ROZDĚLENÍ NÁHODNÉ VELIČINY

Binomické rozdělení

Definice: Náhodná veličina X má **binomické rozdělení** $Bi(n, p)$ právě tehdy, když je pravděpodobnostní funkce určena vztahem:

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k},$$

kde $k = 0, 1, \ldots, n$; n je počet pokusů a p je pravděpodobnost úspěšnosti v každém pokusu.

NV X ... počet úspěchů v n pokusech (nezávislých - stejná pravděpodobnost úspěchu v každém pokusu)

$$E(X) = n \cdot p$$
$$D(X) = n \cdot p \cdot (1 - p)$$

Excel:

- $P(X = k)$: =binom.dist(k;n;p;0)
- $P(X \leq k)$: =binom.dist(k;n;p;1)

Hypergeometrické rozdělení

Definice: NV X má **hypergeometrické rozdělení** $H(N, M, n)$ právě tehdy, když má pravděpodobnostní funkce tvar:

$$P(X = k) = \frac{\binom{M}{k}\binom{N-M}{n-k}}{\binom{N}{n}},$$

kde N je počet prvků základního souboru, M je počet prvků z N s danou vlastností a n je počet prvků, které bez vracení z N prvků vybírám.

NV X ... počet úspěchů v n pokusech (závislých - výběry bez vracení)

- $E(X) = n \cdot \frac{M}{N}$ $\quad$ $D(X) = n \cdot \frac{M}{N} \cdot \left(1 - \frac{M}{N}\right) \cdot \left(\frac{N-n}{N-1}\right)$

Excel:

- $P(X = k)$: =hypgeom.dist(k;n;M;N;0)
- $P(X \leq k)$: =hypgeom.dist(k;n;M;N;1)

Poissonovo rozdělení

Definice: NV X má **Poissonovo rozdělení** $Po(\lambda)$ právě tehdy, když má pravděpodobnostní funkce tvar:

$$P(X = k) = \frac{\lambda^k}{k!} \cdot e^{-\lambda},$$

v daném jednotkovém úseku, kde k = 0,1,2,... ; $\lambda > 0$ a λ představuje průměrný počet úspěchů v daném úseku.

NV X ... počet úspěchů v daném období (na dané ploše, vzdálenosti,...)

$E(X) = \lambda$ $\qquad\qquad$ $D(X) = \lambda$

Excel:

- $P(X = k)$: =poisson.dist(k;λ;0)
- $P(X \leq k)$: =poisson.dist(k;λ;1)

Exponenciální rozdělení

Definice: NV *X* má **exponenciální rozdělení** *Exp*(λ) právě tehdy, když je hustota pravděpodobnosti určena vztahem:

- $$f(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ \lambda \cdot e^{-\lambda x} & x \geq 0 \end{cases}$$

NV X ... doba čekání do nastoupení jevu, délka intervalu mezi 2 jevy

λ představuje převrácenou hodnotu průměrné doby či délky

- $E(X) = \frac{1}{\lambda}$ $\qquad$ $D(X) = \frac{1}{\lambda^2}$

Excel:

- $P(X \leq k)$: =expon.dist(k;λ;1)

Normální rozdělení

NV X ... $N(\mu,\sigma^2)$

Je velmi důležité, neboť:

- nejčastěji se vyskytuje
- mnoho jiných rozdělení se mu blíží
- řada jiných rozdělení se jím dá nahradit

- $E(X) = \mu$ $\qquad$ $D(X) = \sigma^2$

Excel:

- $P(X \leq k)$: =norm.dist(k; μ; σ;1)

inverzní úloha - hledáme k, známe hodnotu distribuční funkce (pravděpodobnost, ozn. p)

k: =norm.inv(p; μ; σ)

<u>Příklad:</u> Dlouhodobým pozorováním bylo zjištěno, že na dané výrobní lince dojde v průměru ke 35 poruchám týdně. Zjistěte jaká je pravděpodobnost, že počet poruch za jeden den bude větší než 4.

<u>Příklad:</u> Mezi 100 lahvemi piva v obchodě je 5 prošlých. Jaká je pravděpodobnost, že vybereme-li náhodně 20 lahví nebude žádná prošlá.

<u>Příklad:</u> Pravděpodobnost, že výrobek splňuje všechny technické parametry, je 0,9. Určete pravděpodobnost, že mezi 35 náhodně vybranými výrobky bude 5-8 výrobků nevyhovujících.

<u>Příklad:</u> K výpadku elektrického proudu ve vesnici dochází průměrně osmkrát za rok. Jaká je pravděpodobnost,
že o prázdninách dojde k výpadku nejvýše dvakrát?

Příklad: Kolem hotelu projíždějí volná auta taxi-služby průměrně čtyřikrát za hodinu. Jaká je pravděpodobnost, že host, který vyšel z hotelu, bude čekat na první volný taxík alespoň 10 minut?

Příklad: V mléčné dráze vzplane supernova přibližně jedenkrát za 200 let (1006, 1054, 1572, 1604,). Jaká je pravděpodobnost, že člověk žijící 80 let má možnost za svůj život vidět tento jev alespoň jednou?

Příklad: Výdrž baterie do mobilního telefonu je NV s rozdělením *N(48,64).* Určete výdrž baterie, kterou má minimálně 90% mobilů.

Příklady k procvičení ze skript:

4.1; 4.4; 4.5; 4.8; 4.9; 4.10; 4.11; 4.12; 4.14; 4.19; 4.25; 4.27; 4.29; 4.30

Popisná statistika

Excel: Data -> Analýza dat -> Popisná statistika (Histogram)

Příklad: Deset laborantů zjišťovalo teplotu varu alkoholu (za normálních podmínek) ve stupních Celsia:

78,5 78,4 78,3 78,4 78,7 78,2 78,5 78,4 78,1 78,0.

Načrtněte histogram pro teplotu varu a vypočtěte základní číselné charakteristiky. Pomocí zjištěných charakteristik popište teplotu varu alkoholu.