

Integrální počet

1. Vypočítejte hodnotu určitého integrálu

$$\int_1^2 \frac{16 dt}{t^5 + 4t^4 + 4t^3}.$$

2. Vypočítejte hodnotu určitého integrálu

$$\int_{-1}^2 e^{-x} (x^2 - 4x + 2) dx.$$

3. **Načrtněte plochu** ohraničenou křivkami

$$y = x^2 - 2x, \quad y = x.$$

Vypočítejte její **obsah**.

4. Jaký **objem** bude mít těleso vzniklé rotací plochy ohraničené parametricky zadanou křivkou

$$x = t - \sin t, \quad y = 1 - \cos t, \quad 0 \leq t \leq 2\pi,$$

kolem osy x ?

Funkce dvou proměnných

5. Nalezněte **definiční obor** funkce

$$F(x, y) = \sqrt{xy} \cdot \ln(x - y^2),$$

vypočítejte první **parciální derivace** F'_x , F'_y a jejich hodnotu **v bodě** $B = [5, 2]$.

6. Určete **definiční obor** funkce

$$z(x, y) = \ln \frac{1 - x + y}{1 + x + y}.$$

Vypočítejte rovnici **tečné roviny** a **normály** ke grafu funkce $z(x, y)$ v bodě $T = [-1, 1, ?]$.

7. Nalezněte všechny **lokální extrémy** funkce $G(x, y) = 4 - x^3 + x^2y - 3y^2 + 20y$.

Diferenciální rovnice

8. Nalezněte **obecné řešení** obyčejné diferenciální rovnice 1. řádu

$$(x - 1)y' + y^2 = 0.$$

Napište rovnici **integrální křivky**, která vyhovuje počáteční podmínce $y(2) = -1$.

9. Vyřešte diferenciální rovnici $y' + y \sin x = \sin^3 x$.

10. Vyřešte diferenciální rovnici $y'' + 3y' + 2y = e^x(1 - 2x)$ s počátečními podmínkami $y(0) = 3$, $y'(0) = 6$.