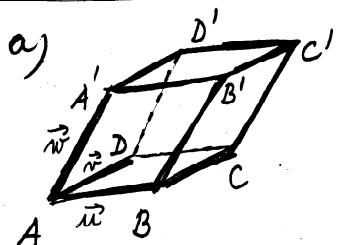


Príklad: sú dány body $A = [1, 0, 1]$, $B = [3, 1, 1]$, $D = [2, 4, 1]$, $A' = [2, 2, 3]$. Body A, B, D doplníme na rovnobežník $ABCD$, body A, B, A' doplníme na rovnobežník $ABB'A'$, body A, A', D doplníme na rovnobežník $AA'D'D$ a body B, C, B' doplníme na rovnobežník $BCC'B'$, ktoré spôsobem vytvárajú mnohúrovník $ABCDAB'C'D'$.

a) Určte objem rovnobežníku $ABCDAB'C'D'$

b) Určte objem čtyřstěnu $ABDA'$

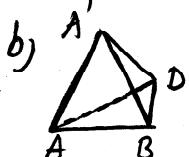
c) Určte povrch rovnobežníku $ABCDAB'C'D'$



$$\begin{aligned} \vec{u} &= \vec{AB} = B - A = (2, 1, 0) \\ \vec{v} &= \vec{AD} = D - A = (1, 4, 0) \\ \vec{w} &= \vec{AA'} = A' - A = (1, 2, 2) \end{aligned}$$

$$V_1 = |\vec{u} \cdot (\vec{v} \times \vec{w})| = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 0 \\ 1 & 2 & 2 \end{vmatrix} = 2 \cdot 4 \cdot 2 + 1 \cdot 2 \cdot 0 + 1 \cdot 1 \cdot 0 - (1 \cdot 0 + 2 \cdot 0 + 1 \cdot 2) = \underline{\underline{14 \text{ j}^3}}$$

Objem rovnobežníku je 14 jednotiek krychlových.



Objem čtyřstěnu $ABDA'$ sa da spočítať ako jedna šestina z objemu rovnobežníku $ABCDAB'C'D'$ (platí to vždy)

$$V_2 = \frac{1}{6} |\vec{u} \cdot (\vec{v} \times \vec{w})| = \frac{1}{6} \cdot 14 = \underline{\underline{\frac{7}{3} \text{ j}^3}}$$

Objem čtyřstěnu je $\frac{7}{3}$ jednotiek krychlových.

c) Povrch rovnobežníku sa skladá z obvodov šesti rovnobežníkov, z nichž každej dva protilehlé majú stejný obsah. Obsah jedného rovnobežníka musíme spočítať pomocí veľkosti vektorového súčinu vektorov, ktoré merajú strany.

$$\begin{aligned} \vec{u} &= (2, 1, 0) & \vec{u} \times \vec{v} &= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 0 \end{vmatrix} = 0 \vec{i} + 8 \vec{k} + 0 \vec{j} - (1 \vec{k} + 0 \vec{i} + 0 \vec{j}) = 7 \vec{k} = (0, 0, 7) \\ \vec{v} &= (1, 4, 0) & \vec{v} &= \vec{i} \end{aligned}$$

$$P_1 = |\vec{u} \times \vec{v}| = \sqrt{0^2 + 0^2 + 7^2} = \sqrt{49} = \underline{\underline{7 \text{ j}^2}}$$

$$\begin{aligned} \vec{u} &= (2, 1, 0) & \vec{u} \times \vec{w} &= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 2 \end{vmatrix} = 2 \vec{i} + 4 \vec{k} + 0 \vec{j} - (1 \vec{k} + 0 \vec{i} + 4 \vec{j}) = 2 \vec{i} - 4 \vec{j} + 3 \vec{k} \\ \vec{v} &= (1, 2, 2) & \vec{v} &= (2, -4, 3) \end{aligned}$$

$$P_2 = |\vec{u} \times \vec{w}| = \sqrt{2^2 + (-4)^2 + 3^2} = \sqrt{4 + 16 + 9} = \underline{\underline{\sqrt{29} \text{ j}^2}}$$

$$\begin{aligned} \vec{u} &= (1, 2, 2) & \vec{u} \times \vec{v} &= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 2 & 2 \\ 1 & 4 & 0 \end{vmatrix} = 0 \vec{i} + 4 \vec{k} + 2 \vec{j} - (2 \vec{k} + 8 \vec{i} + 0 \vec{j}) = -8 \vec{i} + 2 \vec{j} + 2 \vec{k} = (-8, 2, 2) \\ \vec{v} &= (1, 4, 0) & \vec{v} &= \vec{j} \end{aligned}$$

$$P_3 = |\vec{u} \times \vec{v}| = \sqrt{(-8)^2 + 2^2 + 2^2} = \sqrt{64 + 4 + 4} = \sqrt{72} = \underline{\underline{6\sqrt{2} \text{ j}^2}}$$

$$\text{Celkový povrch } P = 2 \cdot P_1 + 2 \cdot P_2 + 2 \cdot P_3 = 14 + 2\sqrt{29} + 12\sqrt{2} = \underline{\underline{41,74 \text{ j}^2}}$$