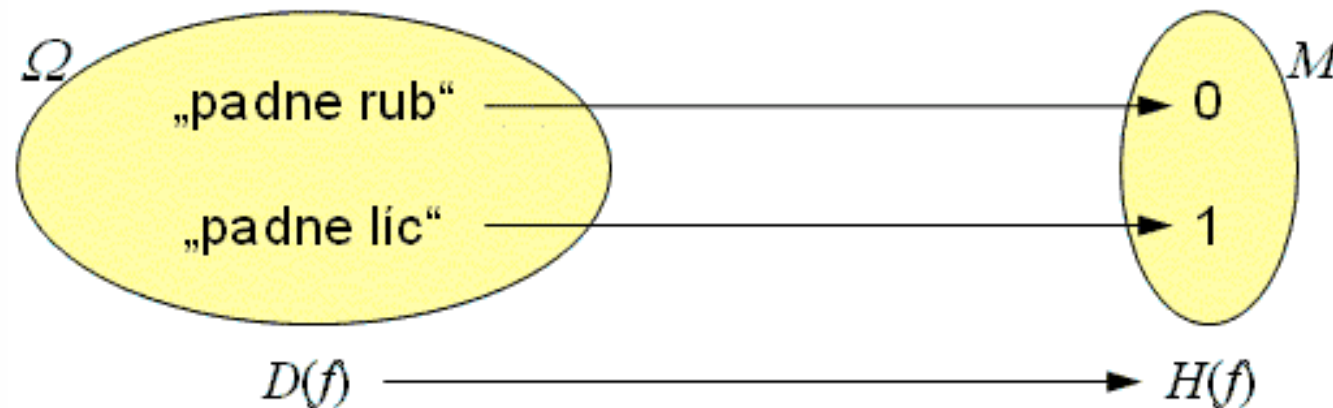


NÁHODNÁ VELIČINA

Definice: Náhodná veličina X (NV X) je reálná funkce definovaná na množině všech elementárních jevů, která každému jevu přiřadí reálné číslo.

Příklad: Hod mincí



NV X ... výsledek po hodu mincí (obecně)

$x=0$... výsledek po jednom hodu - padl rub (konkrétní realizace NV X)

Diskrétní náhodná veličina

Definice: NV X je diskrétní, pokud nabývá nejvýše spočetně mnoha hodnot $\{x_1, x_2, \dots\}$ takových, že

$$P(X = x_i) \geq 0; \quad \sum_{i=0}^{\infty} P(X = x_i) = 1.$$

$p(x) = P(X = x)$ - pravděpodobnostní funkce NV X

$F(x) = P(X < x) = \sum_{x_i < x} p(x_i)$ - distribuční funkce NV X

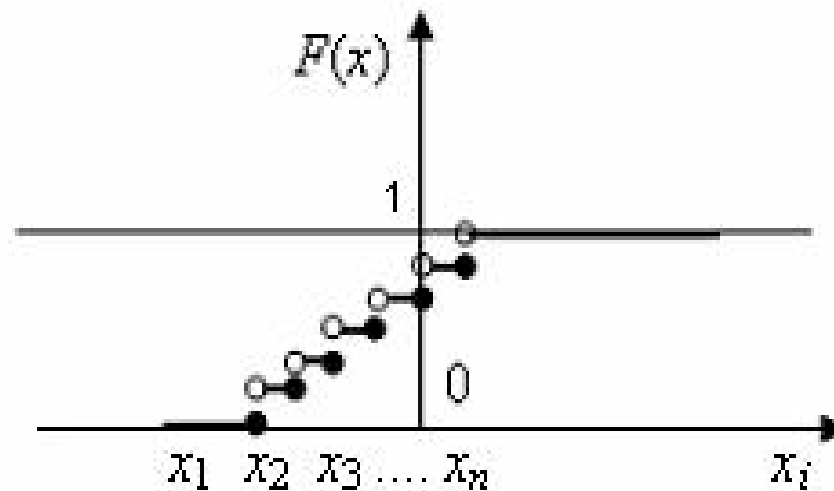
Spojité náhodná veličina

Definice: NV X je spojitá, pokud má spojitou distribuční funkci a existuje funkce $f(x)$ (funkce hustoty) taková, že

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt.$$

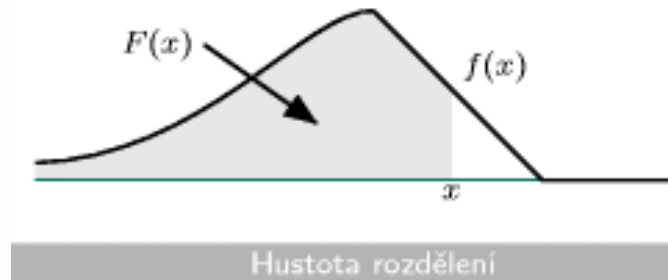
Vztah mezi distribuční funkcí a pravděpodobností

- $\forall a \in R: P(X < a) = F(a)$
- $\forall a \in R: P(X \geq a) = 1 - F(a)$
- $\forall a, b \in R, a < b: P(a \leq X < b) = F(b) - F(a)$
- $\forall a \in R: P(X < a) = F(a)$
- $\forall a \in R: P(X = a) = \lim_{x \rightarrow a} F(x) - F(a)$



Vztah mezi pravděpodobností a funkcí hustoty

- $P(X = x) = 0$
- $P(X < x) = F(x) = \int_{-\infty}^x f(t)dt$



- $P(X \geq x) = 1 - F(x) = \int_x^{\infty} f(t)dt$
- $P(a \leq X < b) = F(b) - F(a) = \int_a^b f(t)dt$

Číselné charakteristiky DNV

střední hodnota (ozn. $E(X)$ či μ)

$$E(X) = \sum_i x_i p(x_i)$$

rozptyl (ozn. $D(X)$ či σ^2)

$$D(X) = \sum_i (x_i - E(X))^2 p(x_i)$$

směrodatná odchylka (ozn. σ)

$$\sigma = \sqrt{D(X)}$$

Příklad: Mezi 12 automobily v autosalonu je 5 aut značky Škoda a 7 automobilů jiných značek. Náhodná veličina X představuje počet automobilů Škoda mezi pěti náhodně vybranými vozidly do firemní flotily. Vytvořte pravděpodobnostní a distribuční funkci této NV.

Příklad: V osudí je 5 kuliček - 2 bílé a 3 černé. Postupně jsou vytahovány kuličky (bez vracení zpět) dokud není vytáhnutá černá kulička. Vypočtete pravděpodobnostní a distribuční funkci a nakreslete grafy.

Příklad: Pravděpodobnost toho, že manažer bude vyhovovat všem výběrovým požadavkům je 0,9. Popište rozdělení pravděpodobnosti počtu nevyhovujících mezi třemi manažery.

Příklad: Obchod s elektronikou dostává každý měsíc od jisté firmy zásilku 12-ti televizorů. Ukázalo se, že jsou v ní vždy 2 přístroje vadné. Z každé takové zásilky odesílá obchod 3 televizory (ještě před rozbalením a kontrolou) do své druhé prodejny. Kolik vadných kusů může tato prodejna pokaždé očekávat?

Příklady k procvičení ze skript:

3.1; 3.2; 3.27; 3.28; 3.34