (včetně  $Df^{-1}$  a  $Hf^{-1}$ ). Proveďte zkoušku.

$$y = 2x^{\frac{4}{3}} - 1$$

4. Nalezněte **tečnu** ke grafu funkce

$$g : y = e^x \cos x \quad \text{v bodě } a = 0.$$

5. Vyšetřete **průběh** funkce

$$f : y = \ln(4 - x^2).$$

# Matematika I - část I

## Varianta 8

1. Načrtněte **graf** funkce  $u(x) = \sin(3x)$ , určete definiční obor a obor hodnot funkce.

2. Určete **definiční obory** funkcí

a)  $g : y = \sqrt{\ln x} + \cos x$

b)  $h : y = \ln \frac{x-2}{x+2}$

3. K zadané funkci nalezněte interval, na kterém je prostá, a pro funkci  $f$  zúženou na tento interval nalezněte **inverzní funkci**  $f^{-1}$  (včetně  $Df^{-1}$  a  $Hf^{-1}$ ). Proveďte zkoušku.

$$y = 1 - \frac{1}{2x}$$

4. Nalezněte **tečnu** ke grafu funkce

$$g : y = \frac{x^2 - 3x + 6}{x^2} \quad \text{v bodě } a = 3.$$

5. Vyšetřete **průběh** funkce

$$f : y = x \ln x.$$

# Matematika I - část I

## Varianta 9

1. Načrtněte **graf** funkce  $v(x) = \frac{\pi}{2} - \arctan x$ , určete definiční obor a obor hodnot funkce.

2. Určete **definiční obory** funkcí

a)  $g : y = \frac{\sqrt{x+5}}{\ln(9-x)}$

b)  $h : y = \arcsin \frac{1}{1-x}$

3. K zadané funkci nalezněte interval, na kterém je prostá, a pro funkci  $f$  zúženou na tento interval nalezněte **inverzní funkci**  $f^{-1}$  (včetně  $Df^{-1}$  a  $Hf^{-1}$ ). Proveďte zkoušku.

$$y = \ln(1+x^2)$$

4. Nalezněte **tečnu** ke grafu funkce

$$g : y = x \sin x \quad \text{v bodě} \quad a = \frac{\pi}{2}.$$

5. Vyšetřete **průběh** funkce

$$f : y = \frac{2x^2 + x}{x+1}.$$

# Matematika I - část I

## Varianta 10

1. Načrtněte **graf** funkce  $u(x) = \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$ , určete definiční obor a obor hodnot funkce.

2. Určete **definiční obory** funkcí

a)  $g : y = \ln[(x^2 - 3x)(x + 5)]$

b)  $h : y = \sqrt{6x - x^2 - 5} + \arcsin(2x - 3)$

3. K zadané funkci nalezněte interval, na kterém je prostá, a pro funkci  $f$  zúženou na tento interval nalezněte **inverzní funkci**  $f^{-1}$  (včetně  $Df^{-1}$  a  $Hf^{-1}$ ). Proveďte zkoušku.

$$y = 1 - \frac{2}{1+x^2}$$

4. Nalezněte **tečnu** ke grafu funkce

$$g : y = x^2 + 6x - 4 \quad \text{v bodě} \quad a = 1.$$

5. Vyšetřete **průběh** funkce

$$f : y = \frac{4x+4}{x^2} - 2.$$

# Matematika I - část I

## Varianta 11

1. Načrtněte **graf** funkce  $v(x) = (x - 2)^2$ , určete definiční obor a obor hodnot funkce.

2. Určete **definiční obory** funkcí

a)  $g : y = \ln x^2 + \ln(4 - x^2)$

b)  $h : y = \sqrt{x + x^2 - 2x^3}$

3. K zadané funkci nalezněte interval, na kterém je prostá, a pro funkci  $f$  zúženou na tento interval nalezněte **inverzní funkci**  $f^{-1}$  (včetně  $Df^{-1}$  a  $Hf^{-1}$ ). Proveďte zkoušku.

$$y = 2 - \sin\left(\frac{x}{3} - \frac{\pi}{6}\right)$$

4. Nalezněte **tečnu** ke grafu funkce

$$g : y = \frac{1}{\sin x} \quad \text{v bodě} \quad a = \frac{\pi}{2}.$$

5. Vyšetřete **průběh** funkce

$$f : y = \sqrt{\frac{x+2}{x-2}}.$$

# Matematika I - část I

## Varianta 12

1. Načrtněte **graf** funkce  $v(x) = \ln(x - 2)$ , určete definiční obor a obor hodnot funkce.

2. Určete **definiční obory** funkcí

a)  $g : y = \frac{\ln(\ln x)}{\sqrt{x^2 - 8x + 15}}$

b)  $h : y = x^2 \arcsin \frac{1}{1-x}$

3. K zadané funkci nalezněte interval, na kterém je prostá, a pro funkci  $f$  zúženou na tento interval nalezněte **inverzní funkci**  $f^{-1}$  (včetně  $Df^{-1}$  a  $Hf^{-1}$ ). Proveďte zkoušku.

