Klasická pravděpodobnost

$$P(A) = \frac{m}{n},$$

kde *m* je počet příznivých výsledků jevu *A* a *n* je počet všech možných výsledků.

Geometrická pravděpodobnost

$$P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|}$$

kde $|A|$, $|\Omega|$ jsou míry oblastí *A* a Ω.

Axiomatická pravděpodobnost

Vlastnosti pravděpodobnosti

1. $P(\emptyset) = 0$
2. $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$
3. Jestliže $A \subseteq B$, pak:
   a) $0 \leq P(A) \leq P(B)$
   b) $P(B - A) = P(B) - P(A)$
4. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Podmíněná pravděpodobnost, P(A|B)

Pravděpodobnost, že nastal jev A za podmínky (předpokladu), že nastal jev B.

Podmíněná pravděpodobnost je definována vztahem:

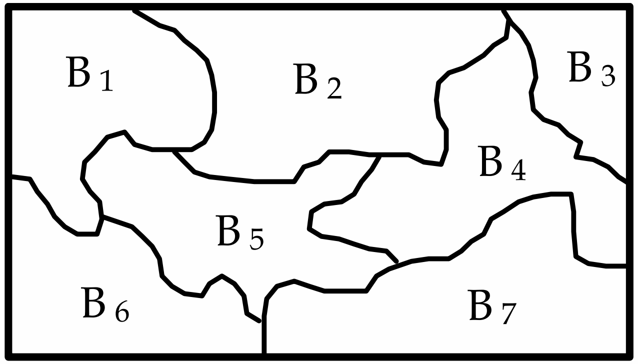
$$P\{A|B\} = \frac{P\{A \cap B\}}{P\{B\}}$$

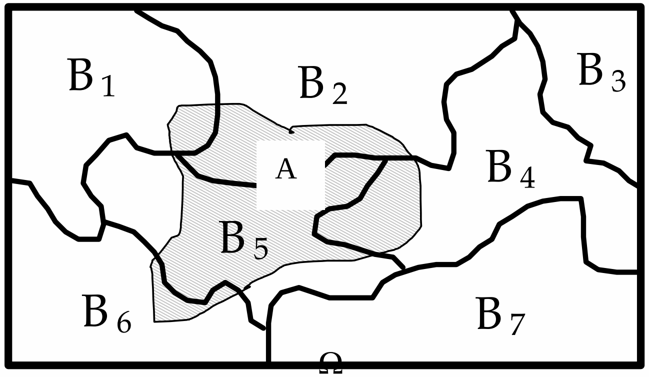
kde $P\{B\} \neq 0$.

<u>Věta</u>: Pro pravděpodobnost průniku dvou jevů A,B platí:

$$P(A \cap B) = P(A|B) \cdot P(B)$$

Věta o úplné pravděpodobnosti





$$\Omega = \bigcup_{i=1}^{n} B_i \text{ , kde } B_i \cap B_j = \emptyset, \text{ pro } \forall i \neq j$$

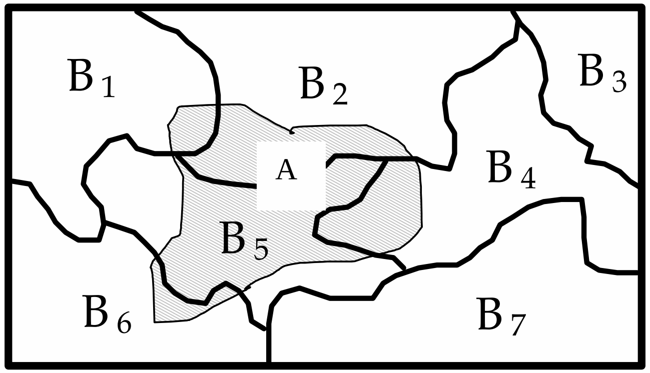
$$A = (A \cap B_1) \cup (A \cap B_2) \cup \ldots \cup (A \cap B_n) = \bigcup_{i=1}^{n} (A \cap B_i)$$

$$\mathrm{P}\{\mathrm{A}\} = \sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{n}} \mathrm{P}\{\mathrm{A} \cap \mathrm{B}_{\mathrm{i}}\} = \sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{n}} \mathrm{P}\{\mathrm{A} | \mathrm{B}_{\mathrm{i}}\} \, \mathrm{P}\{\mathrm{B}_{\mathrm{i}}\}$$

Bayesův teorém

<u>Věta (Bayesova)</u>: Mějme úplný systém vzájemně neslučitelných jevů $B_1, \dots, B_n$ a libovolný jev $A = \bigcup_{i=1}^{n}(A \cap B_i)$. Pro pravděpodobnost, že nastane jev B_i, pokud nastal jev *A* je:

$$P(B_i|A) = \frac{P(A|B_i) \cdot P(B_i)}{\sum_{i=1}^{n} P(A|B_i) \cdot P(B_i)}$$



Opakované nezávislé pokusy

Je-li pravděpodobnost jevu *A* v každém pokusu *P*(*A*) = *p*, pak pravděpodobnost jevu A_k (jev *A* v Bernoulliho posloupnosti *n* nezávislých pokusů se uskuteční právě *k*-krát) je určena vztahem:

$$P(A) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

Opakované závislé pokusy

$$P(k) = \frac{\binom{M}{k}\binom{N-M}{n-k}}{\binom{N}{n}}; \quad \text{pro } \max(\mathrm{n} - \mathrm{N} + \mathrm{m}; 0) \le \mathrm{k} \le \min(\mathrm{M}; \mathrm{n})$$

Příklad: Víme, že v dodávce 100 hřídelí nemá požadovaný průměr 10 kusů, požadovanou délku nemá 20 kusů a současně nemá požadovaný průměr i délku 5 kusů. Určete pravděpodobnost toho, že náhodně vybraná hřídel z dodávky má požadovaný průměr i délku.

Příklad: V koloně 8 vozidel jedou právě tři červené automobily. Jaká je pravděpodobnost, že červená vozidla jedou bezprostředně za sebou?

Příklad: V osudí je 12 zelených a 6 červených balónků. Z osudí dvakrát losujeme (po vytáhnutí balónky do osudí nevracíme).

a) Jaká je pravděpodobnost, že v druhém tahu vytáhnu zelenou, když jsem v prvním vytáhla červenou?

b) Určete pravděpodobnost, že jsme v obou tazích vybrali zelenou kouli.

Příklad: Ve městě jsou čtyři křižovatky se světelnými semafory. Každý z nich uvolňuje nebo uzavírá dopravu se stejnou pravděpodobností 0,5. Jaká je pravděpodobnost, že auto projde prvními dvěma křižovatkami bez zdržení.

Příklad: V obchodě jsou tři pokladny na nichž dojde k chybě v účtování s pravděpodobností: 0,1; 0,2 a 0,3. Jaká je pravděpodobnost, že jsme byli u druhé pokladny, máme-li chybný účet?

Příklad: Ve dvou krabicích jsou koule, které se liší barvou. V první je 6 bílých, 10 modrých a 9 červených; ve druhé pak 11 bílých, 7 modrých a 7 červených. Z obou se náhodně vytáhne po jedné kouli. Jaká je pravděpodobnost, že obě koule mají stejnou barvu?

Příklady k procvičení

2.40, 2.45, 2.47, 2.49, 2.54, 2.61, 2.65, 2.70, 2.77, 2.89, 2.102, 2.103, 2.107