Měření blízkých frekvencí pomocí rázů

Úvod

Každá stavba musí být navržena a provedena tak, aby účinky zatížení, kterým je vystavena během výstavby a užívání, nemohly způsobit nepřípustné přetvoření nebo kmitání konstrukce, které může narušit stabilitu stavby, mechanickou odolnost a funkční způsobilost stavby nebo její části, nebo které vede ke snížení trvanlivosti stavby. Problémy spojené s nepřípustnými mechanickými vibracemi, ať již přímo na instalovaném technologickém zařízení, na nosných i nenosných konstrukcích, nebo dopady šíření vibrací do okolí, vyžadují mnohdy dodatečná technicky a finančně náročná nápravná opatření. Navrhování a hodnocení stavebních konstrukcí a základů pro strojní zařízení, vyvozujících dynamické účinky – jako zejména vibrace a rázy, je specifickým inženýrským oborem, vyžadujícím řadu odborných znalostí a zkušeností nejen v oblasti dynamiky stavebních konstrukcí, ale do značné míry znalosti chování komponentů strojních zařízení a požadavků, kladených na jejich bezproblémový provoz. V mnoha případech je třeba problematiku dynamické interakce stavební a technologické části i celý konstrukční návrh řešit komplexně, jako například v případě soustrojí parních turbín, dodávaných na ocelových svařovaných rámech, pružně uložených na stavební konstrukci.

Fyzikální popis rázů

Princip vzniku rázů lze názorně demonstrovat u zvukového vlnění. Vzniknou-li rázy (u zvuku nazývané zázněje), jsou slyšitelné uchem - vnímáme periodické zesilování a zeslabování zvuku.

Nechť je časový průběh výchylek dvou zvukových vln v daném místě určen vztahy

$$y_1(t) = y_\mathrm{m}\cos(\omega_1 t) \text{ a } y_2(t) = y_\mathrm{m}\sin(\omega_2 t),$$

kde y_m jsou amplitudy, ω_1 a ω_2 úhlové frekvence. Pro jednoduchost předpokládáme, že vlny mají stejnou amplitudu. Podle principu superpozice je výsledná výchylka rovna

$$y(t) = y_1(t) + y_2(t) = y_\mathrm{m}\cos(\omega_1 t) + y_\mathrm{m}\cos(\omega_2 t) = y_\mathrm{m}\cos\left[(\omega_1 t) + \cos(\omega_2 t)\right].$$

Geometrická identita $\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\left[\frac{1}{2}(\alpha-\beta)\right]\cos\left[\frac{1}{2}(\alpha+\beta)\right]$ umožňuje zapsat výslednou výchylku ve tvaru

$$y = 2y_\mathrm{m}\cos\left[\frac{1}{2}(\omega_1-\omega_2)t\right]\cos\left[\frac{1}{2}(\omega_1+\omega_2)t\right].$$

Pokud ještě položíme $\omega' = \frac{1}{2}(\omega_1-\omega_2)$ a $\omega = \frac{1}{2}(\omega_1+\omega_2)$, můžeme přepsat předchozí rovnici jako

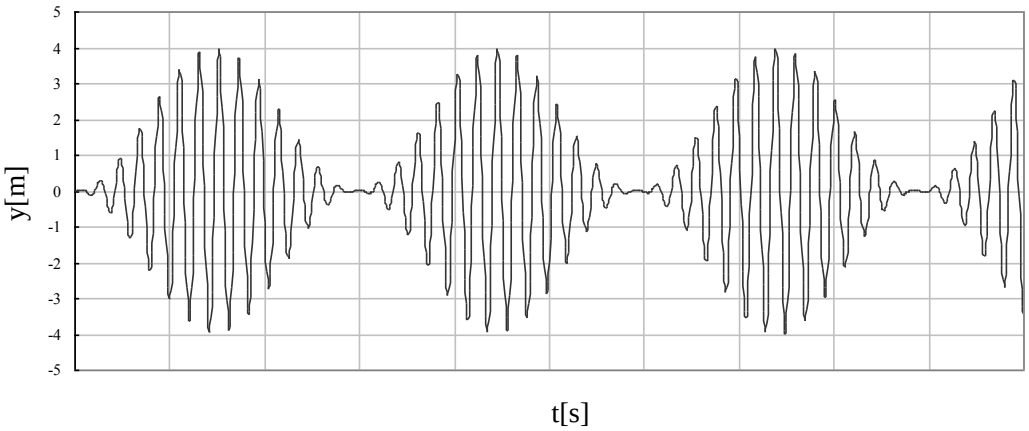
$$y = \left(2y_\mathrm{m}\cos\omega' t\right)\cos\omega t.$$