$$y = 3 + 2 \arcsin\left(\frac{2x-5}{4}\right)$$

4. Nalezněte **tečnu** ke grafu funkce

$$g : y = x^2 \arcsin \frac{1}{1-x} \quad \text{v bodě} \quad a = -1.$$

5. Vyšetřete **průběh** funkce

$$f : y = 16x(x-1)^3.$$

# Matematika I - část I

## Varianta 13

1. Načrtněte **graf** funkce  $v(x) = |e^x - 1|$ , určete definiční obor a obor hodnot funkce.

2. Určete **definiční obory** funkcí

a)  $g : y = \sqrt{\frac{x^2 - 1}{x(x - 2)}}$

b)  $h : y = \sqrt{\ln x} \arccos(3 - 2x)$

3. K zadané funkci nalezněte interval, na kterém je prostá, a pro funkci  $f$  zúženou na tento interval nalezněte **inverzní funkci**  $f^{-1}$  (včetně  $Df^{-1}$  a  $Hf^{-1}$ ). Proveďte zkoušku.

$$y = \pi - \arctan(2x - 1)$$

4. Nalezněte **tečnu** ke grafu funkce

$$g : y = \sqrt{\frac{x^2 - 1}{x(x - 2)}} \quad \text{v průsečících s osou } x.$$

5. Vyšetřete **průběh** funkce

$$f : y = \frac{2x}{x^2 + 1} + 1.$$

# Matematika I - část I

## Varianta 14

1. Načrtněte **graf** funkce  $v(x) = x^{\frac{5}{2}}$ , určete definiční obor a obor hodnot funkce.

2. Určete **definiční obory** funkcí

a)  $g : y = \log(2x + 1) - \log(4 - x)$

b)  $h : y = \sqrt{\tan x}$

3. K zadané funkci nalezněte interval, na kterém je prostá, a pro funkci  $f$  zúženou na tento interval nalezněte **inverzní funkci**  $f^{-1}$  (včetně  $Df^{-1}$  a  $Hf^{-1}$ ). Proveďte zkoušku.

$$y = \frac{1}{2} \arccos(3 - \sqrt{x + 2})$$

4. Nalezněte **tečnu** ke grafu funkce

$$g : y = \sqrt{\tan x} \quad \text{v bodě } a = \frac{\pi}{4}.$$

5. Vyšetřete **průběh** funkce

$$f : y = x^3 e^{x^2}.$$

# Matematika I - část I

## Varianta 15

1. Načrtněte **graf** funkce  $u(x) = -\cos(x + \pi)$ , určete definiční obor a obor hodnot funkce.

2. Určete **definiční obory** funkcí

a)  $g : y = x^3 \sqrt{\sin x}$

b)  $h : y = \arcsin(2x^2 - 1)$

3. K zadané funkci nalezněte interval, na kterém je prostá, a pro funkci  $f$  zúženou na tento interval nalezněte **inverzní funkci**  $f^{-1}$  (včetně  $Df^{-1}$  a  $Hf^{-1}$ ). Proveďte zkoušku.

$$y = 1 + \arctan(3 - x)$$

4. Nalezněte **tečnu** ke grafu funkce

$$g : y = x^3 \sqrt{\sin x} \quad \text{v bodě } a = \frac{\pi}{6}.$$

5. Vyšetřete **průběh funkce**

$$f : y = \frac{x^4}{(x+1)^3}.$$

# Matematika I - část I

## Varianta 16

1. Načrtněte **graf** funkce  $u(x) = \tan\left(\frac{x}{2}\right)$ , určete definiční obor a obor hodnot funkce.

2. Určete **definiční obory** funkcí

a)  $g : y = \frac{x-1}{2 \sin(2x) - 1}$

b)  $h : y = \frac{\arccos(1+2x)}{\ln(x+3)}$

3. K zadané funkci nalezněte interval, na kterém je prostá, a pro funkci  $f$  zúženou na tento interval nalezněte **inverzní funkci**  $f^{-1}$  (včetně  $Df^{-1}$  a  $Hf^{-1}$ ). Proveďte zkoušku.

$$y = 3 \ln \sqrt{x+2}$$

4. Nalezněte **tečnu** ke grafu funkce

$$g : y = \frac{x-1}{2 \sin(2x) - 1} \quad \text{v průsečíku s osou } y.$$

5. Vyšetřete **průběh funkce**

$$f : y = \frac{x^3}{x^2 - 4}.$$



# Matematika I - část I

## Varianta 17

1. Načrtněte **graf** funkce  $v(x) = 1 + \sqrt{x}$ , určete definiční obor a obor hodnot funkce.

2. Určete **definiční obory** funkcí

a)  $g : y = \sqrt{\sin(x) + \sin(2x)}$

b)  $h : y = \frac{1}{\arcsin \sqrt{x}}$

3. K zadané funkci nalezněte interval, na kterém je prostá, a pro funkci  $f$  zúženou na tento interval nalezněte **inverzní funkci**  $f^{-1}$  (včetně  $Df^{-1}$  a  $Hf^{-1}$ ). Proveďte zkoušku.

