INDUKTIVNÍ STATISTIKA

Intervalový odhad střední hodnoty μ při známém σ

X ... náhodná veličina s N(μ, σ^2)

$\mu \in \left[\bar{x} - \frac{\sigma}{\sqrt{n}} u_{1-\frac{\alpha}{2}}, \bar{x} + \frac{\sigma}{\sqrt{n}} u_{1-\frac{\alpha}{2}}\right]$ ... oboustranný IS pro střední hodnotu při známém σ

$\bar{x}$ ... průměr výběrového souboru

n ... rozsah výběrového souboru

$u_{1-\frac{\alpha}{2}}$ ... *1-α/2* kvantil normovaného normálního rozdělení

EXCEL: = norms.inv(1-α/2)

Intervalový odhad střední hodnoty μ při neznámém σ

- $n > 30$: $\mu \in \left[\bar{x} - \frac{s}{\sqrt{n}} u_{1-\frac{\alpha}{2}}, \bar{x} + \frac{s}{\sqrt{n}} u_{1-\frac{\alpha}{2}}\right]$ ... oboustranný IS pro μ při neznámém σ a v případě velkého rozsahu výběru

- $n < 30$: $\mu \in \left[\bar{x} - \frac{s}{\sqrt{n}} t_{1-\frac{\alpha}{2}}, \bar{x} + \frac{s}{\sqrt{n}} t_{1-\frac{\alpha}{2}}\right]$ ... oboustranný IS pro μ při neznámém σ a v případě malého rozsahu výběru

s ... směrodatná odchylka výběrového souboru

$t_{1-\frac{\alpha}{2}}$ ... 1-α/2 kvantil Studentova t-rozdělení s n-1 stupni volnosti

EXCEL: = t.inv.2t(α;n-1)

$\frac{s}{\sqrt{n}} t_{1-\frac{\alpha}{2}}$ ... v popisné statistice se hodnota vypočte zaškrtnutím hladina spolehlivosti a volbou spolehlivosti (1- α)%

Intervalový odhad rozptylu σ^2

$\sigma^2 \in \left[\frac{(n-1)s^2}{\chi^2{}_{1-\alpha/2}}, \frac{(n-1)s^2}{\chi^2{}_{\alpha/2}}\right]$ ... oboustranný IS pro rozptyl

s ... směrodatná odchylka výběrového souboru

n ... rozsah výběrového souboru

$\chi^2{}_{1-\alpha/2}$ ...1-α*/2* kvantil Pearsonova rozdělení s n-1 stupni volnosti
EXCEL: = chisq.inv(1-α/2;n-1)

$\chi^2{}_{\alpha/2}$ ... α*/2* kvantil Pearsonova rozdělení s n-1 stupni volnosti
EXCEL: = chisq.inv.rt(1-α/2;n-1)

Příklad: Termostat je nastaven na 15 stupňů Celsia. Bylo provedeno 9 kontrolních měření a zjištěny následující hodnoty:

14,4 14,2 14,4 14,6 15,5 14,0 15,3 14,3 14,7

Určete IS pro střední hodnotu a směrodatnou odchylku termostatu.

Příklad: V jednom hostinci byla provedena kontrola správné míry u devíti půllitrů piva. Byly zjištěny tyto rozdíly (v mm) od správné hladiny:

-6 -8 -6 -4 5 -10 3 -7 -3

V jakých mezích lze s pravděpodobností 0,95 očekávat průměrnou odchylku od míry? O kolik mm piva nás hostinský připraví v 95% načepovaných piv?

Jednovýběrový t-test

H0: $\mu = \mu_0$

H1: $\mu \neq \mu_0$

$T = \frac{\bar{x}-\mu_0}{s}\sqrt{n}$ ... testovací kritérium

t krit = $t_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)$ ... kritická hodnota

EXCEL: = t.inv.2t (α;n-1)

Závěr: |T| > t krit => zamítáme H0

F-test (test významnosti rozdílu 2 rozptylů)

H0: $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$

H1: $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

EXCEL: Analýza dat -> Dvouvýběrový F-test pro rozptyl

jako 1. soubor volíme ten s větší hodnotou rozptylu (kontrola: F musí být větší než1) a za alfa volíme poloviční hodnotu hladiny spolehlivosti

Závěr: F > F krit => zamítáme H0

Dvouvýběrový t-test

H0: $\mu_1 = \mu_2$

H1: $\mu_1 \neq \mu_2$

a) pokud lze předpokládat $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$

EXCEL: Analýza dat -> Dvouvýběrový t-test s rovností rozptylů

za alfa volíme hodnotu hladiny spolehlivosti

Závěr: |t Stat| > t krit (2) => zamítáme H0

a) pokud nelze předpokládat $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$

EXCEL: Analýza dat -> Dvouvýběrový t-test s nerovností rozptylů

Závěr: |t Stat| > t krit (2) => zamítáme H0

Studentův test pro párové hodnoty

H0: $\mu_1 = \mu_2$

H1: $\mu_1 \neq \mu_2$

EXCEL: Analýza dat -> Dvouvýběrový párový t-test na střední hodnotu

za alfa volíme hodnotu hladiny spolehlivosti

Závěr: |t Stat| > t krit (2) => zamítáme H0

Příklad: Linka městské autobusové dopravy má v době dopravní špičky průměrnou rychlost v centru města 8 km/h. Po změně trasy byly v následujících 8 dnech zjištěny průměrné rychlosti:

7,8   7,9   9,0   7,8   8,0   7,8   8,5   8,2

Došlo změnou trasy ke změně průměrné rychlosti?

Příklad: Bylo třeba zjistit, zdali na jižní straně svahu rostou lesní stromky rychleji než na severní (při zachování stejných či podobných ostatních podmínek). Bylo proto vybráno 16 stejně starých stromků, 8 na severní a 8 na jižní straně, a po určité době zjištěny přírůstky délky (v cm):

severní strana	17	21	6	15	23	7	26	5
jižní strana	25	20	32	10	23	22	16	28 .

Rostou na obou svazích stromky stejně rychle?

Příklad: U vybraných 8 studentů jsme sledovali délku jejich přípravy (hod) na zkoušku z matematiky I a matematiky II. Na zkoušku z matematiky II se připravovali po kurzu rychločtení. Ověřte, či kurz přispěl ke zkrácení času přípravy.

MA1	12,5	25,3	45	12	23	36	52	48
MA2	9,5	11	12	14,5	17,5	23	38	45