Předpokládejme nyní, že jsou úhlové frekvence ω_1 a ω_2 skládajících se vln téměř stejné. Potom můžeme považovat uvedenou rovnici za kosinusoidu (viz obrázek), jejíž úhlová frekvence je ω a amplituda je výraz v závorce. Tato amplituda bude maximální, kdykoliv $\cos\omega' t$ bude roven jedné nebo minus jedné. To nastane během každé periody kosinusoidy dvakrát. Protože $\cos\omega' t$ má úhlovou frekvenci ω', bude úhlová frekvence, se kterou se budou opakovat rázy, rovna

$$\omega_\mathrm{r} = 2\omega' = 2\cdot\frac{1}{2}\left(\omega_1 - \omega_2\right) = \omega_1 - \omega_2 .$$

Protože dále platí $\omega = 2\pi f$, můžeme vyjádřit také frekvenci rázů jako

$$f_\mathrm{r} = f_1 - f_2 .$$



Metoda měření

Neznámou frekvenci mírně rozladěného zdroje f lze určit na základě změření frekvence rázů f_r, a to na základě rovnice

$$f = f_0 - f_\mathrm{r} = f_0 - \frac{1}{T_\mathrm{r}},$$

kde f_0 známá frekvence nerozladěného zdroje a T_r je perioda rázů.

Úkol

Stanovte neznámou frekvenci mírně rozladěného zdroje zvuku pomocí zdroje se známou frekvencí.

Pomůcky

1. Kovový stojan se dvěmi symetricky proti sobě upevněnými ladičkami (komorní „a[1]“, $f_0 = 440\ \mathrm{Hz}$) a snímacím mikrofonem (resp. akceleračním snímačem).
2. Gumový přívažek pro rozladění jedné z ladiček.
3. Gumové kladívko k rozeznění obou ladiček.
4. Analogový osciloskop pro zobrazení superponovaného signálu ze snímače.

Postup měření

1. Umístěte gumový rozlaďovací přívažek 1 cm od volného konce ladičky.
2. Rozezvučte obě ladičky stejně silnými údery gumového kladívka (fázové posunutí úderů nehraje při sledovaném efektu významnou roli, zatímco stejná síla zajišťuje nejvýraznější rozdíl zvukových maxim a minim). Amplituda superponovaného tónu se bude měnit s periodou $T_\mathrm{r} = 1/f_\mathrm{r}$.
3. Na základě sledování signálu na osciloskopu změřte dobu t trvání deseti po sobě následujících rázů a výsledek zapište do tabulky.
4. Vypočtěte velikost periody T_r jednoho rázu jako 1/10 změřené doby *t*.
5. Měření doby *t*, resp. výpočet periody T_r, opakujte desetkrát.
6. Vypočtěte neznámou frekvenci pomocí vztahu $\overline{f} = f_0 - \dfrac{1}{\overline{T}_\mathrm{r}}$, kde $f_0 = 440\ \mathrm{Hz}$ je frekvence nerozladěné ladičky a $\overline{T}_\mathrm{r}$ je aritmetický průměr zjištěných hodnot periody rázů.
7. Vypočtěte nejistotu měření.
8. Postupem popsaným v bodech 1. až 6. určete dále frekvence ladičky s rozlaďovacím přívažkem ve vzdálenostech 2 cm, 3 cm 4 cm a 5 cm od jejího volného konce.