$$y = \frac{e^x}{1 - e^x}$$

4. Nalezněte **tečnu** ke grafu funkce

$$g : y = \frac{1}{\arcsin \sqrt{x}} \quad \text{v bodě} \quad a = \frac{1}{2}.$$

5. Vyšetřete **průběh** funkce

$$f : y = \frac{x}{1 + x^2}.$$

# Matematika I - část I

## Varianta 18

1. Načrtněte **graf** funkce  $u(x) = \sin(-x)$ , určete definiční obor a obor hodnot funkce.

2. Určete **definiční obory** funkcí

a)  $g : y = x \cdot \ln \frac{x^2 - 9}{x - 1}$

b)  $h : y = \arccos(1 - 2\sqrt{x})$

3. K zadané funkci nalezněte interval, na kterém je prostá, a pro funkci  $f$  zúženou na tento interval nalezněte **inverzní funkci**  $f^{-1}$  (včetně  $Df^{-1}$  a  $Hf^{-1}$ ). Proveďte zkoušku.

$$y = 4 - \ln(\sqrt{x} + 1)$$

4. Nalezněte **tečnu** ke grafu funkce

$$g : y = \arccos(1 - 2\sqrt{x}) \quad \text{v bodě} \quad a = \frac{1}{4}.$$

5. Vyšetřete **průběh** funkce

$$f : y = x + \frac{1}{x}.$$

# Matematika I - část I

## Varianta 19

1. Načrtněte **graf** funkce  $u(x) = 3 \cos(x - \pi)$ , určete definiční obor a obor hodnot funkce.

2. Určete **definiční obory** funkcí

a)  $g : y = \frac{1}{\sqrt{4 - 2^x}}$

b)  $h : y = x \arcsin \frac{x - 1}{3}$

3. K zadané funkci nalezněte interval, na kterém je prostá, a pro funkci  $f$  zúženou na tento interval nalezněte **inverzní funkci**  $f^{-1}$  (včetně  $Df^{-1}$  a  $Hf^{-1}$ ). Proveďte zkoušku.

$$y = 3 + \arctan(2x - 1)$$

4. Nalezněte **tečnu** ke grafu funkce

$$g : y = 1 - \frac{2}{1 + x^2} \quad \text{v průsečících s osou } x.$$

5. Vyšetřete **průběh** funkce

$$f : y = x^4 - 4x^3 + 4x^2.$$

# Matematika I - část I

## Varianta 20

1. Načrtněte **graf** funkce  $v(x) = 2 - \frac{1}{x + 1}$ , určete definiční obor a obor hodnot funkce.

2. Určete **definiční obory** funkcí

a)  $g : y = \sqrt{9 - \sqrt{x}}$

b)  $h : y = \frac{x}{\arcsin(2x)}$

3. K zadané funkci nalezněte interval, na kterém je prostá, a pro funkci  $f$  zúženou na tento interval nalezněte **inverzní funkci**  $f^{-1}$  (včetně  $Df^{-1}$  a  $Hf^{-1}$ ). Proveďte zkoušku.

$$y = 2 - 3e^{x-4}$$

4. Nalezněte **tečnu** ke grafu funkce

$$g : y = 1 + \tan\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \quad \text{v bodě } a = \frac{\pi}{3}.$$

5. Vyšetřete **průběh** funkce

$$f : y = x e^x.$$

# Matematika I - část I

## Varianta 21

1. Načrtněte **graf** funkce  $v(x) = \frac{1}{|x|}$ , určete definiční obor a obor hodnot funkce.

2. Určete **definiční obory** funkcí

a)  $g : y = \frac{5x - 1}{\sqrt{x^3 - 2x^2}}$

b)  $h : y = \tan\left(3x - \frac{\pi}{3}\right)$

3. K zadané funkci nalezněte interval, na kterém je prostá, a pro funkci  $f$  zúženou na tento interval nalezněte **inverzní funkci**  $f^{-1}$  (včetně  $Df^{-1}$  a  $Hf^{-1}$ ). Proveďte zkoušku.

$$y = 4 \arccos(1 - 2x)$$

4. Nalezněte **tečnu** ke grafu funkce

$$g : y = 4 \arccos(1 - 2x) \quad \text{v průsečíku s osou } y.$$

5. Vyšetřete **průběh funkce**

$$f : y = \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 + 1}.$$