4. přednáška

ČÍSELNÉ CHARAKTERISTIKY NÁHODNÉ VELIČINY

Je výhodné shrnout informace o náhodné veličině do několika čísel, které ji dostatečně charakterizují. Tato čísla nazýváme **číselné charakteristiky** a dělíme je:

a) podle způsobu konstrukce

b) podle toho, které vlastnosti rozdělení pravděpodobnosti charakterizují

Momentové charakteristiky NV

1) **Počáteční (obecný) moment *k*-tého řádu μ_k**

$$\mu_k = \begin{cases} \sum_i x_i^k . p(x_i) & \text{pro diskrétní náhodnou veličinu} \\ \int_{-\infty}^{\infty} x^k . f(x) dx & \text{pro spojitou náhodnou veličinu} \end{cases}$$

Význačnou roli má zejména obecný moment 1.řádu, který nazýváme <u>**střední hodnotou**</u> (ozn. E(X) či μ).

2) **Centrální moment *k*-tého řádu** υ_k náhodné veličiny *X* je:

$$\upsilon_k = \begin{cases} \sum_i (x_i - \mu)^k . p(x_i) & \text{pro diskrétní náhodnou veličinu} \\ \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^k . f(x) dx & \text{pro spojitou náhodnou veličinu} \end{cases},$$

kde μ je počáteční moment 1. stupně náhodné veličiny *X*.

U centrálních momentů jsou význačné momenty 2.,3, a 4. řádu.

Centrální moment 2. řádu představuje <u>**rozptyl**</u> (varianci, disperzi, ozn. D(X) či σ^2).

Centrální momenty 3. a 4. řádu slouží k popisu tvaru rozdělení a určení dvou koeficientů.

a) **<u>šikmost</u>** ("skewness", ozn. $\overline{\upsilon_3} = A$),

$$A = \overline{\upsilon_3} = \frac{\upsilon_3}{\sigma^3}$$

b) **<u>špičatost</u>** (standardizovaná, "kurtosis", ozn. $\overline{\upsilon_4} = \bar{e}$),

$$\bar{e} = \overline{\upsilon_4} = \frac{\upsilon_4}{\sigma^4} - 3$$

Výpočet centrálních momentů lze provádět podle výše uvedeného, a nebo s využitím μ_k:

- $\upsilon_2 = \mu_2 - \mu_1^2$
- $\upsilon_3 = \mu_3 - 3\mu_2\mu_1 + 2\mu_1^3$
- $\upsilon_4 = \mu_4 - 4\mu_3\mu_1 + 6\mu_2\mu_1^2 - 3\mu_1^4$

⋮

$$\upsilon_k = \binom{k}{0}\mu_k\mu_1^0 - \binom{k}{1}\mu_{k-1}\mu_1^1 + \binom{k}{2}\mu_{k-2}\mu_1^2 + \ldots + (-1)^k\binom{k}{k}\mu_1^k$$

<u>Příklad:</u> Náhodná veličina *X* je dána tabulkou. Určete její číselné charakteristiky

x_i	1	2	3	4
p_i	0,3	0,1	0,4	?

Příklad: Náhodná veličina X má hustotu pravděpodobnosti:

$$f(x)=\begin{cases}2x & \text{pro } x\in\langle 0,1\rangle\\ 0 & \text{pro ostatní } x\end{cases}$$

Určete její číselné charakteristiky

Kvantilové charakteristiky NV

Definice: Nechť $F(x)$ je distribuční funkce spojité náhodné veličiny X. Pak hodnota x_p, pro kterou platí $F(x_p) = p$, kde $p\in\langle 0,1\rangle$, se nazývá ***p*-kvantil.**

Příklad: Určete první decil $x_{0,1}$ a třetí kvartil $x_{0,75}$ pro

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{2} & \text{pro } x\in\langle 0,2\rangle\\ 0 & \text{pro ostatní } x\end{cases}$$

Ostatní charakteristiky NV

Modus: (ozn. $\hat{x}$ nebo *Mo*)

Mo - je hodnota, v níž nabývá frekvenční funkce maxima:

Příklad: Náhodná veličina *X* má hustotu pravděpodobnosti:

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{2}x^2e^{-x} & \text{pro } x\in(0,\infty)\\ 0 & \text{pro } x\notin(0,\infty)\end{cases}.$$

Určete modus.