Matematika 1 – derivace funkcí

## 1. Pravidla derivování

Je nezbytně nutné znát zpaměti pravidla derivování. Tj.

| | |
|---|---|
| derivace součtu | $(u+v)' = u' + v'$ |
| derivace rozdílu | $(u-v)' = u' - v'$ |
| derivace součinu | $(u \cdot v)' = u' \cdot v + u \cdot v'$ |
| derivace podílu | $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$ |
| derivace složené funkce | $\Big(u(v)\Big)' = u'(v) \cdot v'$ |
| derivace funkce umocněné na funkci, v mocnině se objevuje proměnná $x$ | $(u^v)' = \left(\mathrm{e}^{v \cdot \ln(u)}\right)' = \mathrm{e}^{v \cdot \ln(u)} \cdot \left(v' \cdot \ln(u) + v \cdot (\ln(u))'\right) = u^v \cdot \left(v' \cdot \ln(u) + v \cdot \frac{u'}{u}\right)$ |

## 2. Derivace elementárních funkcí

Navíc je nezbytně nutné znát zpaměti derivace všech elementárních funkcí. Tj.

| | | |
|---|---|---|
| $f_1(x) = x^n$ | mocnina $n$ je číslo, neobsahuje proměnnou $x$ | $f_1' = n \cdot x^{n-1}$ |
| $f_2(x) = \sqrt[n]{x}$ | odmocnina | $f_2' = \left(x^{\frac{1}{n}}\right)' = \frac{1}{n} \cdot x^{\frac{1}{n}-1} = \frac{1}{n} \cdot x^{\frac{1-n}{n}}$ |
| $f_3(x) = \mathrm{e}^x$ | exponenciála | $f_3' = \mathrm{e}^x$ |
| $f_4(x) = a^x$, $a > 0$ | obecná mocninná funkce | $f_4' = \left(\mathrm{e}^{x \cdot \ln(a)}\right)' = \ln(a) \cdot a^x$ |

| | | |
|---|---|---|
| $f_5(x) = \ln(x)$ | přirozený logaritmus | $f_5' = \frac{1}{x}$ |
| $f_6(x) = \log_a(x)$ | obecný logaritmus | $f_6' = \left(\frac{\ln(x)}{\ln(a)}\right)' = \frac{1}{\ln(a)} \cdot (\ln(x))' = \frac{1}{x \cdot \ln(a)}$ |
| $f_7(x) = \sin(x)$ | sinus | $f_7' = \cos(x)$ |
| $f_8(x) = \cos(x)$ | kosinus | $f_8' = -\sin(x)$ |
| $f_9(x) = \mathrm{tg}(x)$ | tangens | $f_9' = \frac{1}{\cos^2(x)}$ |
| $f_{10}(x) = \mathrm{cotg}(x)$ | kotangens | $f_{10}' = \frac{-1}{\sin^2(x)}$ |
| $f_{11}(x) = \arcsin(x)$ | arkussinus | $f_{11}' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ |
| $f_{12}(x) = \arccos(x)$ | arkuskosinus | $f_{12}' = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$ |
| $f_{13}(x) = \mathrm{arctg}(x)$ | arkustangens | $f_{13}' = \frac{1}{1+x^2}$ |
| $f_{14}(x) = \mathrm{arccotg}(x)$ | arkuskotangens | $f_{14}' = \frac{-1}{1+x^2}$ |

## 3. Provedení derivace libovolné funkce

Potom se veškerá znalost využívá při derivování složitějších funkcí. Viz řešené příklady.