

(Pr) Vypočítejte úhel vektorů

a) $\vec{u} = \left(\sqrt{\frac{11}{20}}, 0,5, 0 \right)$, $\vec{v} = (0, -2, 1)$ $\begin{cases} \cos \varphi = -\frac{1}{2} \\ \varphi = \frac{2\pi}{3} \end{cases}$

b) $\vec{u} = (3, 2, 5)$, $\vec{v} = (4, -3, 5)$ $\begin{cases} \cos \varphi = \frac{31}{10\sqrt{15}} \approx 0,71 \\ \varphi = 44^\circ 40' \end{cases}$

$$\cos \varphi = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|}$$

odchylka vektorů

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = u_1 v_1 + u_2 v_2 + u_3 v_3$$

$$|\vec{u}| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2}$$

velikost vektoru

$$\vec{u} \times \vec{v} = \pm \frac{1}{16} (-1, 2, -1), \quad \vec{u} \times \vec{v} = (-3, 6, -3)$$

(Pr) Nakreslete jednotkový vektor, který je kolmý

k vektorům $\vec{u} = (1, 2, 3)$, $\vec{v} = (4, 5, 6)$ $\left[\pm \frac{1}{16} (-1, 2, -1), \quad \vec{u} \times \vec{v} = (-3, 6, -3) \right]$

$$\vec{w} = \vec{u} \times \vec{v} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ u_1 & u_2 & u_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \end{vmatrix} = (u_2 v_3 - u_3 v_2, u_3 v_1 - u_1 v_3, u_1 v_2 - u_2 v_1)$$

vektorový součin

$$|\vec{w}| = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \sin \varphi \quad \text{obsah romnoběžníku o stranách } \vec{u}, \vec{v}$$

(Pr) Určete obsah $\triangle ABC$, jestliže $A = [2, 3, 4]$, $B = [0, -2, 3]$, $C = [0, -3, 0]$

$$[S_{ABC} = \frac{1}{2} |\vec{AB} \times \vec{AC}| = \frac{1}{2} \sqrt{236} = \sqrt{59}]$$

(Pr) Určete objem čtyřstěnu $ABCD$, jestliže

$A = [1, 2, 3]$, $B = [2, 2, 5]$, $C = [4, 3, 3]$, $D = [1, 4, 6]$ $[V_{ABCD} = \frac{1}{6} |\vec{AB} \cdot (\vec{AC} \times \vec{AD})| = \frac{5}{3} j^3]$

$$\vec{u} \cdot (\vec{v} \times \vec{w}) = \begin{vmatrix} u_1 & u_2 & u_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \\ w_1 & w_2 & w_3 \end{vmatrix} \quad \text{smíšený součin}$$

$|\vec{u} \cdot (\vec{v} \times \vec{w})|$ objem romnoběžnostěnu



(Pr) Určete číslo $\alpha \in \mathbb{R}$ tak, aby vektoru $\vec{p} = \alpha \vec{a} + 17 \vec{b}$, $\vec{q} = 3 \vec{a} - \vec{b}$ z V^n byly ortogonální (kolmé), je-li $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 5$ a úhel vektoru \vec{a}, \vec{b} je roven $\frac{2}{3}\pi$. $[0 = \vec{p} \cdot \vec{q} = 17\alpha - 17 \cdot 40 \Rightarrow \underline{\alpha = 40}]$

(Pr) Zjistěte, zda jsou přímky $p: 2x + 3y = 5$, $q: x = 1 - 6t$, $t \in \mathbb{R}$, rovnoběžné
[jsou rovnoběžné, nejsou kolmé] ((1) dosazením 2, píšeme $y = 2+4t$ 3 směrové vektory
převedeme na obecnou formu 4, píšeme na obecnou)

(Pr) Nakreslete parametrické a implicitní vyjádření přímky P procházející

body $A = [1, 2, 1]$, $B = [2, -3, 1]$ $[P: x = 1 + t, \quad t \in \mathbb{R} \quad P: 5x + y - 7 = 0$
(s param. výj. vyznacném parametru t) $\begin{cases} y = 2 - 5t, \\ z = 1 \end{cases}$ $\quad 2 - 1 = 0$]

(Pr) Zjistěte vzájemnou polohu přímky $p: x = t$, $t \in \mathbb{R}$, a roviny $\sigma: x - y + 2z - 11 = 0$.

$$\begin{cases} t - (3-t) + 2(1+2t) - 11 = 0 \\ t = 2 \end{cases} \quad P = [2, 1, 5] \quad \text{vzájemné}$$

$$\begin{cases} y = 3 - t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$$