

analytická geometrie v rovině

HYPERBOLA

tečna k hyperbole
v bodě $T = [t_1, t_2]$

$$\frac{(x-m)^2}{a^2} - \frac{(y-n)^2}{b^2} = 1$$

$$t: \frac{(x-m)(t_1-m)}{a^2} - \frac{(y-n)(t_2-n)}{b^2} = 1$$

$$t: \frac{xt_1}{a^2} - \frac{yt_2}{b^2} = 1 \quad \text{pro } S = [0, 0]$$

asymptoty

$$u: bx - ay + c = 0$$

$$v: bx + ay + d = 0$$

$$\text{nebo } y - n = \pm \frac{b}{a}(x - m)$$

$$\text{střed } S = [m, n], \quad a^2 + b^2 = c^2$$

hlavní poloosa a ,

vedlejší poloosa b ,

excentricita e

Př: Obecnou rovnici hyperboly $9x^2 - 5y^2 + 54x - 10y + 121 = 0$.

převést na středový tvar a určte její charakteristické prvky.

$$\text{Ř: } 9x^2 - 5y^2 + 54x - 10y + 121 = 0 \quad (\text{doplňme na čtverce})$$

$$9x^2 + 54x - 5y^2 - 10y + 121 = 0$$

$$9(x^2 + 6x) - 5(y^2 + 2y) + 121 = 0$$

$$9(x^2 + 6x + 9 - 9) - 5(y^2 + 2y + 1 - 1) + 121 = 0$$

$$9(x+3)^2 - 5(y+1)^2 - 81 + 5 + 121 = 0$$

$$9(x+3)^2 - 5(y+1)^2 = -45 \quad |:(-45)$$

$$-\frac{(x+3)^2}{5} + \frac{(y+1)^2}{9} = 1 \Rightarrow \sigma_1 // y$$

$$-\frac{(x+3)^2}{5} + \frac{(y+1)^2}{9} = 1$$

$$S = [-3, -1], \quad a = \sqrt{5}, \quad b = 3, \quad \sigma_1 // y$$

$$\text{asymptoty } u: 3x - \sqrt{5}y + 9 - \sqrt{5} = 0$$

$$v: 3x + \sqrt{5}y + 9 + \sqrt{5} = 0$$

hodnoty c, d pro asymptoty získáme
dosazením S do rovnic asymptot.

Př: Napište rovnici řešny hyperboly $(x+1)^2 - (y-3)^2 = 9$, která prochází
bodem $A = [-6, -1]$.

Ř: - ověřme, zda A leží na hyperbole (dosadíme)

$$(-6+1)^2 - (-1-3)^2 = 9 \Rightarrow (-5)^2 - (-4)^2 = 9 \Rightarrow 25 - 16 = 9 \checkmark \quad \text{ANO, LEŽÍ}$$

- dosadíme do rovnice řešny $(x+1)(-6+1) - (y-3)(-1-3) = 9$

$$-5x - 5 + 4y - 12 = 9 \Rightarrow t: 5x - 4y + 26 = 0$$

$$[t: 5x - 4y + 26 = 0]$$

Př: Určte vzájemnou polohu přímky $p: 3x - 2y + 2 = 0$ a hyperboly

$$h: \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1.$$

Ř: - nalezneme společné body: $3x - 2y + 2 = 0 \Rightarrow y = \frac{3x+2}{2}$

$$\text{dosadíme } \frac{x^2}{4} - \frac{(\frac{3x+2}{2})^2}{9} = 1 \quad | \cdot 36$$

$$9x^2 - (9x^2 + 12x + 4) = 36 \Rightarrow 12x = -40 \Rightarrow x = -\frac{10}{3} \Rightarrow y = \frac{3 \cdot (-\frac{10}{3}) + 2}{2} = -4 \Rightarrow [-\frac{10}{3}, -4]$$

- rozhodneme, zda se jedná o sečnu nebo o řešnu

$$\text{asymptoty } \left. \begin{array}{l} u: 3x - 2y = 0 \\ v: 3x + 2y = 0 \end{array} \right\} p // u \Rightarrow p \text{ je sečna}$$

$$\left[\begin{array}{l} p \cap h = [-\frac{10}{3}, -4] \\ p \text{ je sečna} \end{array} \right]$$

přísečík